§ 4 Laplace-Wahrscheinlichkeit

Die ersten Anstöße zur Wahrscheinlichkeitsrechnung fanden im 17. Jahrhundert statt, als sich die Glücksspieler vor allem in Frankreich an die Mathematiker wandten, um sich Rat für ihre Gewinnstrategien und Gewinnaussichten zu holen.
Damals war folgendes Würfelspiel üblich:
Ein Spieler wirft einen Würfel viermal. Er gewinnt, wenn er dabei keine sechs wirft.
Es stellte sich die Frage, ob dieses Spiel für den Spieler interessant, also gewinnbringend ist.
Pierre de Fermat (1601- 1665) und Blaise Pascal (1623-1662) lösten dieses Problem 1654.
Der Begriff der Wahrscheinlichkeit wurde aber erst später geboren. Der französische Mathematiker Pierre Simon Laplace (1749-1827) definierte die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses folgendermaßen:

Wird jedem Elementarereignis aus Ω die gleiche Wahrscheinlichkeit zugeordnet, so gilt für die Wahrscheinlichkeit $P(E)$ eines Ereignisses E:

$$P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|} = \frac{\text{Anzahl der für E günstigen Elementarereignisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Elementarereignisse}}$$

Zufallsexperimente, deren Elementarereignisse die gleichen Wahrscheinlichkeit zugeordnet wird nennt man deswegen Laplace-Experimente, die dazugehörigen Wahrscheinlichkeiten nennt man Laplace-Wahrscheinlichkeiten.
Bspe.: Laplace-Münze (→ "echte Münze", "faire Münze", "einwandfreie Münze",...)
Laplace-Würfel; Laplace-Karte

Die axiomatische Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung gelang erst wesentlich später dem sowjetischen Mathematiker Andrej Nikolajewitsch Kolmogorow (1903-1987). Er hat erkannt, welche einfachen Eigenschaften der relativen Häufigkeit genügen, um eine zufriedenstellende mathematische Theorie, die Wahrscheinlichkeitsrechnung, aufzubauen.

Axiome von Kolmogorow
Eine Funktion $P: E \mapsto P(E)$, die jedem Ereignis $E \in \wp(\Omega)$ eine reelle Zahl $P(E)$ zuordnet, heißt Wahrscheinlichkeit (Wahrscheinlichkeitsverteilung), wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:
1.) $P(E) \geq 0$ für jedes $E \subset \Omega$
2.) $P(\Omega) = 1$
3.) $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ falls $E_1 \cap E_2 = \{\ \}$

Folgerungen hieraus (die auch unmittelbar einzusehen sind):
1.) $0 \leq P(E) \leq 1$
2.) $P(\{\ \}) = 0$
3.) Ist $E = \{\omega_1, \omega_2, ..., \omega_r\}$ so gilt: $P(E) = P(\{\omega_1\}) + P(\{\omega_2\}) + ... + P(\{\omega_r\})$
4.) $\sum_{\omega \in \Omega} P(\{\omega\}) = 1$
5.) $P(\overline{E}) = 1 - P(E)$
6.) **Satz von Sylvester:** (siehe auch Formelsammlung)

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \text{ falls } E_1 \cap E_2 \neq \{\ \}$$
$$(\text{d.h. } E_1 \text{ und } E_2 \text{ sind unvereinbar})$$

Beispiele:

1.0 Wir betrachten das (Laplace-) Zufallsexperiment “Werfen zweier unterscheidbarer Laplace-Würfel“

1.1 Geben Sie den Ergebnisraum Ω an!

1.2 Berechnen Sie die (Laplace-) Wahrscheinlichkeit folgender Ereignisse:
A: „Es wird mindestens eine sechs geworfen“
B: „Zwei gleiche Augenzahlen“
C: „Genau ein Würfel ergibt Augenzahl 2“
D: „Wenigstens ein Würfel ergibt Augenzahl 2“
E: „Erster oder zweiter Würfel ergibt Augenzahl 6“
F: „Eine Zahl ist eine Primzahl“
G: „Weder eine Zahl noch die Augensumme ist eine Primzahl“
H: „Augenzahl des ersten Wurfes ist mindestens 4 und die Augenzahl des zweiten Wurfes ist kleiner als 3“

2.0 Eine Münze wird viermal geworfen.

2.1 Geben Sie den Ergebnisraum Ω an!

2.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: „Mindestens einmal K“
B: „Beim zweiten oder dritten Wurf K“
C: „Jedes Symbol K und Z wenigstens einmal“
D: „Genau einmal K“
E: „Nicht mehr als einmal K“

https://abiturma.de/mathe-lernen/stochastik/wichtige-grundbegriffe/laplace-experimente
https://de.serlo.org/mathe/stochastik/relative-h%C3%A4ufigkeit-wahrscheinlichkeit/aufgaben-thema-laplace-experiment
https://www.studienkreis.de/mathematik/laplace-experiment-beispiele/

Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten

1.0 Eine Münze wird dreimal hintereinander geworfen.

1.1 Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm. Tragen Sie in dieses Baumdiagramm auch die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade und der jeweiligen Elementarereignisse ein.

1.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: „Es wird genau zweimal eine Zahl geworfen“
B: „Es wird dreimal das gleiche geworfen“
C: „Zahl und Kopf wechseln sich nach jedem Wurf ab“

1.3 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse $E = A \cap C$ und $F = B \cup C$

Pfadregel: Die Wahrscheinlichkeit eines Elementarereignisses im Baumdiagramm ist gleich dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten längs der Pfade, die zu diesem Elementarereignis führen.

2.0 In einer Urne befinden sich 6 rote und 4 weiße Kugeln. Es wird nun dreimal eine Kugel gezogen, wobei nach jedem Zug die gezogene Kugel wieder in die Urne zurückgelegt wird.

2.1 Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm. Tragen sie in dieses Baumdiagramm auch die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade und der jeweiligen Elementarereignisse ein.

2.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: „Alle gezogenen Kugeln haben die gleich Farbe."
B: „Die Farbe der gezogenen Kugeln wechselt von Zug zu Zug."
C: „Es werden mindestens 2 weiße Kugeln gezogen."

2.3 Drücken Sie das Ereignis $A \cap C$ und $A \cup C$ mit möglichst einfachen Worten aus und berechnen Sie deren Wahrscheinlichkeiten.

3.0 In einer Urne befinden sich 6 rote und 4 weiße Kugeln. Es wird nun dreimal eine Kugel gezogen, wobei die gezogene Kugel <u>nicht</u> in die Urne zurückgelegt wird.

3.1 Zeichnen Sie das zugehörige Baumdiagramm. Tragen Sie in dieses Baumdiagramm auch die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Pfade und der jeweiligen Elementarereignisse ein.

3.2 Berechne die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
A: „Alle gezogenen Kugeln haben die gleich Farbe."
B: „Die Farbe der gezogenen Kugeln wechselt von Zug zu Zug."
C: „Es werden mindestens 2 weiße Kugeln gezogen."

3.3 Drücken Sie das Ereignis $A \cap C$ und $A \cup C$ mit möglichst einfachen Worten aus und berechne deren Wahrscheinlichkeiten.

4.0 **NT 1999 SI:** Eine Urne enthält 6 rote und 4 weiße Kugeln, die sich nur durch ihre Farbe voneinander unterscheiden. Außerhalb der Urne stehen noch genügend viele rote und weiße Kugeln als zusätzlicher Kugelvorrat zur Verfügung. Ein Zufallsexperiment besteht darin, dass nacheinander drei Kugeln zufällig aus der Urne gezogen werden, wobei nach jeder entnommenen Kugel eine andersfarbige Kugel aus dem Kugelvorrat wieder in die Urne gelegt wird.

4.1 Zeichnen Sie zu dem beschriebenen Zufallsexperiment ein Baumdiagramm und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten aller Elementarereignisse.

4.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse
A: „Es werden ausschließlich gleichfarbige Kugeln gezogen"
B: „Unter den drei gezogenen Kugeln befinden sich mindestens zwei rote Kugeln"

4.3 Drücken Sie das Ereignis $A \cap B$ und $\overline{A} \cap \overline{B}$ mit möglichst einfachen Worten aus und berechnen Sie deren Wahrscheinlichkeit.

5.0 **NT 2000 SII:** Eine Firma stellt Fliesen her. Erfahrungsgemäß sind von 1000 Fliesen eines bestimmten Fabrikats 100 nicht trittfest, 30 weisen einen Farbfehler auf. Im Folgenden werden nur diese beiden Fehlerarten betrachtet. Interpretieren Sie die relativen Häufigkeiten als Wahrscheinlichkeiten. Ein Zufallsexperiment besteht aus der Feststellung der Fehler einer zufällig ausgewählten Fliese dieses Fabrikats.

5.1 Bestimmen Sie mit Hilfe eines Baumdiagramms den feinsten Ergebnisraum dieses Zufallsexperiments. Tragen Sie auch alle Pfadwahrscheinlichkeiten in das Diagramm ein.

5.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse
A: „Die Fliese ist nicht trittfest, besitzt aber keinen Farbfehler“
B: „Die Fliese besitzt höchstens einen der genannten Fehler“

6.0 **NT 1995 SII:** Ein großes Sporthotel bietet seinen Gästen ein Vielzahl von Aktivprogrammen an. Zunächst werden die Hotelgäste betrachtet, die täglich entweder Bergwandern oder Rad fahren. An jedem Tag entscheiden sich erfahrungsgemäß 70% der Gäste dieser Gruppe für eine Bergwanderung und 30% für eine Radtour. An drei aufeinanderfolgenden Tagen wird jeweils ein beliebiger Gast dieser Gruppe nach seiner Entscheidung für eine der beiden sportlichen Aktivitäten befragt.

6.1 Veranschaulichen Sie für diese drei Tage alle denkbaren Entscheidungen der befragten Gäste in einem Baumdiagramm, und ermitteln Sie für dieses Zufallsexperiment die Wahrscheinlichkeiten aller möglichen Elementarereignisse.

6.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse
E: „An genau zwei aufeinanderfolgenden Tagen fällt die Entscheidung jeweils auf eine Radtour“
G: „An drei Tagen fällt die Entscheidung jeweils abwechselnd auf eine der Beiden sportlichen Aktivitäten“

6.3 Eine andere Möglichkeit, sich sportlich zu betätigen, bietet ein Tennis-Aktivprogramm. Für Übungszwecke steht eine Ballwurfmaschine zur Verfügung. Die Wahrscheinlichkeit, mit denen die Maschine einen beliebigen Ball in unabhängiger Reihenfolge für genau drei verschieden Schlagarten „servieren“ kann lassen sich mit einem Parameter $k \in \mathbb{R}$ wie folgt darstellen:

Schlagart	Vorhand	Rückhand	Überkopf
Wahrscheinlichkeit	5k	8k-0,05	k

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein Ball für die Schlagart Überkopf serviert wird.

7.0 **FOS NT 1999 SII:** In einem Kindergarten trinkt jedes der Kinder in der Frühstückspause genau eines der Getränke Kakao, Erdbeermilch bzw. Vanillemilch jeweils mit der Wahrscheinlichkeit $P(\{K\}) = 0,6; P(\{E\}) = 0,25$ bzw. $P(\{V\}) = 0,15$.
Nehmen Sie an, dass diese Wahrscheinlichkeiten konstant sind und dass die Entscheidungen für jedes der drei Getränke jeweils unabhängig erfolgen.

7.1 Veranschaulichen Sie das Wahlverhalten eines zufällig ausgewählten Kindes an zwei aufeinanderfolgenden Tagen in einem Baumdiagramm. Ermitteln Sie auch die Wahrscheinlichkeiten sämtlicher Elementarereignisse.

8.0 **NT 2005 SI:** Ein Erlebnisparkbetreiber befragt eine große Zahl von Besuchern, ob sie aus der Region (R) kommen oder überregionale Besucher ($\overline{R}$) sind. Ferner interessiert, ob sie mit dem Auto (A), dem Bus(B) oder auf sonstige Weise (S) angereist sind. 45% der Befragten kommen aus der Region; von diesen haben 68% das Auto und 28% den Bus benutzt. 62% der überregionalen Besucher sind mit dem Auto angereist, 36% mit dem Bus.
Das Ergebnis der Befragung wird als Zufallsexperiment aufgefasst, die gegebenen Prozentsätze als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

8.1 Ermitteln Sie alle 6 Elementarereignisse des Zufallsexperiments und deren Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe eines Baumdiagramms.

8.2 Es werden nun folgende Ereignisse betrachtet:
E_1 : „Ein Besucher kommt nicht aus der Region oder reist mit dem Bus an.“

E_2 : „Ein Besucher stammt aus der Region und reist nicht mit dem Auto an.“
Geben Sie diese Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an.

8.3.0 Nach Angaben der Betreiber des Erlebnisparks gehen 75% der Besucher ins Varieté (V), 65% fahren mit der Wildwasserbahn (W), während 5% keines dieser beiden Angebote nutzen. Alle Prozentangaben werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

8.3.1 Beschreiben Sie die Ereignisse $E_1 = W \cap V$ und $E_2 = \overline{W \cup \overline{V}}$ möglichst einfach mit Worten im Sinne der vorliegenden Thematik.

9.0 **NT 2002 SI:** Die Post eines kleineren Landes gibt den Druck einer neuen Sonderbriefmarke in Auftrag. Beim ersten Probedruck einer größeren Menge dieser Marken werden noch Fehler bei der Zähnung, beim Farbton sowie bei der Grafik festgestellt. Es kann davon ausgegangen werden, dass diese Fehlerarten unabhängig voneinander auftreten und dass die Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens während des Probedrucks konstant bleiben.
Folgende Bezeichnungen seien vorgegeben:
Z: Bei einer zufällig ausgewählten Marke ist die Zähnung in Ordnung.
F: Bei einer zufällig ausgewählten Marke ist die Farbe in Ordnung.
G: Bei einer zufällig ausgewählten Marke ist die Grafik in Ordnung.
Die Wahrscheinlichkeit für einen Farbfehler beträgt $P(\{\overline{F}\}) = 0,3$,
diejenige für eine Fehler bei der Zähnung $P(\{\overline{Z}\}) = 0,5$.

9.1 Eine zufällig ausgewählte Briefmarke wird hinsichtlich der Merkmale Z, F und G untersucht.
Veranschaulichen Sie alle möglichen Ergebnisse dieser Untersuchung mit Hilfe eines Baumdiagramms. Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler in der Grafik $P(\{\overline{G}\}) = 0,2$ beträgt, wenn bekannt ist, dass eine fehlerfreie Briefmarke mit der Wahrscheinlichkeit $P(\{ZFG\}) = 0,28$ auftritt. Bestimmen Sie anschließend die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse.

9.2 Nun werden folgende Ereignisse betrachtet:
E_1: „Eine zufällig ausgewählte Marke hat mindestens zwei Fehler oder einen Zähnungsfehler.“
E_2: „Eine zufällig ausgewählte Marke hat genau einen Fehler.“
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse E_1 und E_2.

10.0 **NT 2004 SI:** Ein Betrieb stellt Kunststoffgehäuse her. Die dazu benutzte Maschine besteht aus drei wichtigen Bauteilen A, B und C, die unabhängig voneinander arbeiten. Die Maschine funktioniert jedoch nur dann einwandfrei, wenn alle drei Bauteile in Ordnung sind. Die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass eines der 3 Bauteile innerhalb eines Arbeitstages einwandfrei arbeitet, betragen $P(A) = a$, $P(B) = 0,9$ und $P(C) = 0,8$.

10.1 Längere Beobachtungen haben ergeben, dass die Maschine mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,612 innerhalb eines betrachteten Arbeitstages einwandfrei arbeitet. Zeigen Sie unter dieser Voraussetzung, dass gilt: $a = 0,85$.

10.2 Das Zufallsexperiment besteht in der Feststellung, welche der drei Bauteile innerhalb eines Arbeitstages einwandfrei arbeiten. Veranschaulichen Sie mit Hilfe eines Baumdiagramms alle dabei auftretenden Möglichkeiten. Bestimmen Sie anschließend die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse.

11.0 Der Nikolaus kommt in eine Kindergartenstätte. Einige Kinder fürchten (F) sich vor dem Nikolaus, einige nicht $(\overline{F})$. Es ist geplant, dass die Kinder dem Nikolaus ein Gedicht vortragen. Eine Untersuchung hat folgende Ergebnisse geliefert:

- Der Anteil der Kinder, die sich vor dem Nikolaus fürchten (F), beträgt p.
- Bei den Kindern, die sich fürchten gilt folgendes: 10% sagen das Gedicht ohne Fehler (O) auf, 40% sagen das Gedicht mit Fehlern (M) auf, die restlichen Kinder sagen kein Gedicht (K) auf, weil sie sich nicht trauen.
- Bei den Kindern, die sich nicht fürchten gilt folgendes: Der Anteil der Kinder, die das Gedicht ohne Fehler (O) aufsagen beträgt 0,2; der Anteil der Kinder, die kein Gedicht (K) aufsagen, beträgt 0,3; der Rest der Kinder sagt das Gedicht mit Fehlern (M) auf.

Die relativen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

11.1 Der Anteil der Kinder, die das Gedicht ohne Fehler aufsagen, obwohl sie sich vor dem Nikolaus fürchten, beträgt 0,08. Zeigen sie in diesem Zusammenhang, dass $p = 0{,}8$ gilt.

11.2 Ermitteln Sie alle Elementarereignisse und deren Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe eines Baumdiagramms.

11.3.0 Folgende Ereignisse sind gegeben:

A: Ein Kind sagt kein Gedicht auf

B: Ein Kind sagt das Gedicht ohne Fehler auf oder fürchtet sich nicht.

11.3.1 Berechnen Sie $P(A)$, $P(B)$ und $P(\overline{A} \cap B)$.

11.3.2 Geben Sie das Ereignis $\overline{A} \cap \overline{B}$ in aufzählender Mengenschreibweise an und formulieren Sie es in möglichst einfachen Worten im Sinne der vorliegenden Thematik.

12.0 Eine Zahl werde zufällig aus dem Intervall $[0; 2[$ ausgewählt.

12.1 Ermitteln Sie mit welcher Wahrscheinlichkeit die ausgewählte Zahl größer als 0,6 ist?

13.0 Ein Zahlenpaar $(x; y)$ mit $x, y \in]0; 2]$ werde zufällig ausgewählt.

13.1 Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit x oder y größer als 0,6 ist.

14.0 In einem Quadrat der Kantenlänge $2{,}0\,\mathrm{m}$ ist ein Viertelkreis eingezeichnet. In dieses ergießt sich ein Regen. 2268 Regentropfen sind insgesamt in das Quadrat gefallen, im Viertelkreis landeten 1781 Regentropfen.

14.1 Berechnen Sie die Kreiszahl π!

15.0 Es sei $A \cap B = \{\ \}$.

15.1 Zeigen Sie, dass dann gilt: $P(A) \le P(\overline{B})$

16.0 A und B seien Ereignisse, $P(A)$, $P(B)$ und $P(A \cup B)$ seien bekannt.

16.1 Formulieren Sie die folgenden Ereignisse mit Worten.

16.2 Veranschaulichen Sie sie durch ein Venn-Diagramm.

16.3 Drücken Sie ihre Wahrscheinlichkeiten durch die gegebenen Wahrscheinlichkeiten aus:

$$\overline{A} \cup \overline{B};\ \overline{A} \cap \overline{B};\ A \cap \overline{B};\ A \cup \overline{B};\ (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B);\ (A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})$$

17.0 A und B seien beliebige Ereignisse.

17.1 Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden Ungleichungskette:

$$P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B)$$

18.1 Beweisen Sie die Ungleichung: $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1$

19.0 **NT 2008 SI:** In einer Jugendherberge werden als Getränke nur Saft (s), Wasser (w) und Cola (c) verkauft. Diese kann man am Automaten (a) oder beim Herbergsvater Max (m) kaufen. Bei ihm gibt es die Getränke gekühlt (k) oder ungekühlt ($\overline{k}$), am Automaten nur gekühlt. 60% der Getränke werden am Automaten gekauft. Der Anteil an Wasser beträgt am Automaten und bei Max jeweils 10%. Cola wird am Automaten zu 60% und bei Max zu 40% gewählt. Wasser geht bei Max nur ungekühlt über die Theke, wobei bei den übrigen Getränken der Anteil der ungekühlten Flaschen jeweils 70% beträgt.
Das Zufallsexperiment besteht darin, bei einem beliebig ausgewählten Getränkekauf festzustellen, wo das Getränk gekauft wird, welches Getränk gekauft wird, und ob es gekühlt oder ungekühlt ist.

19.1 Bestimmen Sie mit Hilfe eines Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeiten aller 8 Elementarereignisse dieses Zufallsexperiments.

19.2 Geben Sie zum Zufallsexperiment aus Teilaufgabe 19.0 zwei verschiedene Ergebnisräume an, die sich vom feinsten Ergebnisraum unterscheiden.

Für die folgenden Teilaufgaben liegt der feinste Ergebnisraum zugrunde.

19.3 Geben Sie das Ereignis
E_1: „Es wird Saft oder ein ungekühltes Getränk gekauft“
in der aufzählenden Mengenschreibweise an und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit $P(E_1)$.

19.4 Folgende Ereignisse sind vorgegeben:
A: „Ein Getränk wird am Automaten gekauft.“
S: „Es wird eine Flasche Saft gekauft.“
K: „Das gekaufte Getränk ist gekühlt.“
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(S \cap K)$ sowie $P(\overline{A} \cup K)$.

20.0 Robinson hat festgestellt, dass auf seiner Insel folgende Wetterregel gilt: Wenn es an einem Tag schön (s) ist, dann hat es mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% am nächsten Tag ebenfalls schönes Wetter. Ist das Wetter an einem Tag allerdings schlecht (b), dann ist es mit einer Wahrscheinlichkeit von 75% am nächsten Tag ebenfalls schlechtes Wetter. Am Donnerstag ist nun schlechtes Wetter.

20.1 Erstellen Sie ein Baumdiagramm in welchem der Wetterverlauf von Freitag bis Sonntag hervorgeht und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten aller 8 Elementarereignisse.

20.2 Betrachten Sie die Ereignisse:
A: Das Wochenende wird schön.
B: Es gibt mehr schöne als schlecht Wettertage.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten $P(A)$ und $P(B)$.

20.3 Interpretieren Sie das Ereignis $\overline{A} \cap B$ möglichst einfach mit Worten im Sinne der vorliegenden Thematik.

21.0 **T13 2005 B II** Ein Tennis-Club ist wegen bestehender Sponsorenverträge verpflichtet, seine Bälle bei den drei Herstellern X, Y und Z einzukaufen. Ein gewisser Prozentsatz der Bälle eines jeden Herstellers zeigt auf Grund von Produktionsmängeln ein schlechtes Sprungverhalten. Die Erfahrung hat gezeigt, dass 3% der Bälle von X, 8% der Bälle von Y und 6% der Bälle von Z ein schlechtes Sprungverhalten aufweisen.

21.1 Der Club ist bestrebt, so einzukaufen, dass die Bälle mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% ein korrektes Sprungverhalten besitzen. Ermitteln Sie, welcher Prozentsatz der Bälle unter dieser Vorgabe bei den Herstellern X und Y bestellt werden muss, wenn 50 Prozent der Bälle der Hersteller Z liefert.