

2007 A III

- 1.1 Für alle Körper, die sich antriebslos auf einer Kreisbahn mit dem Radius R und der Umlaufdauer T um ein Zentralgestirn bewegen, gilt das dritte keplersche Gesetz $T^2 = C \cdot R^3$, wobei C eine Konstante ist. Zeigen Sie mit Hilfe des Gravitationsgesetzes, dass die Konstante C nur von der Masse m_Z des Zentralgestirns abhängig ist.

- 1.2.0 Der Planet Venus hat die Masse $m_V = 4,87 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ und den Radius $r_V = 6,05 \cdot 10^6 \text{ m}$.

- 1.2.1 Berechnen Sie die Konstante C_V des dritten keplerschen Gesetzes für Körper, die sich antriebslos um die Venus bewegen.

$$\left[\text{Ergebnis: } C_V = 1,21 \cdot 10^{-13} \frac{\text{s}^2}{\text{m}^3} \right]$$

- 1.2.2 Berechnen Sie den Betrag g_V der Gravitationsbeschleunigung \vec{g}_V , die ein Körper an der Venusoberfläche erfährt.

- 1.3.0 Eine Sonde mit der Masse m_S bewegt sich antriebslos auf einer elliptischen Bahn um die Venus.

Im Punkt A der Ellipsenbahn ist der Abstand der Sonde zur Venusoberfläche am geringsten und beträgt $h_A = 250 \text{ km}$. Den Punkt A passiert die Sonde mit einer Geschwindigkeit vom Betrag $v_A = 8,48 \frac{\text{km}}{\text{s}}$.

- 1.3.1 Die Umlaufdauer der Sonde auf der elliptischen Bahn beträgt $T = 3,16 \text{ h}$. Im Punkt B erreicht die Sonde die größte Höhe h_B über der Venusoberfläche.

Berechnen Sie mit Hilfe der Konstanten C_V die Höhe h_B .

$$\left[\text{Ergebnis: } h_B = 8,10 \cdot 10^6 \text{ m} \right]$$

- 1.3.2 v_B ist der Betrag der Geschwindigkeit \vec{v}_B , mit der die Sonde den Punkt B erreicht.

Zeigen Sie mithilfe des 2. keplerschen Gesetzes, dass gilt:

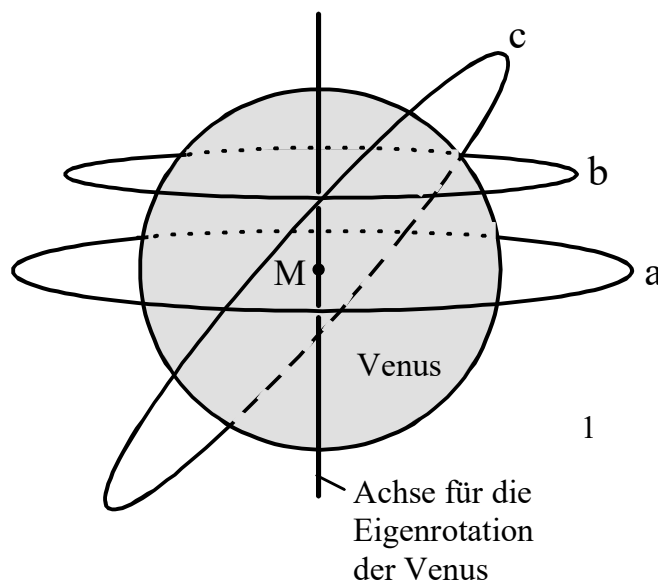
$$(r_V + h_A) \cdot v_A = (r_V + h_B) \cdot v_B .$$

Berechnen Sie v_B .

- 1.3.3 Die Sonde wird durch ein geeignetes Steuermanöver im Punkt A von der elliptischen Bahn auf eine

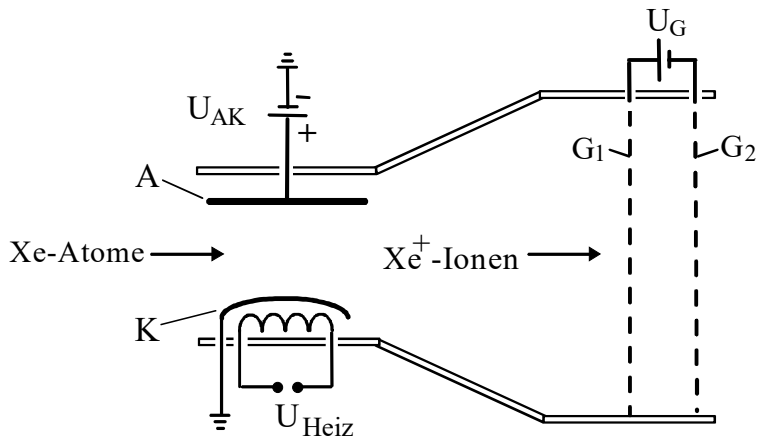
Kreisbahn in der Höhe $h_A = 250 \text{ km}$ über der Venusoberfläche gelenkt. Auf dieser Kreisbahn umrundet die Sonde dann die Venus ohne Antrieb. Bei diesem Steuermanöver wird der Betrag v der Geschwindigkeit der Sonde um Δv verändert.

Berechnen Sie Δv .



- 1.4 Geben Sie an, welche der drei nebenstehend skizzierten Kreisbahnen eine Sonde nicht ohne Antrieb durchlaufen kann. Begründen Sie Ihre Antwort.

- 2.0 Die Skizze zeigt den prinzipiellen Aufbau eines Ionenantriebs für Raumsonden. Xenonatome gelangen in das elektrische Feld zwischen einer Glühkathode K und einer Anode A. Hier werden die Xenonatome durch



Zusammenstoß mit Elektronen ionisiert. Die einfach positiv geladenen Xenonionen gelangen durch die Gitterelektrode G_1 in ein homogenes elektrisches Feld, das durch die Spannung U_G verursacht wird. Nachdem die Ionen die Spannung U_G durchlaufen haben, verlassen sie das Triebwerk durch eine zweite Gitterelektrode G_2 .

Die gesamte Anordnung arbeitet im Vakuum.

- 2.1 Die Ionisierungsenergie für Xenonatome beträgt $E_1 = 1,94 \cdot 10^{-18} \text{ J}$. Aus der Kathode K treten die Elektronen mit vernachlässigbarer Geschwindigkeit aus. Berechnen Sie, wie groß die Spannung U_{AK} zwischen der Anode A und der Kathode K mindestens sein muss, damit die Elektronen Xenonatome ionisieren können

- 2.2.0 Ein Xenonion hat die Masse $m_X = 2,18 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$. Beim Eintritt in das elektrische Feld zwischen den beiden Gittern ist die Geschwindigkeit der Xenonionen vernachlässigbar klein. Ein Ion durchläuft hier die Spannung $U_G = 1,40 \text{ kV}$ und wird mit der Geschwindigkeit \vec{v}_2 durch das Gitter G_2 aus dem Triebwerk ausgestoßen.

Der Ionenantrieb erzeugt eine Schubkraft \vec{F} , deren Betrag F stufenlos im Bereich von 20mN bis 95mN regulierbar ist.

- 2.2.1 Die Gitter G_1 und G_2 haben den Abstand $d = 4,0 \text{ cm}$. Berechnen Sie den Betrag F_{el} der elektrischen Kraft \vec{F}_{el} , die ein Xenonion im elektrischen Feld zwischen den beiden Gittern erfährt.
- 2.2.2 Leiten Sie eine Formel her, die den Zusammenhang zwischen dem Betrag v_2 der Geschwindigkeit \vec{v}_2 und der Spannung U_G aufzeigt. Erläutern Sie dabei Ihren Lösungsansatz.
- 2.2.3 Erläutern Sie, wie die Schubkraft \vec{F} zustande kommt.
- 2.2.4 Berechnen Sie die Anzahl N der Ionen, die pro Sekunde bei der maximalen Schubkraft durch das Gitter G_2 ausgestoßen werden.

$$\left[\text{Ergebnis: } N = 9,6 \cdot 10^{18} \right]$$

- 2.3 Die Sonde befindet sich in einem gravitationsfreien Raum. Die Sonde und der Vorrat an Xenongas besitzen die Gesamtmasse $m_S = 367 \text{ kg}$. Der Ionenantrieb erzeugt 10 Stunden lang die maximale Schubkraft mit dem Betrag

$F_{\max} = 95\text{mN}$ und beschleunigt dabei die Sonde aus der Ruhe heraus auf die Endgeschwindigkeit \vec{v}_E .
Bestätigen Sie, dass die Masse der Sonde für die Dauer des Beschleunigungsvorganges als konstant angesehen werden kann, und berechnen Sie den Betrag v_E der Endgeschwindigkeit \vec{v}_E .