12 Elektrisches Feld

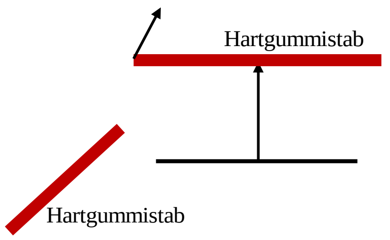
12.1 Grundlagen

Schon im antiken Griechenland (600 v. Chr.) entdeckte Thales von Milet (Philosoph und Mathematiker) die Reibungselektrizität und ihre Kraftwirkung. Er rieb ein Stück Bernstein an einem Tierfell woraufhin kleine Federn und Stückchen von Stroh daran haften blieben. Milet konnte dieses Phänomen nicht erklären.
Da die Kräfte sehr klein waren sind sie für den damaligen Gebrauch sehr unbedeutend gewesen. Auch in Zeiten in denen die Mechanik weit fortgeschritten war (Römisches Reich, Renaissance) wurde von der Elektrizität kein Gebrauch gemacht. Erst während der raschen Entwicklung der Naturwissenschaften im 18. und 19. Jahrhundert wurden die Gesetze der Elektrizität systematisch erforscht. Heute weiß man, dass alle elektrischen Erscheinungen durch atomare Teilchen verursacht werden.

12.1.1 Existenz elektrischer Ladungen

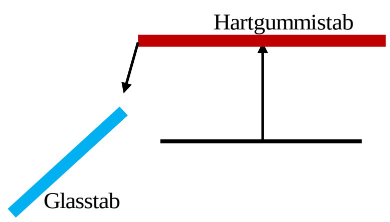
Reibt man einen drehbar gelagerten Hartgummistab an einem Katzenfell und nähert diesem einen an

a) einem Katzenfell geriebenen Hartgummistab



so stoßen sich die beiden Stäbe ab.

b) einem Fensterleder (Seidentuch) geriebenen Glasstab



so ziehen sich die beiden Stäbe an.

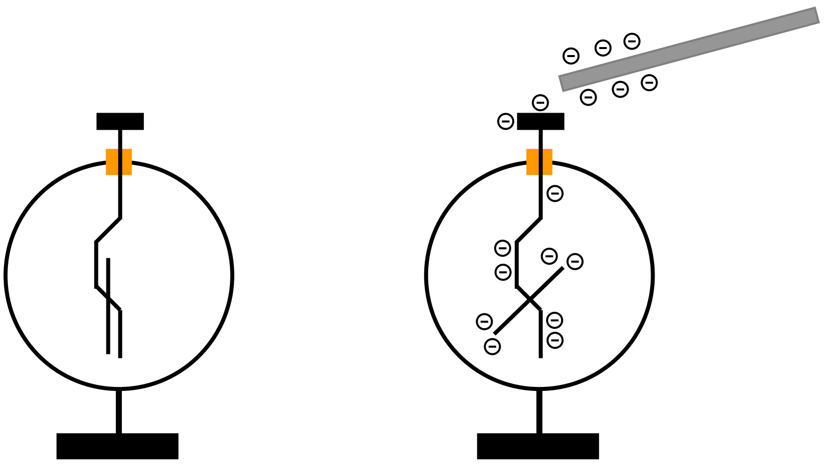
Erklärung:
Auf dem Stab und auf den Haaren des Fells befinden sich negative und positive Ladungsträger. Diese sind gleichmäßig verteilt, so dass Stab und Fell ungeladen sind (elektrisch neutral). Durch das Reiben werden die Ladungsträger zwischen dem Stab und dem Fell voneinander getrennt.
Auf dem Hartgummistab befinden sich überwiegend negative Ladungen (freie Leitungselektronen). Im Fell herrscht jetzt Elektronenmangel. Die übriggebliebenen Protonen ohne Partner bewirken die „positive Ladung".
Da beide Hartgummistäbe negativ geladen sind stoßen sie sich gegenseitig ab.
Reibt man den Glasstab an einem Fensterleder (Seidentuch), so lädt sich das Glas positiv und die Seide entsprechend negativ auf. Da nun Hartgummistab und Glasstab entgegengesetzt geladen sind ziehen sie sich gegenseitig an.

Folgerung:
- Es gibt negative Ladungen (Elektronen) und positive Ladungen (Elektronenmangel).
- Gleichartige Ladungen stoßen sich gegenseitig ab.
- Ungleichartige Ladungen ziehen sich gegenseitig an.

Hat man zwei Tesastreifen die auf einem Tisch kleben und zieht die beiden sehr schnell vom Tisch ab, so sind beide ebenfalls elektrisch gleich geladen und stoßen sich gegenseitig ab.

12.1.2 Nachweisgeräte für elektrische Ladungen

Zum Nachweis der elektrischen Ladung dient das Elektroskop.
In einem geerdeten Gehäuse befindet sich eine vertikale Metallstange, an der ein beweglicher Zeiger befestigt ist. Dieser ist unten etwas schwerer, so dass er senkrecht stehen bleibt.
Wird die obere Platte mit einem negativen Pol in Verbindung gebracht, so verteilen sich die fließenden Elektronen auf dem Stab und Zeiger.
Da sich gleichartige Pole abstoßen, tritt der Zeigerausschlag ein. Je stärker die Ladung ist, desto stärker tritt der Zeigerausschlag auf.



Bringt man an das Elektroskop eine kalibrierte Skala an, dann nennt man es ein Elektrometer.

Will man kleine Ladungsmengen messen müssen diese häufig verstärkt werden bevor sie verarbeitet werden können. Diese Aufgabe übernimmt ein Messverstärker.

Video 1
Video 2

Befinden Sich auf einem Körper n Elektronen, dann sagt man auch, dass der Körper die Ladung Q besitzt. Dabei gilt:

$$Q = n \cdot e$$

(Jede in der Natur vorkommende Ladungsmenge Q ist ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung. Man spricht von einer gequantelten Größe.)

Für die Einheit der Ladung Q gilt: $[Q] = 1\,\mathrm{As} = 1\,\mathrm{C} \ \ (1\,\mathrm{Coulomb})$

1 Coulomb besteht also aus $6,24 \cdot 10^{18}$ Elektronen, d.h. $1\,\mathrm{C} = 6,24 \cdot 10^{18}\,e$

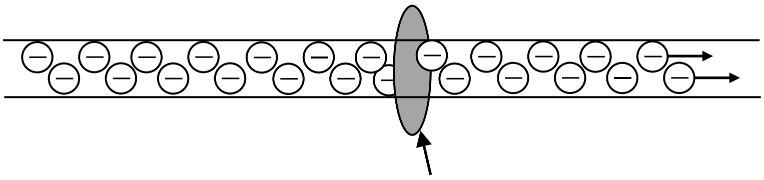
Die Ladung eines Elektrons nennt man die Elementarladung e, sie ist die kleinste in der Natur vorkommende Ladung und ist unteilbar.

Somit gilt für die Ladung des Elektrons: $e = \dfrac{1\,\mathrm{C}}{6,24 \cdot 10^{18}} = 1,602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

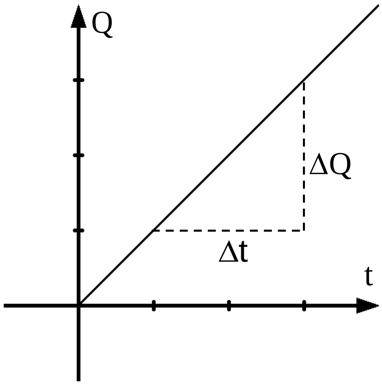
Ein Elektron trägt genau eine negative Elementarladung, ein Proton genau eine positive Elementarladung. Neutronen sind elektrisch neutral.
In der Physik schreibt man für eine kleine Ladungsmenge q und für eine große Ladungsmenge Q.

12.1.3 Elektrische Stromstärke

Bewegen sich elektrische Ladungsträger, so spricht man von einem elektrischen Strom I (siehe auch LEIFI-Physik).
Bewegt sich in einer bestimmten Zeit Δt immer die gleiche Ladungsmenge ΔQ an einer bestimmten Messfläche vorbei, so hat man einen elektrischen Gleichstrom.

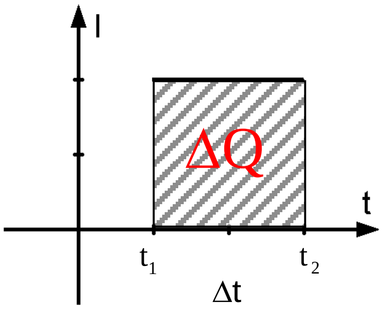


Bei elektrischem Gleichstrom gilt: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \text{konst.}$



Im t-Q-Diagramm gilt dann: $Q(t) = I \cdot t$
Die Steigung des Graphen entspricht der elektrischen Stromstärke I, für Sie gilt:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$



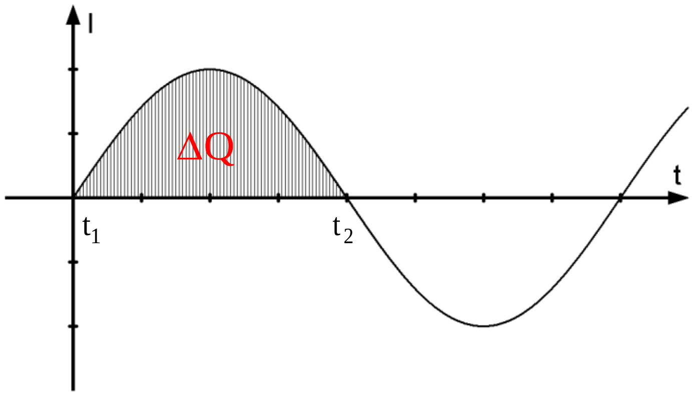
Im t-I-Diagramm erhält man, bei konstanter Stromstärke, einen waagrechten Verlauf des Graphen.
Die Fläche unter dem Graphen gibt die Ladungsmenge ΔQ an, die in der Zeit Δt sich durch die Testfläche bewegt hat.

$$\Delta Q = I \cdot \Delta t = I \cdot (t_2 - t_1)$$

Ganz allgemein aber gilt:

$$I(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}(t)$$

Hat man elektrischen Wechselstrom, so gilt: $I = I_0 \cdot \sin(\omega t) = I_0 \cdot \sin(2\pi f t)$
Im t-I-Diagramm erhält man also einen Sinus-förmigen Verlauf.



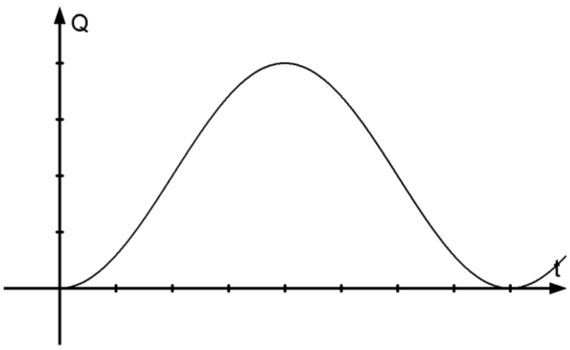
Für die in der Zeit von t_1 bis t_2 geflossene Ladungsmenge ΔQ entspricht der Fläche unter dem Funktionsgraphen. Somit gilt:

$$\boxed{\Delta Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt}$$

$$\Delta Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} I_0 \cdot \sin(2\pi f t)dt = \left[-\frac{I_0}{2\pi f}\cos(2\pi f t) \right]_{t_1}^{t_2} = -\frac{I_0}{2\pi f}\left(\cos(2\pi f t_2) - \cos(2\pi f t_1)\right)$$

Setzt man $t_1 = 0$ und $t_2 = t$, so folgt:

$$Q(t) = \frac{I_0}{2\pi f}\left(1 - \cos(2\pi f t)\right)$$



Da wir wissen, dass es Elektronen sind, die sich in einem Leiter bewegen definieren wir die physikalische Stromrichtung als die Bewegung der Elektronen vom Minus- zum Pluspol.

Noch bevor man wusste, was genau den elektrischen Strom verursacht wurde die technische Stromrichtung definiert. Sie geht vom Plus- zum Minuspol.

Aufgabe:

1. Berechnen Sie die Ladung, die bei einem Strom von $240\,\text{mA}$ in $8,0\,\text{s}$ durch einen Leiterdraht fließt.
2. Berechnen Sie die elektrische Stromstärke, die erforderlich ist, um
   a) die elektrische Ladung 46 Ah in 12 Stunden in eine Starterbatterie zu transportieren.
   b) eine Ladung von 5,0 µAs in 0,30 µs auf eine Metallplatte zu bringen.
3. Eine LKW-Batterie wird gleichmäßig innerhalb von 12 Stunden von 88 Ah auf 46 Ah entladen. Berechnen Sie den mittleren Entladestrom.
4. Es fließt ein Strom von 1,0 A. Wie viele Elektronen fließen durch einen Kupferdrahtquerschnitt in einer Sekunde, wenn ein Elektron die Ladung $1{,}602 \cdot 10^{-19}$ As besitzt?

5.0 Durch einen Draht fließt ein sinusförmiger Wechselstrom mit einer Frequenz von $f = 50,0\,\text{Hz}$. Die maximale, momentane Stromstärke ist $I_0 = 1,25\,\text{A}$ $\left(\hat{=}\,\text{Scheitelwert der Stromstärke}\right)$.

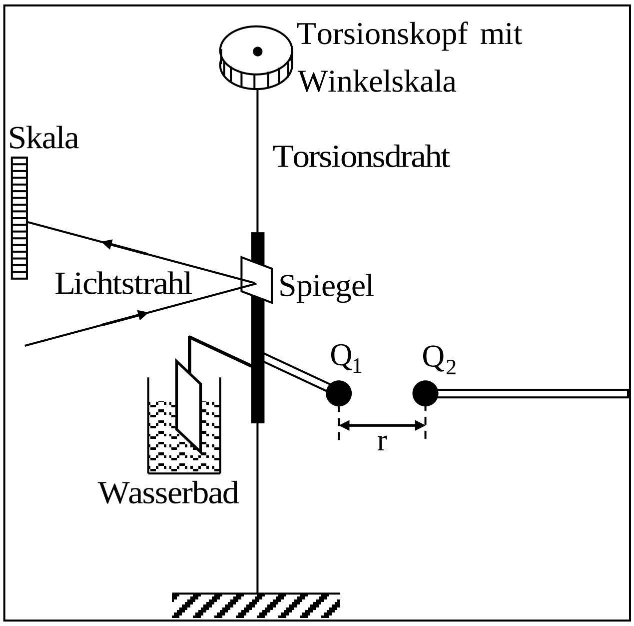
5.1 Berechnen Sie, welche Ladungsmenge ΔQ insgesamt in einer Sekunde $\left(t = 1,0\,\text{s}\right)$ durch den Draht fließt, wenn gilt: $I\left(t\right) = I_0 \cdot \sin\left(2\pi f \cdot t\right)$.

5.2 Berechnen Sie die verschobene Ladungsmenge ΔQ für eine Zeitspanne von $t = 1,00 \cdot 10^{-2}\,\text{s}$ beginnend zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,\text{s}$.

12.2 Coulomb´sches Gesetz

Wir haben gelernt, dass sich zwei gleichartige Ladungen abstoßen und zwei ungleichartige Ladungen einander anziehen. Von welchen Größen diese abstoßende bzw. anziehende Kraft jedoch abhängt wollen wir nun etwas genauer untersuchen.

Torsionsdrehwaage nach Coulomb und Schürholz
Versuch: Bestimmung der Kraft zwischen zwei Punktladungen mit Hilfe einer Torsionsdrehwaage.



Versuchsaufbau: Zwischen zwei vertikal eingespannten Torsionsdrähten ist ein Drehkörper befestigt. Zur Beobachtung und Messung der Drehbewegungen ist am Drehkörper ein Spiegel angebracht, über den ein Lichtstrahl auf eine Skala abgebildet werden kann. Die Torsion der Drähte lässt sich durch Verdrehen einer mit einer Winkelskala versehenen Trommel an der oberen Befestigung verstellen. Der Drehkörper trägt einen waagrechten Isolierstab, an dessen Ende eine Metallkugel K_1 mit der Ladung Q_1 isoliert angebracht ist.
In gleicher Höhe wie K_1 und in veränderbarem Abstand zu K_1 befindet sich eine isoliert aufgestellte, gleich große Metallkugel K_2 mit der Ladung Q_2. Am Stativ, das die Kugel K_2 trägt, ist ein Maßstab angebracht, mit dem die Entfernung r der Kugelmittelpunkte ermittelt werden kann.
Zunächst sind die beiden Metallkugeln K_1 und K_2 ungeladen. Man markiert auf der Skala die Nulllage des Lichtzeigers. Die beiden Metallkugeln werden nun durch kurzzeitiges Verbinden mit einer Hochspannungsquelle oder durch Berühren mit einer durch Reibungselektrizität aufgeladenen dritten Metallkugel gleichnamig aufgeladen. Durch die elektrischen Kräfte stoßen sich die beiden Kugeln gegenseitig ab, und der Draht verdrillt sich soweit, bis Gleichgewicht herrscht zwischen abstoßender Coulombkraft und rückdrehender Torsionskraft. Zum möglichst schnellen Dämpfen und Einpendeln des Drehkörpers in diese Gleichgewichtslage dient eine am Drehkörper gefestigte Dämpfungsfahne, die in ein Wasserbad eingetaucht wird. Durch Drehen des Torsionskopfes wird die ursprüngliche Nulllage des Lichtzeigers wiederhergestellt. Die Metallkugel K_1 befindet sich damit wieder in ihrer Ausgangslage. Der Verdrehungswinkel α kann abgelesen werden und in eine entsprechende Kraft F umgerechnet werden.

Zur Festlegung der Ausgangslage für die folgenden Messungen werden nun folgende Schritte durchgeführt:

- Beide Kugeln werden entladen.
- Man bestimmt den Durchmesser d einer Kugel
- Beide Kugeln berühren sich, die Markierung des Haltestabs wird auf Null gestellt.
- Der Lichtstrahl eines Lasers wird von einem am Torsionsdraht befestigten Spiegel reflektiert. Die Ruhelage des Systems wird an einem Maßstab festgehalten.

Vermutung: Der Betrag F der elektrischen Kraft zwischen den Kugeln ist abhängig vom Betrag und dem Vorzeichen der Ladungen, die beide Kugeln tragen und vom Abstand der beiden Kugelmittelpunkte r.
Zur Vereinfachung und aus Symmetriegründen wird hier nur die Abhängigkeit von den Beträgen der Ladungen untersucht.
Dazu sind drei Versuchreihen nötig.

Video 3
Video 4

Versuch 1: Beide Kugeln erhalten die gleiche Ladung $\left(Q_1 = Q_2 = 50\text{nC}\right)$, die während des Versuchs nicht verändert wird. Der Abstand der beiden Kugelmittelpunkte r wird verändert (K_2 wird verschoben und der Abstand der Kugeln direkt an der Millimeterskala eingestellt) und der sich einstellende Verdrehungswinkel α bestimmt und daraus die dazugehörige Kraft F berechnet.

Messwerttabelle:

r in cm	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
F in mN	25	14	9,0	6,2	4,6

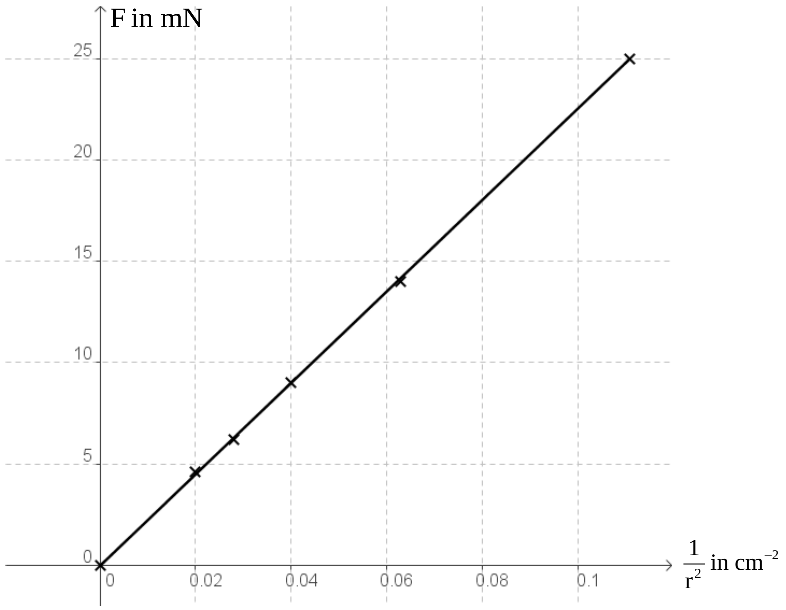
Da mit größer werdendem r sich der Verdrehungswinkel α verkleinert vermutet man zunächst, dass die beiden Größen indirekt proportional zueinander sind.

Bei genauere Betrachtung aber stellt man fest, dass eher gelten muss: $F \sim \frac{1}{r^2}$

Dazu müssen wir unsere Messwerttabelle um eine Zeile erweitern.

r in cm	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
F in mN	25	14	9,0	6,2	4,6
$\frac{1}{r^2}$ in cm^{-2}	0,111	0,063	0,040	0,028	0,020

Zeichnen Sie nun ein $\frac{1}{r^2} - F -$ Diagramm



Ergebnis: Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit erhält man im $\frac{1}{r^2}-F-$Diagramm eine Ursprungshalbgerade, somit sind die beiden Größen direkt proportional zueinander.
Also gilt:

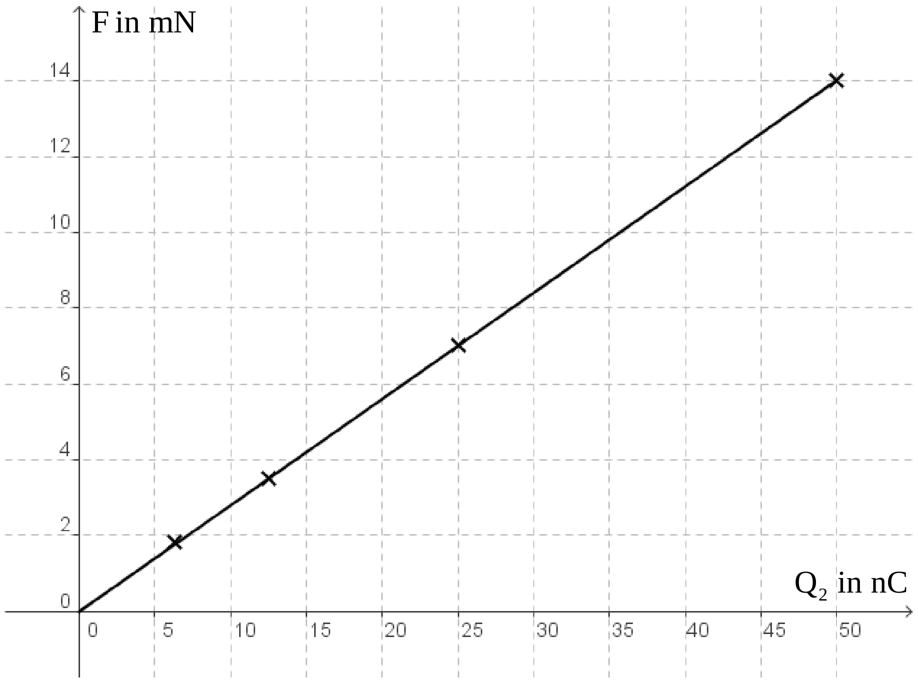
$$F \sim \frac{1}{r^2}$$

Versuch 2: Der Abstand der beiden Kugelmittelpunkte und der Betrag der Ladung Q_1 bleiben konstant $(r = 4{,}0\,\text{cm})$, es wird lediglich der Betrag der Ladung Q_2 verändert. Dazu verwendet man eine gleich große dritte Kugel, die zunächst neutral ist. Berührt man mit dieser dritten Kugel die Kugel K_2, so verteilt sich die Ladung der Kugel K_2 auf beide Kugeln. Trennt man die beiden Kugeln, so hat sich die Ladung der Kugel K_2 halbiert. ...

Messwerttabelle:

Q_2 in nC	50	25	12,5	6,3
F in mN	14,0	7,0	3,5	1,8

Da mit kleiner werdender Ladung Q_2 sich auch der Kraft F verkleinert vermutet man, dass die beiden Größen direkt proportional zueinander sind.
Zeichnen Sie nun ein Q_2-F-Diagramm



Ergebnis: Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit erhält man im Q_2-F-Diagramm eine Ursprungshalbgerade, somit sind die beiden Größen direkt proportional zueinander.
Also gilt:

$$F \sim Q_2$$

Versuch 3: (Gedankenversuch) Vertauscht man die Ladungen Q_1 und Q_2 und führt den Versuch 2 erneut aus, so erhält man als Ergebnis:

$$F \sim Q_1$$

Zusammenfassung der Versuchsergebnisse:

$$\left.\begin{array}{l} F \sim \frac{1}{r^2} \\ F \sim Q_2 \\ F \sim Q_1 \end{array}\right\} \Rightarrow F \sim \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Dabei ist k eine Proportionalitätskonstante, sie beschreibt die Kraftwirkung zwischen zwei punktförmigen Ladungen.

Genaue Messungen der Kräfte und Ladungen ergeben:

$$k = 8{,}99 \cdot 10^9 \, \tfrac{\text{Vm}}{\text{As}} = 8{,}99 \cdot 10^9 \, \tfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

Später kann gezeigt werden, dass für die Proportionalitätskonstante k gilt:

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Somit lautet das Coulombgesetz für punktförmige Ladungen im Vakuum:

$$\boxed{F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}}$$

mit der elektrischen Feldkonstanten: $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \, \tfrac{\text{As}}{\text{Vm}}$

Die Richtung der Coulombkraft hängt von der Art der Ladungen ab. Dabei gibt es zwei Fälle.

- Sind die beiden Ladungen gleich geladen, so stoßen sie sich ab.

$$F_C > 0$$

- Sind die beiden Ladungen entgegengesetzt geladen, so ziehen sie sich an.

$$F_C < 0$$

Aufgaben

6.1 Berechne den Betrag der elektrischen Kraft zwischen Atomkern und Elektron bei einem Wasserstoffatom! (Geg.: $r_1 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\text{m}$)

6.2 Vergleiche den Wert von 1.1 mit der Gravitationskraft zwischen Atomkern und Elektron! Welche Folgerung kann man daraus ziehen?

6.3 Mit welcher Bahngeschwindigkeit v umkreist das Elektron den Atomkern?

6.4 Wie viele Umläufe um den Atomkern vollzieht das Elektron in einer Sekunde?

6.5 **(2006 Aufgabe I Nr. 2.3)** Nach dem Bohr´schen Atommodell kann das Elektron den Atomkern nur auf bestimmten Bahnen umlaufen. Für den Radius r_n einer solchen Kreisbahn gilt: $r_n = r_1 \cdot n^2$ mit $n \in \mathbb{N}$.

Bewegt sich das Elektron auf einer Kreisbahn mit dem Radius r_n $\left(r_n = r_1 \cdot n^2\right)$, so besitzt es die kinetisch Energie $E_{kin,n}$. Zeigen Sie, dass gilt:

$$E_{kin,n} = 2,2 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J} \cdot \frac{1}{n^2}$$

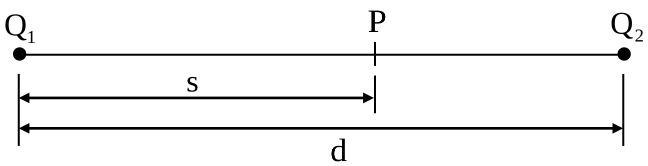
7.0 Zwei Massenpunkte mit den Massen $m_1 = m_2 = 1,00 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}$ tragen die Ladungen $Q_1 = 1,00 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{C}$ und Q_2.

7.1 Wie groß muss Q_2 sein, damit sich Gravitationskraft und elektrische Kraft gegenseitig aufheben?

7.2 Für welchen Abstand gilt dieses Kräftegleichgewicht?

8. Zwei Kugeln mit den Massen $m_1 = m_2 = 1,00 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}$ sind an Fäden mit je der Länge $\ell = 1,00\,\mathrm{m}$ an einem gemeinsamen Aufhängepunkt befestigt. Sie tragen dieselbe elektrische Ladungsmenge gleichen Vorzeichens. Die Kugeln haben wegen der elektrostatischen Abstoßung den Abstand $d = 0,200\,\mathrm{m}$ voneinander. Berechnen Sie den Betrag der sich auf den Kugeln befindenden Ladungsmenge!

9. Gegeben sind zwei positive Ladungen $Q_1 = 8,5\,\mathrm{nC}$ und $Q_2 = 5,5\,\mathrm{nC}$. Auf der Verbindungsstrecke der beiden Ladungen befindet sich im Abstand $s = 10,0\,\mathrm{cm}$ von der Ladung Q_1 ein Punkt P, in dem die elektrische Feldstärke null ist.
Berechnen Sie den Abstand der beiden Punktladungen.



10. **1996 Aufgabe III**

1.0 Die Abhängigkeit des Betrags der Coulombkraft $\vec{F}_C$ von den Punktladungen Q_1, Q_2 und ihrem Abstand r im Vakuum wird durch das Coulombgesetz

$$\left|\vec{F}_C\right| = F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\left|Q_1 \cdot Q_2\right|}{r^2}$$

erfasst, wobei $\varepsilon_0 =$ elektrische Feldkonstante.

1.1 Beschreiben Sie anhand einer beschrifteten Skizze einen geeigneten Versuchsaufbau, mit dem die Abhängigkeit des Betrags der Coulombkraft F_C vom Abstand r untersucht wird.

1.2.0 Im Versuch 1.1 ergibt sich für $Q_1 = Q_2 = 27\,\mathrm{nC}$ die folgende Messreihe:

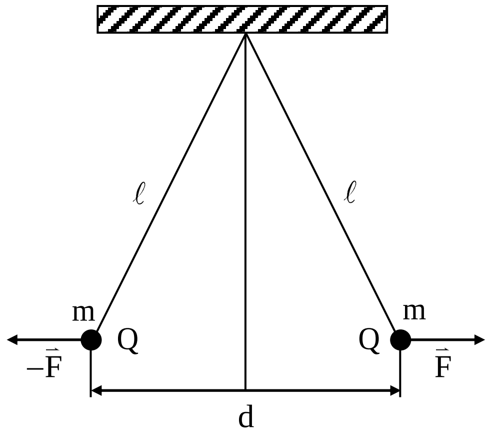
Messung Nr.	1	2	3	4
r in cm	4,0	5,0	6,0	7,0
F_C in mN	4,0	2,6	1,8	1,4

1.2.1 Ermitteln Sie durch graphische Auswertung der Messreihe die Abhängigkeit des Betrags der Kraft F_C vom Abstand r.

1.2.2 Geben Sie diese Abhängigkeit in Form einer Gleichung an, und bestimmen Sie die auftretende Proportionalitätskonstante k mit Hilfe des Diagramms von Aufgabe 1.2.1.

1.2.3 Berechnen Sie aus der Konstanten k die elektrische Feldkonstante.

1.3.0 Im Vakuum befinden sich zwei identische Metallkugeln (Masse $m = 0,50\,\mathrm{g}$), welche die gleiche Ladung Q tragen. Sie sind an zwei gleich langen Fäden (Pendellänge $\ell = 1,00\,\mathrm{m}$) befestigt und an demselben Aufhängepunkt angebracht. Auf die geladenen Kugeln wirkt unter anderem die Abstoßungskraft $\vec{F}$ bzw. $-\vec{F}$.
In der Gleichgewichtslage beträgt der Mittelpunktsabstand der Kugeln $d = 16\,\mathrm{cm}$ (s. Skizze). Die Abmessungen der Kugeln sind zu vernachlässigen.



1.3.1 Berechnen Sie – ausgehend von einem Kräfteplan, der die auf eine geladene Metallkugel einwirkenden Kräfte enthält – den Betrag der Abstoßungskraft $\vec{F}$ bzw. $-\vec{F}$.
$\left[\text{Ergebnis}: F = 0,39\,\mathrm{mN}\right]$

1.3.2 Berechnen Sie den Betrag der Ladung, die eine der beiden Kugeln trägt.

12.3 Elektrische Feldstärke

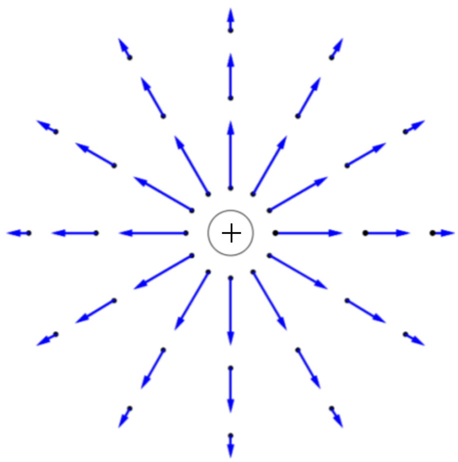
Hat man eine Ladung Q und bringt in deren Nähe eine zweite Ladung q so erfährt die zweite Ladung eine abstoßende bzw. anziehende Kraft F_C. Da diese Kraft an jeder Stelle in einer Umgebung der Ladung Q wirkt nennt man deshalb den Raum, in dem die Coulombkraft einer Ladung wirksam ist, das <u>elektrische Feld</u> der Ladung Q.
Das Vorhandensein einer Ladung Q „bewirkt" somit ein elektrisches Feld. Die Ladung q in der Nähe der Ladung Q spielt für das elektrische Feld der Ladung Q keine Rolle (falls $q \ll Q$). Vielmehr ist die Ladung q nur von Bedeutung wenn es um die wirkenden Kräfte zwischen den beiden Ladungen geht.
Da nun die Ladung q keine Rolle für das elektrische Feld spielt muss es aber eine feldbeschreibende, von q unabhängige, Größe geben.
Die <u>elektrische Feldstärke</u> E beschreibt das elektrische Feld einer Ladung Q, für sie gilt:

$$E = \frac{F_C}{q} = \frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

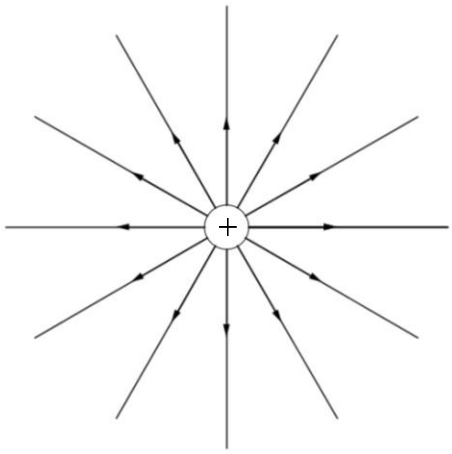
Die elektrische Feldstärke ist eigentlich ein Vektor der in Richtung der Coulombkraft zeigt falls eine (positive) Ladung q vorhanden wäre.

Es gilt: $[E] = 1\frac{N}{C}$

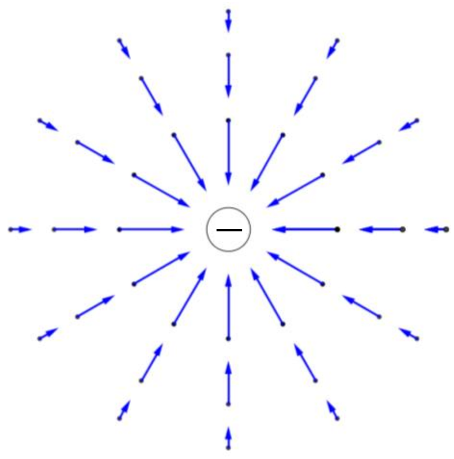
Das elektrische Feld einer Ladung Q kann nun graphisch durch die Angabe von Vektorpfeilen an verschieden Punkten im Raum veranschaulicht werden. Die Probeladung q ist dabei stets positiv. D.h. dass die positive Ladung q von der ebenfalls positiven Ladung Q abgestoßen wird. Somit zeigt der Feldstärkevektor von der positiven Ladung Q weg. Das gilt für alle Richtungen in der Umgebung einer (kugelförmigen) Ladung Q



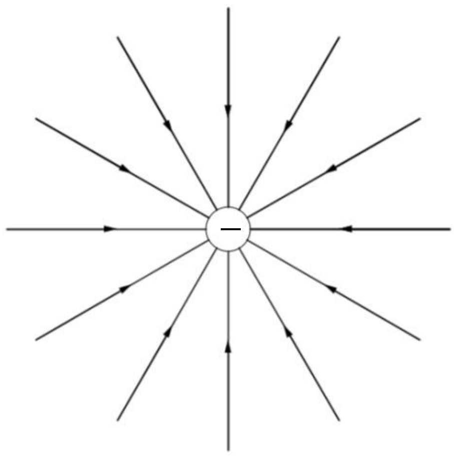
Auf diese Art und Weise erhält man ein Bild von Linien entlang welcher sich eine (positive) Probeladung q bewegen würde. Man nennt dieses Bild auch Feldlinienbild der positiven Ladung Q.



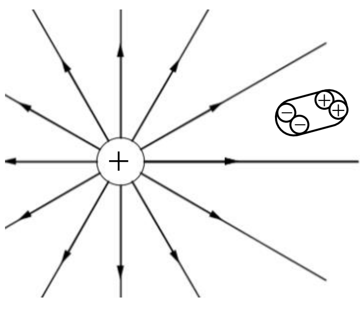
Bei einer negativen Ladung Q sieht das dann so aus:



Feldlinienbild der negativen Ladung Q:



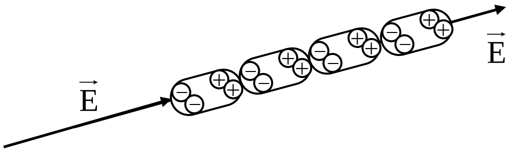
12.4 Influenz



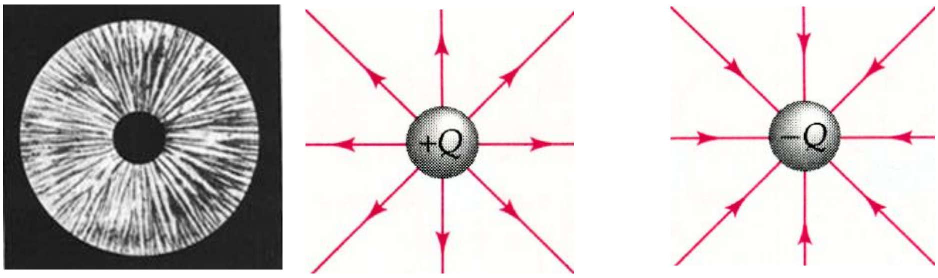
Bringt man einen elektrisch neutralen metallischen Körper in ein elektrisches Feld so werden von der positiven felderzeugenden Ladung die beweglichen Leitungselektronen angezogen. Diese sammeln sich an der der Ladung Q zugewandten Seite. An der entgegengesetzten Seite herrscht nun Elektronenmangel, diese ist somit positiv geladen.
Die Feldlinien der felderzeugenden Ladung Q enden z. T. auf dem Körper, und die Feldkräfte halten die getrennten Ladungen an der Oberfläche des Leiters gebunden.
Diesen geschilderten Vorgang der Ladungstrennung in einem elektrischen Feld bezeichnet man als elektrische Influenz.
Entfernt man den Körper aus dem Feldbereich so verteilen sich die Ladungen wieder in der ursprünglichen Weise. Die Wirkung der Influenz ist also nur vorübergehend, solange der Feldeinfluss besteht.

12.5 Feldlinienbilder

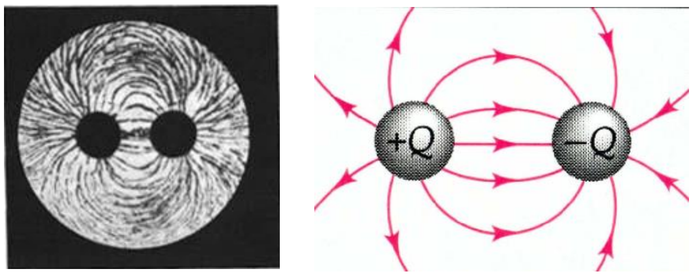
Um die Feldlinienbilder verschiedener Ladungsverteilungen zu veranschaulichen verteilt man gleichmäßig Grießkörner in einer Schale mit Rizinusöl. Setzt man nun verschieden geformte Elektroden in die Schale ein und lädt sie mit einer Hochspannungsquelle auf, so reihen sich die Grießkörner auf Grund der elektrischen Influenz mit ihren entgegengesetzt geladenen Enden kettenförmig aneinander. Somit lassen sich die Feldlinien verschiedener Ladungen sichtbar machen.



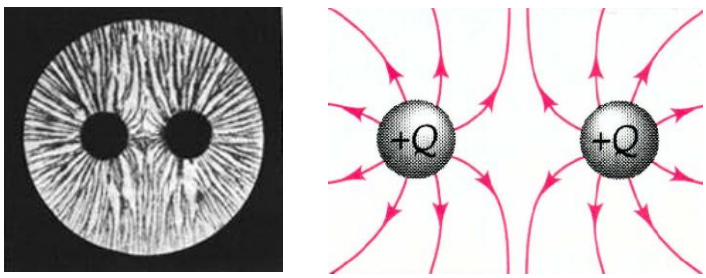
1. Elektrisches Feld einer punktförmigen Ladung



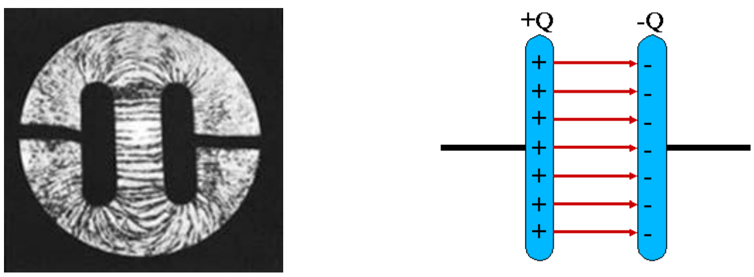
2. Elektrisches Feld zweier ungleich geladener Kugeln



3. Elektrisches Feld zweier gleich geladener Kugeln

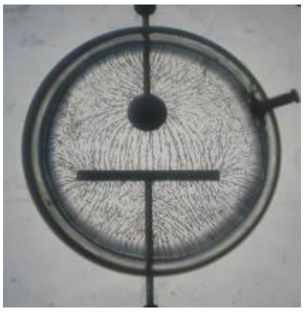


4. Elektrisches Feld zweier ungleich geladener planparallelen Platten (Plattenkondensator)

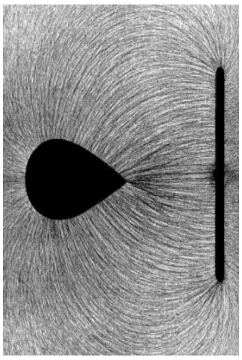


Da hier die Feldlinien parallel verlaufen spricht man hier auch von einem homogenen elektrischen Feld. Für die elektrische Feldstärke gilt: $E = \text{konst.}$

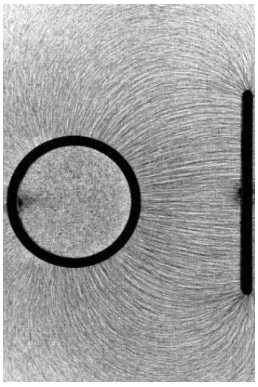
5. Elektrisches Feld einer positiv geladener Metallkugel mit geerdeter Metallplatte



6. Elektrisches Feld zwischen einer geladenen Spitze und einer entgegengesetzt geladenen Metallplatte



7. Elektrisches Feld zwischen einem geladenen Ring und einer entgegengesetzt geladenen Metallplatte



Zusammenfassung:

- Die betrachteten Felder sind elektrostatische Felder (Ladungen ruhen).
- Die Feldlinien beginnen auf der positiven und enden auf der negativen Ladung (willkürliche Festlegung), sie haben also Anfang und Ende.
- Die positiven Ladungen werden als Quellen, die negativen als Senken des elektrostatischen Feldes bezeichnet. Da es keine geschlossenen Feldlinien gibt, wird das elektrostatische Feld als wirbelfreies Feld bezeichnet.
- Die Feldlinien sind gedachte Linien, welche die Richtung der wirkenden Kräfte auf eine ins Feld gebrachte Probeladung angeben.

- Positive Ladungen bewegen sich in Richtung der Feldlinien, negative Ladungen bewegen sich der Feldlinienrichtung entgegen.
- Je dichter die Feldlinien in einem Gebiet verlaufen, desto stärker ist dort die Kraftwirkung.
- Feldlinien schneiden sich nicht.
- Die Feldlinien beginnen und enden senkrecht auf der Leiteroberfläche
- Das innere eines Leiters ist feldfrei (Abschirmung – Faraday-Käfig).

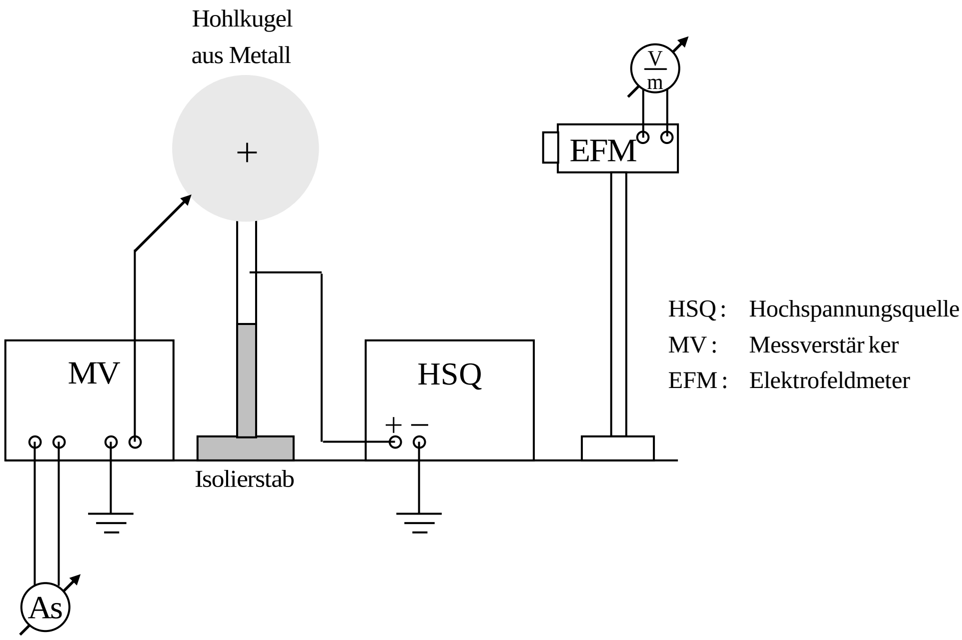
12.6 Experimentelle Untersuchung der elektrischen Feldstärke einer radialsymmetrischen Ladung

Nach 11.3 gilt für die elektrische Feldstärke E im radialsymmetrischen Feld

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$$

In einem Versuch soll nun die Abhängigkeit des Betrages E der elektrischen Feldstärke von der Ladung Q einer Hohlkugel (felderzeugende Ladung) und von der Entfernung r vom Kugelmittelpunkt untersucht werden. (vgl. AP 2007 AII)

Versuchsaufbau:



Versuchsbeschreibung:
Auf eine Hohlkugel mit dem Radius R wird über eine Hochspannungsquelle (HSQ) eine Ladungsmenge Q aufgebracht. Die Ladung Q erzeugt im Außenraum der Hohlkugel ein radialsymmetrisches elektrisches Feld. Mit Hilfe eines Elektrofeldmeters wird die elektrische Feldstärke E im Abstand r vom Mittelpunkt $(r > R)$ der Hohlkugel direkt gemessen.

Der Betrag der Ladung Q kann nach erfolgter Messung über einen Messverstärker (MV) ermittelt werden.

Versuchsdurchführung:
Bei der Durchführung des Versuchs erhält man die folgenden Messergebnisse:

Messung Nr.	1	2	3	4	5	6	7
Q in 10^{-9} As	15,0	15,0	15,0	15,0	7,5	3,8	1,9
r in cm	10,0	12,0	16,0	20,0	12,0	12,0	12,0
E in $\frac{kV}{m}$	13,5	9,4	5,3	3,4	4,5	2,3	1,3

Versuchsauswertung: (angelehnt an die AP 2007 AII Aufgaben 1.1 – 1.2.4)

a) Geben Sie die Nummern derjenigen Messungen an, in denen die Abhängigkeit des Betrages E der elektrischen Feldstärke von der Ladung Q untersucht wird.
Ermitteln Sie rechnerisch wie E von Q abhängt.

b) Ermitteln Sie durch graphische Auswertung der Messreihe, wie E von r abhängt.

c) Geben Sie den Zusammenhang zwischen E und r in Form einer Gleichung an und bestimmen Sie die dabei auftretende Konstante k aus dem Diagramm von Teilaufgabe b).

d) Bestimmen Sie nun mit Hilfe der Konstanten k die elektrische Feldstärke ε_0.

Aufgaben:

11.0 Eine Hohlkugel mit dem Radius $R = 3,0\,\text{cm}$ trägt die Ladung Q. In einer Entfernung von $r_1 = 53,0\,\text{cm}$ vom Kugelmittelpunkt wird eine elektrische Feldstärke $E_1 = 170\,\frac{N}{C}$ gemessen.

11.1 Berechnen Sie den Betrag der Ladung Q.

11.2 Berechnen Sie welche elektrische Feldstärke E_2 in einer Entfernung $r_2 = 110\,\text{cm}$ gemessen werden kann.

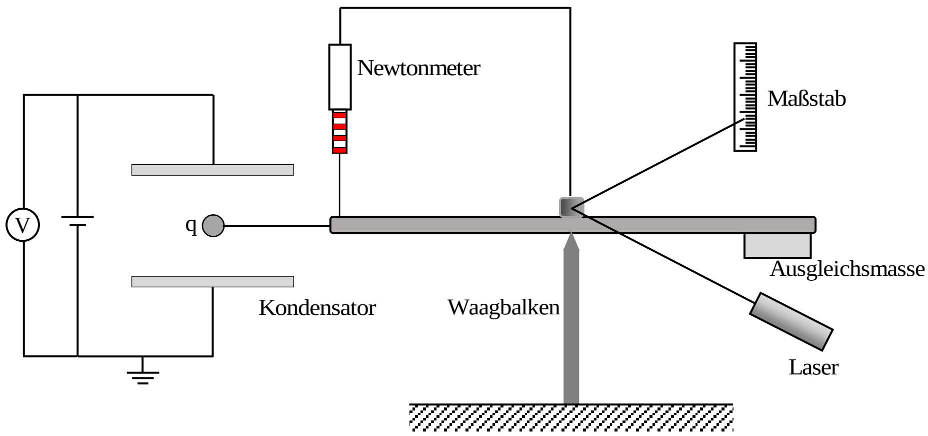
11.3 Begründen Sie inwiefern sich die elektrische Feldstärke ändern würde, wenn die Kugel mit der Ladung Q den Radius $R = 5,0\,\text{cm}$ haben würde?

12.7 Experimentelle Untersuchung der elektrischen Feldstärke im Kondensator

Wir haben (in 11.5) gesehen, dass im Inneren eines Plattenkondensators die elektrischen Feldlinien parallel verlaufen. Diesen wollen wir nun durch einen Versuch bestätigen.

Versuch : Messung der Kraft F_C auf eine Probeladung q im Inneren eines Plattenkondensators.

Versuchsaufbau:



Versuchsbeschreibung:
Eine Metallkugel befindet sich an einem Isolierstab, der an einem Waagbalken befestigt ist. Mithilfe der verschiebbaren Ausgleichsmasse bringt man die Waage ins Gleichgewicht. Das Kraftmessgerät wird so eingestellt, das es keine Kraft anzeigt. Die Lage des reflektierten Laserstrahls am Maßstab wird reflektiert.
Die obere Platte des Kondensators wird nun über eine Spannungsquelle positiv geladen, die untere Platte ist dabei geerdet. Die ungeladene Metallkugel erfährt im elektrischen Feld des Kondensators keine Auslenkung und somit auch keine Kraft.
Nun wird die Waage soweit nach oben ausgelenkt, dass die Kugel die obere Platte des Kondensators berührt. Dabei wird sie positiv geladen. Da nun der reflektierte Laserstrahl seine Lage ändert lässt sich folgern, dass auf die Ladung q eine abstoßende Kraft wirkt. Nun wird der Aufhängefaden des Kraftmessgeräts soweit verkürzt, bis der reflektierte Laserstrahl wieder in seine Ruhelage zurückgekehrt ist. Die Kraft F kann am Kraftmessgerät abgelesen werden.
Wird nun die Metallkugel mit einer zweiten (identischen) Metallkugel berührt, wobei sich die Ladungsmenge q gleich auf beide Kugeln auf verteilt. Mithilfe eines Ladungsmessgeräts (MV) kann die Ladung $\frac{1}{2}q$, welche sich auf der zweiten Kugel befindet gemessen werden.

Die ursprüngliche Ladungsmenge q hatte dann den doppelten Wert.

Dabei erhält man die Ladungsmenge $q = 5,0 \cdot 10^{-6}\,C$.

Nun wird nach und nach durch Wiederholen dieses Vorgangs die Ladungsmenge q halbiert und die jeweilige Kraft F am Kraftmessgerät abgelesen. Dabei erhält man folgende Messwerte:

q in 10^{-6} C	5,0	2,5	1,25	
F in 10^{-3} N	61	30	15	
$\frac{F}{q}$ in $10^{3}\,\frac{N}{C}$	12,2	12,0	12,0	

Folgerung: Im Rahmen der Messgenauigkeit ist der Quotient $\frac{F}{q} = \text{konst.}$

Die elektrische Feldstärke E ist der Quotient aus der Kraft F, die ein positiv geladener Körper mit der Ladung q in einem elektrischen Feld erfährt. Es gilt:

$$E = \frac{F}{q}$$

Für die Einheit der elektrischen Feldstärke E gilt: $[E] = 1\,\frac{N}{C}$

Bemerkung: Die elektrische Feldstärke E ist ein Vektor in Richtung der elektrischen Feldlinien.

Zusatzversuch: Verschiebt man nun den Kondensator in horizontaler und/oder vertikaler Richtung, so ändert sich an der Lage des reflektierten Laserstrahls nichts.
Folgerung: Die auf eine Probeladung im Inneren eines Plattenkondensators ausgeübte Kraft ist an jeder Stelle im Inneren des Kondensators gleich groß. Somit ist, da

$$E = \frac{F}{q} = \text{konstant} \quad \text{(F und q sind konstant)}$$

die elektrische Feldstärke E an jeder Stelle im Inneren des Kondensators ebenfalls gleich groß. Daher nennt man das elektrische Feld im Inneren eines Plattenkondensators auch ein homogenes Feld. Die Feldlinien verlaufen parallel!

Aufgaben

12.0 Die elektrische Feldstärke eines Plattenkondensators beträgt $E = 7,5 \cdot 10^{4}\,\frac{N}{C}$, der Plattenabstand beträgt $d = 5,0\,\text{cm}$.

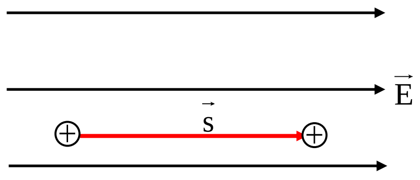
12.1 Bestimmen Sie die Kraft die eine Ladung von $q = 7,5 \cdot 10^{-9}\,\text{C}$ im elektrischen Feld des Kondensators erfährt.

12.2 Berechnen Sie die Arbeit die nötig ist, um die Ladung von einer Platte zur anderen zu befördern.

13. Ein Plattenkondensator ist so aufgestellt, dass die Feldlinien vertikal von oben nach unten verlaufen. Die elektrische Feldstärke beträgt $E = 4,5 \cdot 10^{4}\,\frac{N}{C}$.
In den Feldraum des Kondensators bringt man eine kleine geladene Kugel, dessen Masse genau $m = 0,025\,\text{g}$ beträgt. Berechnen Sie die Ladung der Kugel, wenn diese schwebt. Welche Ladung trägt die Kugel?

12.8 Verschiebearbeit im homogenen elektrischen Feld $(E = \text{konst.})$

Verschiebt man eine positiven Probeladung q in einem homogenen Feld der Feldstärke $\vec{E}$ um die Strecke $\vec{s}$, so gilt für die Verschiebearbeit:



$W = -\vec{F}_C \circ \vec{s}$ mit $\vec{F}_C = q \cdot \vec{E}$

$W = -q \cdot \vec{E} \circ \vec{s}$

$W = -q \cdot E \cdot s \cdot \cos\left(\sphericalangle\left(E; s\right)\right)$ mit $\sphericalangle\left(\vec{E}; \vec{s}\right) = 0°$

$W = -q \cdot E \cdot s$

$$\boxed{W = -q \cdot E \cdot s}$$ Verschiebearbeit im homogenen Feld

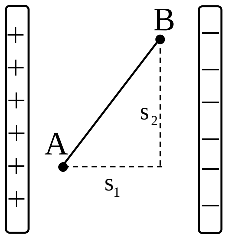
Erklärung für das Minuszeichen:

Die Arbeit W ist allgemein definiert als $W = \vec{F} \circ \vec{s}$
Betrachtet man nun eine Masse m, welche sich in der Höhe h über der Erdoberfläche befindet. Würde man sie loslassen (sich also selbst überlassen), so würde sie in Richtung Erde fallen. Die Anziehungskraft wird dabei von der Erde erzeugt und wohin sich auch die Masse m bewegt.
Betrachtet man jetzt eine (positive) Ladung q im elektrischen Feld, so würde sich die Ladung in Richtung der Feldlinien, also in Richtung der negativen Ladung bewegen. Da aber die Feldlinien von der positiven Ladung (Quellen) erzeugt werden bewegt sich die Ladung q entgegengesetzt der felderzeugenden Ladung. Da aber Q und q, genauso wie M und m, gleiches Vorzeichen haben benötigt man ein Minuszeichen, um die technologische Definition der Verschiebearbeit aufrecht zu erhalten.

Bemerkung: Eine Verschiebearbeit ist nur dann zu verrichten, wenn die Ladung q parallel zu den Feldlinien des elektrischen Feldes $\vec{E}$ verschoben wird.

Aufgaben

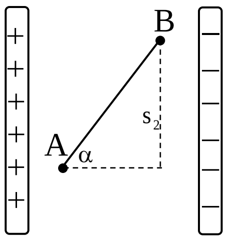
14.0 Im Innenraum eines Plattenkondensators herrscht ein homogenes Feld mit der elektrischen Feldstärke $E = 2{,}5 \cdot 10^5 \, \frac{N}{C}$. Die Ladung q soll im Kondensator von A nach B verschoben werden. Berechnen Sie jeweils die Verschiebearbeit W.

14.1 

$s_1 = 2{,}0 \text{ cm}$

$s_2 = 3{,}0 \text{ cm}$

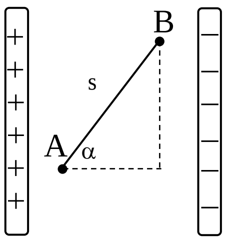
$q = 1{,}5 \cdot 10^{-9} \text{C}$

14.2 

$\alpha = 65°$

$s_2 = 3{,}0 \text{ cm}$

$q = -1{,}5 \cdot 10^{-9} \text{C}$

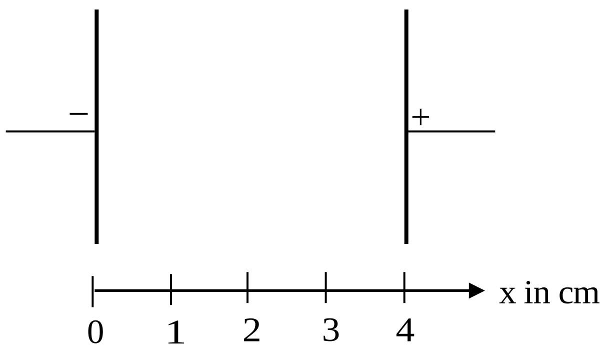
14.3 

$\alpha = 60°$

$s = 5{,}0 \text{ cm}$

$q = -e$

15.0 Im Innenraum eines Plattenkondensators herrscht ein homogenes Feld mit der elektrischen Feldstärke $E = 1{,}0 \cdot 10^5 \, \frac{N}{C}$. Die Platten haben einen Abstand von $d = 4{,}0 \text{cm}$. Ein Körper mit der Ladung $q = 1{,}0 \text{nC}$ soll von der negativen Platte zur positiven Platte verschoben werden.



15.1 Stellen Sie die potentielle Energie E_{pot} der Ladung q in Abhängigkeit vom Abstand x graphisch dar, wenn das Nullniveau der potenziellen Energie auf der negativen Platte liegt.

15.2 Der Körper mit der Ladung q wird bei $x = d$ aus dem Ruhezustand freigegeben. Berechnen Sie die Auftreffgeschwindigkeit v_E auf der negativ geladenen Kondensatorplatte und die Flugdauer t_F des Körpers, wenn dieser die Masse $m = 2{,}0 \mu g$ hat.

12.9 Das elektrische Potential ρ

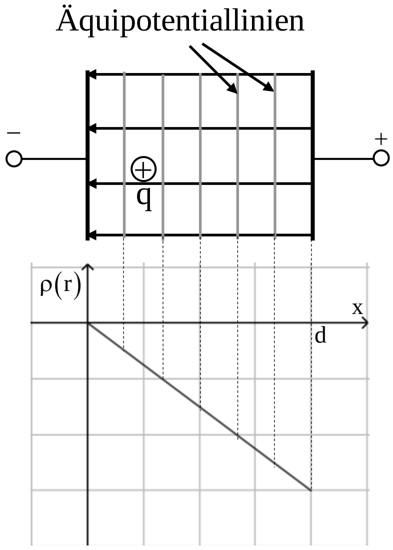
Wie wir im vorigen Abschnitt gesehen haben kann einer Probeladung q in jedem Punkt P eines elektrischen Feldes $\vec{E}$ einer felderzeugenden Ladung Q eindeutig eine potentielle Energie $E_{pot}(x) = -qEx$ zugeordnet werden. Dabei liegt das Nullniveau der potentiellen Energie auf der negativ geladenen (geerdete) Platte.
Bildet man nun, wie schon bei der elektrischen Feldstärke E, den Quotienten aus der potentiellen Energie E_{pot} und der Probeladung q, so erhält man das elektrische Potential ρ an der Stelle x (also im Abstand x von der negativ geladenen Platte)

$$\rho(x) = \frac{E_{pot}(x)}{q} = \frac{-qEx}{q} = -Ex$$

Es gilt: $[\rho] = 1\frac{J}{C} = 1\frac{Nm}{As} = 1\frac{\frac{kg\cdot m}{s^2}\cdot m}{As} = \frac{kg\cdot m^2}{As^3} = 1V\,(\text{Volt})$

Man erhält so eine (skalare) feldbeschreibende Größe, die von der Probeladung q unabhängig ist. Das Potential hängt somit nur von der elektrischen Feldstärke E (im Plattenkondensator ist $E = \text{konst.}$) und der Entfernung x der Ladung q von der negativen Platten ab.

Somit folgt für das Potential:



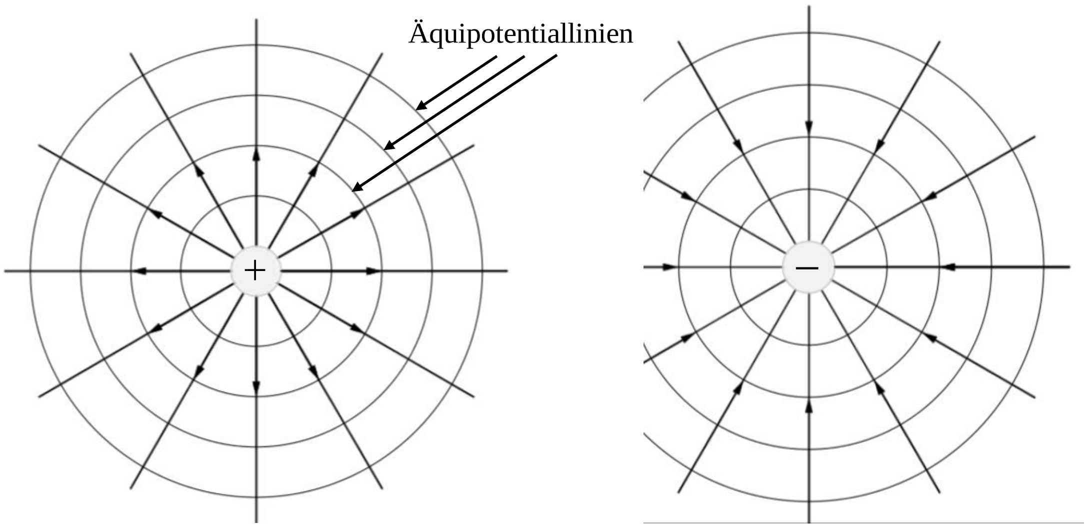
Verbindet man alle Punkte eines elektrischen Feldes mit gleichem elektrischem Potential, so erhält man die „Äquipotentiallinien“ bzw. „Äquipotentialflächen“.

Im radialsymmetrischen Feld gilt für das elektrische Potential:

$$\rho = \frac{E_{pot}}{q} = \frac{\frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

falls das Nullniveau im Unendlichen liegt $\left(\rho(r \to \infty) = 0\,V\right)$.
Dies realisiert man in der Technik dadurch, dass jeder mit der „Erde“ leitend verbundene Punkt das Potential null hat.
Verbindet man alle Punkte eines elektrischen Feldes mit gleichem elektrischem Potential, so erhält man die „Äquipotentiallinien“ bzw. „Äquipotentialflächen“.

Der Potentialverlauf im radialsymmetrischen elektrischen Feld sieht dann so aus:

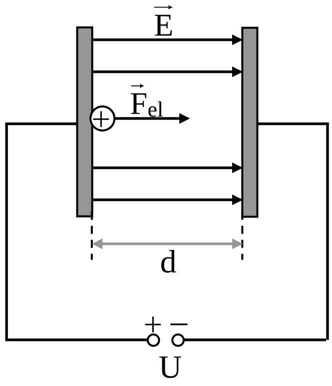


Man zeichnet hier zwar Äquipotentiallinien, aber in Wirklichkeit handelt es sich hier um Äquipotentialflächen (Kugelschalen).
Man stellt fest, dass das Potenzial in Richtung der positiven Ladung hin zunimmt.
Im Innenraum einer Hohlkugel mit dem Radius r_0 ist das Potenzial gleich dem Potenzial an der Oberfläche und ist somit konstant. $\left(\rho(r) = \rho(r_0) \text{ für } r \le r_0\right)$

Aufgabe

16. Ein Plattenkondensator mit dem Plattenabstand $d = 5,0\text{cm}$ besitzt die elektrische Feldstärke $E = 4,2 \cdot 10^6\,\frac{N}{C}$. Zeichnen Sie das zugehörige $x-\rho-$Diagramm.

12.10 Zusammenhang von elektrischer Feldstärke und Spannung eines Plattenkondensators



An die positive Platte eines Kondensators, der mit einer Stromquelle der Spannung U verbunden ist, wird ein zunächst elektrisch neutrales Teilchen gebracht. Das Teilchen nimmt beim Berühren der Platte die positive Ladung q auf. Die Feldkraft $\vec{F}$ beschleunigt dann dieses Teilchen zur negativen Platte, wo es die Ladung q an diese Platte und damit an die Stromquelle abgibt. Im Stromkreis ist damit die Ladung q geflossen.
Wird die Ladung q aufgrund der Spannung U vom Pluspol zum Minuspol transportiert, dann wird die elektrische Arbeit

$$W_{12} = U_{12} \cdot q = U \cdot q \quad \left(\text{da } U_{12} = \tfrac{W_{12}}{q} = U\right)$$

verrichtet.

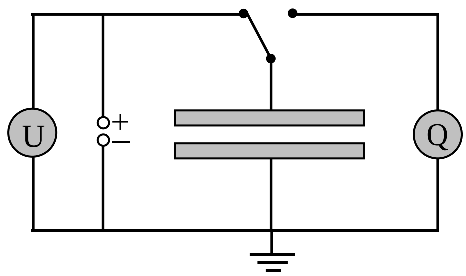
Diese Arbeit ist aber gleich der vom Feld verrichteten Arbeit $W_{12} = F_{el} \cdot d = qEd$.
Setzt man beide gleich, so folgt:

$$qEd = Uq$$

$$\boxed{E = \frac{U}{d}}$$ Elektrische Feldstärke im homogenen Feld eines Plattenkondensators

Damit lässt sich für das homogene Feld eines Plattenkondensators der Betrag E der elektrischen Feldstärke aus der angelegten Spannung U und dem Plattenabstand d berechnen.

12.11 Kapazität eines Kondensators



Wir legen in einem Versuch Gleichspannung U an einen Kondensator. Die am Minuspol angeschlossene Platte wird geerdet, wodurch erreicht wird, dass die gesamte Kondensatorladung auf der positiven Platte sitzt.
Trennt man nun den Kondensator von der Stromquelle und entlädt sie über ein Ladungsmessgerät (MV), so kann die Ladungsmenge Q der positiven Platte ermittelt werden.

Durch Variation der angelegten Spannung ergeben sich folgende Werte (der Plattenabstand $d = 0{,}5\,\text{mm}$ ist bei allen Messungen konstant):

U in V	30	40	50	60
Q in 10^{-8} C	4,6	6,2	8,0	9,8

Tragen Sie obige Messwerte in ein $U-Q-$Diagramm ein. Was folgern Sie daraus?
Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit liegen die Messwerte auf einer Ursprungshalbgeraden, somit folgt: $Q \sim U$, also $\frac{Q}{U} = \text{konstant}$.

Diese Konstante charakterisiert das Speichervermögen des benutzten Kondensators für elektrische Ladungen und wird deshalb **Kapazität** C genannt. Je größer sie ist, umso mehr Ladungen kann man bei gleicher Spannung auf den Kondensator bringen.

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}}$$ Definition der Kapazität

$\left[C\right] = 1\frac{C}{V} = 1\frac{As}{V} = 1F\left(1\,\text{Farad}\right)$

Diese Einheit wird zu Ehren von Michael Faraday (1791-1867), engl. Physiker und Chemiker, so genannt.

Da die Einheit $1F$ sehr groß ist, verwendet man bei technischen Kondensatoren meist kleinere Einheiten.

$$1\,\text{Mikrofarad} = 1\mu F = 1\cdot 10^{-6}F$$
$$1\,\text{Nanofarad} = 1nF = 1\cdot 10^{-9}F$$
$$1\,\text{Pikofarad} = 1pF = 1\cdot 10^{-12}F$$

Von welchen „geometrischen“ Größen die Kapazität abhängt wollen wir nun untersuchen.

Zusammenhang zwischen Kapazität und Plattenfläche

Es ist naheliegend, dass die von einem Kondensator aufgenommene Ladung bei konstanter Spannung und konstantem Plattenabstand direkt proportional zu seiner wirksamen Plattenfläche A ist:

$$Q \sim A$$

Man kann sich experimentell von der Gültigkeit dieser Überlegung überzeugen: Verdoppelt man die wirksame Plattenfläche verdoppelt sich auch die Ladung, falls man die angelegte Spannung und den Plattenabstand konstant lässt.

Aus $Q \sim A$ folgt mit $C = \frac{Q}{U}$ bei konstantem U:

$$C \sim A \qquad (1)$$

Zusammenhang zwischen Kapazität und Plattenabstand

Versuch: Man legt an einen Kondensator eine konstante Spannung $U = 80\,V$ und misst die auf den Kondensator fließende Ladung bei verschiedenen Abständen d der Kondensatorplatten (Plattenfläche bleibt ebenfalls konstant).

Dabei erhält man folgende Messergebnisse:

d in mm	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Q in 10^{-8} As	6,6	4,7	3,6	2,9	2,4
$C = \frac{Q}{U}$ in 10^{-10} F	8,3	5,9	4,5	3,6	3,0
$\frac{1}{d}$ in $\frac{1}{mm}$	1,0	0,67	0,50	0,40	0,33

Tragen Sie die Messwerte in ein $\frac{1}{d} - C -$ Diagramm ein. Was folgern Sie daraus?

Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit gilt:

$$C \sim \frac{1}{d} \qquad (2)$$

und somit $C \cdot d = \text{konstant}$
(*Die leichte Zunahme des Produkts liegt vermutlich am zunehmenden Streufeld an den Rändern der Platten; dadurch erhöht sich die Kapazität des Kondensators etwas.)*

Folgerung:

$$\left.\begin{array}{ll} (1) & C \sim A \\ (2) & C \sim \frac{1}{d} \end{array}\right\} \Rightarrow C \sim \frac{A}{d} \Rightarrow C = k \cdot \frac{A}{d}$$

Die Proportionalitätskonstante k lässt sich aus den Messwerten berechnen, wenn man noch die Plattenfläche A bestimmt.
Es folgt:

$$k = ... = \varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

Die Proportionalitätskonstante k hängt nicht vom verwendeten Kondensator ab; sie ist die bereits beim Coulomb-Gesetz vorkommende <u>elektrische Feldkonstante</u> ε_0.

Somit folgt für die Kapazität eines Plattenkondensators.

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}} \qquad \text{Kapazität eines Plattenkondensators}$$

Streng genommen gilt die Konstante ε_0 für die Kapazität eines Plattenkondensators nur für das Vakuum. Durch Luft wird die Kapazität zwischen den Platten aber kaum verändert, wohl aber durch andere Stoffe (Dielektrika).
Bringt man eine Dielektrikum zwischen die Platten eines Plattenkondensators, so erhöht sich dessen Kapazität. Hierfür gilt:

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Der Erhöhungsfaktor ε_r, der vom Dielektrikum abhängt, wird relative Dielektrizitätszahl genannt.
(Dielektrizitätszahlen siehe Formelsammlung Seite 113!)

Aufgabe

17.0 Ein Plattenkondensator mit der Fläche $A = 5{,}0\,\text{dm}^2$ und dem Plattenabstand $d = 4{,}0\,\text{cm}$ ist mit einer Stromquelle der Gleichspannung $U = 100\,\text{V}$ verbunden.

17.1 Berechne die Kapazität des Kondensators, seine Ladung und den Betrag der Feldstärke im homogenen Feld.

17.2 Wie ändern sich Kapazität, Ladung und Betrag der Feldstärke, wenn der Plattenabstand der n-te Teil des ursprünglichen Abstandes wird und der Kondensator mit der Stromquelle verbunden bleibt.
Die ursprünglichen Größen werden jetzt mit C_0, Q_0 und E_0 bezeichnet, die neuen mit

C_1, Q_1 und E_1.

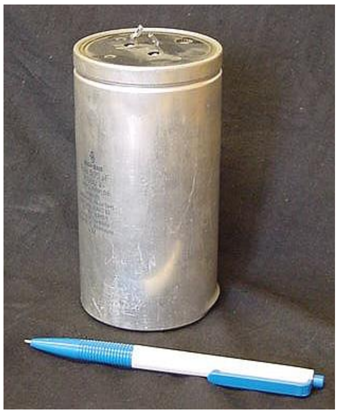
Technische Ausführungen von Kondensatoren

Kondensatoren sind wichtige Bauelemente der Elektrotechnik; sie bestehen wie Plattenkondensatoren im Prinzip immer aus zwei voneinander isolierten Leiterflächen. Zur Erzielung großer Kapazitäten müssen die Leiteroberflächen groß, der Plattenabstand klein und ε_r des verwendeten Dielektrikums möglichst groß sein.

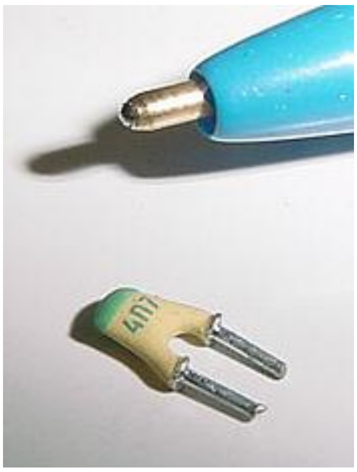
Beispiel:

- Bei Folienkondensatoren bestehen die „Platten“ aus Metallfolien; als Dielektrikum werden Papier- oder Kunststofffolien verwendet. Neuerdings benützt man auch eine Kunststofffolie, auf die auf beiden Seiten Metallschichten aufgedampft werden. Eine Metallschicht erhält einen isolierten Überzug und dann werden die Folien zu Rollen aufgewickelt und in einem kleinen Kunststoffbecher luftdicht vergossen (Kapazitätsbereich: $1\,\text{pF}$ bis $1\,\mu\text{F}$).

- Bei Elektrolytkondensatoren (Elkos) besteht die „positive Platte“ aus einer Aluminiumfolie, die mit einer Oxidschicht (Al_2O_3) als Dielektrikum überzogen ist. Eine Elektrolytflüssigkeit bildet zusammen mit einer weiteren Alufolie die „negative Platte“. Um die Oberfläche noch zu vergrößern werden die Folien durch Ätzen aufgeraut. Zusammen mit einer Isolationsfolie werden die Alufolien aufgewickelt und in einem Alubecher luftdicht verschlossen (Kapazitätsbereich: $1\,\mu\text{F}$ bis $1\,\text{F}$).

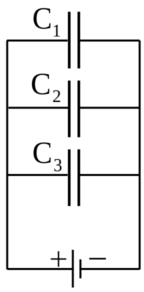


- Bei Keramikkondensatoren werden auf Keramik-Hohlzylinder als Dielektrikum außen und innen Metallschichten aufgedampft; die äußere Metallschicht erhält noch einen isolierenden Überzug (Kapazitätsbereich: $10\,\text{pF}$ bis $0{,}5\,\mu\text{F}$).



12.12 Schaltung von Kondensatoren

1. Parallelschaltung von Kondensatoren



Bei der Parallelschaltung ist die an den Kondensatoren anliegende Spannung U konstant. Es gilt:

$$U = U_1 = U_2 = U_3$$

Die Kondensatorgleichung $Q = C \cdot U$ liefert die sich auf den einzelnen Kondensatoren befindenden Ladungen:

$$Q_1 = C_1U_1 = C_1U$$
$$Q_2 = C_2U_2 = C_2U$$
$$Q_3 = C_3U_3 = C_3U$$

Für die im gesamten „Stromkreis“ sich befindende Ladung Q_{Ges} gilt dann:

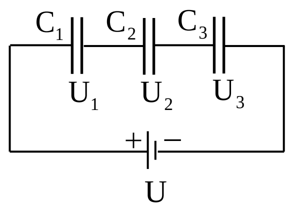
$$Q_{Ges} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1U + C_2U + C_3U = (C_1 + C_2 + C_3) \cdot U = C_{Ges} \cdot U$$

Mit $C_{Ges} = C_1 + C_2 + C_3$

Allgemein gilt für die Parallelschaltung von n Kondensatoren:

$$\boxed{C_{Ges} = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_n}$$

2. Reihenschaltung von Kondensatoren



Bei der Reihenschaltung sind die an den Kondensatoren anliegenden Spannungen unterschiedlich, die Ladungen die sich auf den einzelnen Kondensatoren befinden dagegen gleich. Es gilt:

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

Aus der Kondensatorgleichung $Q = C \cdot U$ folgt für die an den einzelnen Kondensatoren anliegenden Spannungen:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1}$$
$$U_2 = \frac{Q}{C_2}$$
$$U_3 = \frac{Q}{C_3}$$

Die Gesamtspannung U erhält man nun durch Addition der Teilspannungen.

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right) \cdot Q = \frac{Q}{C_{Ges}}$$

Mit $\frac{1}{C_{Ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$

Allgemein gilt für die Reihenschaltung von n Kondensatoren:

$$\boxed{\frac{1}{C_{Ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... + \frac{1}{C_n}}$$

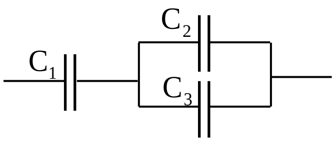
Aufgaben:

18.0 Gegeben sind drei Kondensatoren mit den Kapazitäten $C_1 = 8{,}16\,\text{nF}$, $C_2 = 5{,}44\,\text{nF}$ und $C_3 = 1{,}36\,\text{nF}$.

18.1 Wie muss man die drei Kondensatoren schalten um 1. die größte, 2. die kleinste Kapazität zu erhalten? Wie groß sind diese Kapazitäten?

18.2 Wie viele unterschiedliche Kapazitäten lassen sich aus diesen drei Kondensatoren herstellen, wenn für eine Schaltung immer alle drei Kondensatoren verwendet werden und diese parallel und/oder in Reihe geschaltet werden?

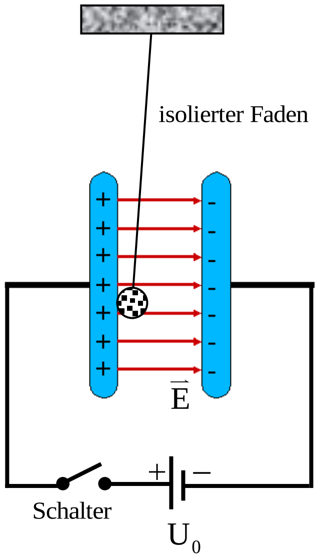
18.3 Berechnen Sie für folgende Schaltung die Gesamtkapazität!



18.4 Für einen Versuch wird ein Kondensator der Kapazität $C = 1{,}20\,\text{nF} \pm 5\%$ benötigt. Wie schaltet man die drei Kondensatoren, um die gewünschte Kapazität zu bekommen? Wie groß ist diese Kapazität?

12.13 Energieinhalt eines Kondensatorfeldes (homogenes Feld)

Versuch:



Versuchsdurchführung:

Ein Kondensator wird über eine Spannungsquelle aufgeladen (Schalter S geschlossen). Nun wird der Kondensator von der Spannungsquelle getrennt (S offen) und zwischen die Platten des Kondensators eine an einem isolierten Faden aufgehängte Metallkugel (Tischtennisball mit Alufolie überzogen) gebracht. Die Kugel wird nun nach links ausgelenkt, so dass sie die linke Platte des Plattenkondensators berührt.

Beobachtung:

Die Metallkugel bewegt sich so lange zwischen den Platten hin und her, bis der Kondensator völlig entladen ist und die Kugel schließlich zum Stillstand kommt.

Erklärung:

Die Metallkugel nimmt an der positiv geladenen Platte die (positive) Ladungsmenge Q_1 auf. Aufgrund der Abstoßungskraft gleichnamiger Ladung erfährt die Kugel eine Kraft nach rechts und bewegt sich zur negativ geladenen Platte. Dort wird die (positive) Ladungsmenge Q_1 an die negativ geladene Platte abgegeben und nimmt die (negative) Ladungsmenge Q_2 auf. Die Kugel bewegt sich nach links und gibt an der positiv geladenen Platte die (negative) Ladungsmenge Q_2 ab und nimmt die (positive) Ladungsmenge Q_3 auf. Obiger Vorgang wiederholt sich jetzt so lange, bis die beiden Platten entladen sind.

Die Bewegungsenergie (kinetische Energie) der Metallkugel wird so dem elektrischen Feld zwischen den Platten entzogen; gleichzeitig wurde dabei der Kondensator entladen.

D.h. die mechanische Arbeit, die für den Ladungstransport der Kugel insgesamt aufgewendet wird, muss nun gleich dem Energieinhalt des elektrischen Feldes zu Beginn des Entladevorgangs sein.

Um nun die Ladungsmenge Q im elektrischen Feld des Plattenkondensators zu verschieben ist die Verschiebearbeit W nötig. Es gilt:

$$W = F \cdot s = Q \cdot E \cdot d = Q \cdot \frac{U}{d} \cdot d = Q \cdot U$$

Doch leider ist diese Überlegung falsch, da beim Entladen weder die Spannung U noch die transportierte Ladungsmenge Q konstant sind.

Deshalb muss man hier etwas anders rechnen.

$$W=\int_{U_{max}}^{0} Q\cdot dU=\int_{U_{max}}^{0} C\cdot U\cdot dU=C\cdot\left[\tfrac{1}{2}U^2\right]_{U_{max}}^{0}=C\cdot\left(0-\tfrac{1}{2}U_{max}^2\right)=-\tfrac{1}{2}CU_{max}^2<0$$

Da hier $W<0$ wird logischerweise Arbeit vom Feld verrichtet.

Für die elektrische Energie E_{el} im Feld eines geladenen Kondensators folgt dann:

$$\left.\begin{aligned} &W=-\tfrac{1}{2}CU^2\\ &W=\Delta E_{el}=\underbrace{E_{el_n}}_{0}-E_{el_v}=-E_{el_v}\end{aligned}\right\}\Rightarrow\quad\boxed{E_{el}=\tfrac{1}{2}CU^2}$$

Speziell für den Plattenkondensator gilt:

$$E_{el}=\tfrac{1}{2}CU^2=\tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\cdot\frac{A}{d}\cdot U^2=\tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\cdot\frac{A}{d}\cdot\left(E\cdot d\right)^2=\tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\cdot\underbrace{A\cdot d}_{=V}\cdot E^2$$

$$C=\varepsilon_0\varepsilon_r\cdot\frac{A}{d}\qquad\qquad E=\tfrac{U}{d}\ \Rightarrow\ U=Ed$$

Somit folgt für den Energieinhalt eines Plattenkondensators:

$$\boxed{E_{el}=\tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r\cdot E^2\cdot V}$$

Aufgaben:

19.1 Welche Energie speichert der Kondensator eines Elektronenblitzgerätes bei $U=600\,V$ und $C=80\,\mu F$?

19.2 Wie groß ist die mittlere Lichtleistung in Watt, wenn die Lampe mit dieser Energie eine Zeit von $t=\frac{1}{500}s$ lange brennt und ca. 15% der Energie in Licht verwandelt werden?

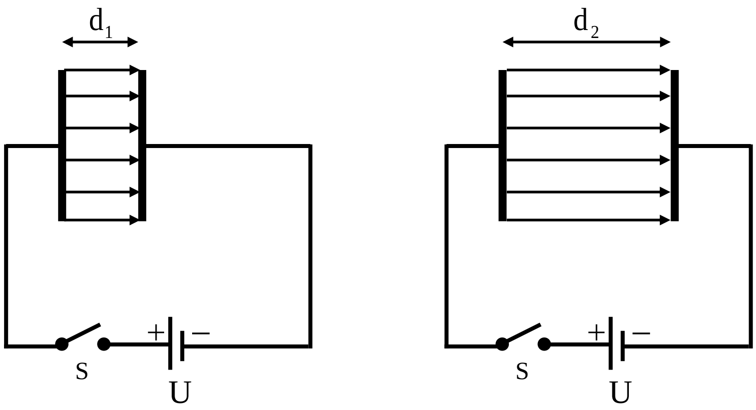
20.0 Zwei Aluminiumfolien der Länge $\ell=3{,}0\,m$ und der Breite $b=5{,}0\,cm$ werden durch Wachspapier der Dicke $d=50\,\mu m$ gegeneinander isoliert und zu einem Blockkondensator aufgewickelt. Dabei werden beide Seiten jeder Folie wirksam.

20.1 Berechnen Sie die Kapazität dieses Kondensators, wenn die relative Dielektrizitätskonstante des Wachspapiers $\varepsilon_r=2{,}4$ ist?

20.2 Welche Ladung und welche Energie speichert der Kondensator bei einer Spannung von $U=200\,V$?

12.14 Kraft zwischen den Kondensatorplatten

Ein Plattenkondensator wird über eine Spannungsquelle U aufgeladen. Nachdem die Spannungsquelle vom aufgeladenen Kondensator getrennt wird werden die Platten des Kondensators gegen die anziehende Kraft auseinandergezogen.



Die auf den Platten befindliche Ladungsmenge Q ist nach dem Trennen von der Spannungsquelle konstant.

$$Q = \text{konst.}$$

Da nun

$$Q = CU = \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{A}{d} U = \varepsilon_0\varepsilon_r A \cdot \frac{U}{d} = \varepsilon_0\varepsilon_r A \cdot E = \text{konst.}$$

muss auch $E = \text{konst.}$ sein.
Insbesondere folgt dann, dass bei Vergrößerung des Plattenabstands auch die an den Platten anliegende Spannung sich vergrößern muss. (Also ist $d_2 > d_1$, dann ist auch $U_2 > U_1$)

Beim Auseinanderziehen der Platten muss gegen die anziehende Kraft der Platten die Arbeit W verrichtet werden. Dafür gilt:

$$\Delta W = E_{el}\left(d_2\right) - E_{el}\left(d_1\right)$$
$$\Delta W = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 V_2 - \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 V_1$$
$$\Delta W = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 A d_2 - \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 A d_1$$
$$\Delta W = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 A\left(d_2 - d_1\right)$$
$$\Delta W = \underbrace{\tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 A}_{F} \cdot \Delta s$$

Somit gilt für die Kraft zwischen den Kondensatorplatten

$$F = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot E^2 \cdot A = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r \cdot \frac{U^2}{d^2} \cdot A$$

Wird der Plattenabstand vergrößert, so muss (gegen die anziehende Kraft der Platten) Arbeit verrichtet werden. Diese verrichtete Arbeit ist dann in Form von Energie im Kondensator gespeichert.
D.h., dass der Energieinhalt des Kondensators beim Auseinanderziehen der Platten vergrößert wird. Beim Zusammenschieben der Platten wird der Energieinhalt folge dessen dann verkleinert.

Aufgaben

21.0 An einem Plattenkondensator mit einer Plattenfläche von $A = 0{,}90\,\mathrm{m}^2$ und einem Plattenabstand $d_1 = 2{,}00\,\mathrm{mm}$ wird eine Spannung von $U = 480\,\mathrm{V}$ angelegt. Dielektrikum ist Luft. Danach werden die Platten von der Spannungsquelle getrennt.

21.1 Wie groß ist die aufgenommene Ladung?

21.2 Mit welcher Kraft ziehen sich die Platten gegenseitig an?

21.3 Wie groß ist die im Kondensator gespeicherte Energie E_1 beim Abstand d_1?

21.4 Anschließend zieht man die Platten auf den größeren Abstand $d_2 = 4{,}00\,\mathrm{mm}$ auseinander. Welche Arbeit ist dazu erforderlich?

21.5 Wie groß ist jetzt die Kraft zwischen den beiden Platten? Stelle F in Abhängigkeit von d graphisch dar (ohne Maßstab)!

21.6 Beim Plattenabstand d_2 werden die beiden Platten leitend miteinander verbunden. Berechne die elektrische Energie, die dabei in Wärmeenergie umgesetzt wird!

22.0 Der Plattenkondensator von Aufgabe 21.0 bleibt nach dem Anlegen der Spannung $(U = 480\,\mathrm{V})$ mit der Spannungsquelle verbunden:

22.1 Welche Änderung der Feldenergie ergibt sich, wenn man die Platten von Abstand $d_1 = 2{,}00\,\mathrm{mm}$ auf den Abstand $d_2 = 4{,}00\,\mathrm{mm}$ auseinanderzieht?

22.2 Wie groß ist jetzt der Energieinhalt des Kondensators beim Abstand $d_2 = 4{,}00\,\mathrm{mm}$? Vergleiche mit dem Energieinhalt bei $d_1 = 2{,}00\,\mathrm{mm}$!

22.3 Wohin geht die elektrische Energie, um die der Energieinhalt des Kondensators abnimmt, und die mechanische Energie, die für das Trennen der Platten aufgewendet wurde?

22.4 Wie groß ist jetzt die Kraft zwischen den Platten bei $d_2 = 4{,}00\,\mathrm{mm}$? Stelle F in Abhängigkeit von d graphisch dar (ohne Maßstab)!

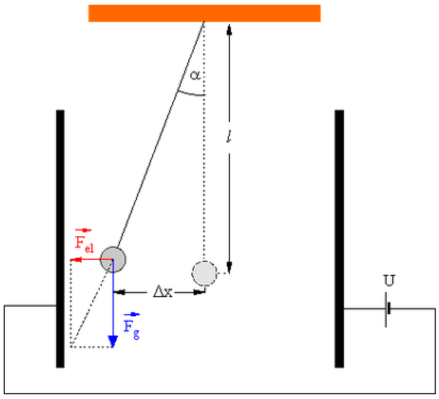
23.0 **(Abitur Gk A1-2 1998)** Eine positiv geladene Wolke in einer Höhe von $h = 400\,\mathrm{m}$ bildet zusammen mit dem Erdboden einen Plattenkondensator der Fläche $A = 8{,}0\,\mathrm{km}^2$. Zwischen Wolke und Erde herrscht eine Feldstärke von $E = 1{,}2 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$, die so hoch ist, dass eine Entladung durch die Luft (Blitz) unmittelbar bevorsteht.

23.1 Berechnen Sie die Ladungsmenge Q der Wolke sowie die Spannung U, die zwischen Wolke und Boden herrscht.

23.2 Ermitteln Sie die Ladungsmenge q, die ein kugelförmiges Wassertröpfchen mit Durchmesser $d = 2{,}0\,\mathrm{mm}$ und einer Dichte von $\rho = 1{,}0\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ haben müsste, wenn es vor der Entladung der Wolke zwischen dieser und der Erde bei Windstille gerade schweben würde. (Der Auftrieb in der Luft ist zu vernachlässigen.)

23.3 Berechnen Sie, wie lange die Entladung der Wolke dauern würde, wenn die mittlere Stromstärke des Blitzes $I = 4{,}0\,\mathrm{kA}$ betragen würden.

23.4 Noch bevor es zu einer Entladung kommt, drückt ein Fallwind die Wolke auf eine niedrigere Höhe herab. Die Ladung der Wolke bleibe dabei konstant.
Erläutern Sie, wie sich dadurch qualitativ die elektrische Feldstärke zwischen Wolke und Erde ändert. Begründen Sie kurz, ob eine Entladung der Wolke dadurch wahrscheinlicher werden würde.



24.0 **(Abitur Gk A1-2 2008)** Zwei kreisförmige Metallplatten mit dem Radius $r = 30\,cm$, die parallel im Abstand $d = 10\,cm$ angeordnet sind, bilden einen Plattenkondensator. In der Mitte zwischen den Platten hängt an einem isolierten Faden der Länge $\ell = 1{,}2\,m$ eine kleine, geladene Metallkugel der Masse $m = 0{,}25\,g$.
Legt man an den Kondensator die Spannung $U = 2{,}0\,kV$ an, so wird die Kugel horizontal um $\Delta x = 4{,}0\,cm$ aus ihrer Ruhelage ausgelenkt.
Influenzeffekte sollen nicht berücksichtigt werden, das Feld im Inneren des Kondensators darf als homogen angenommen werden.

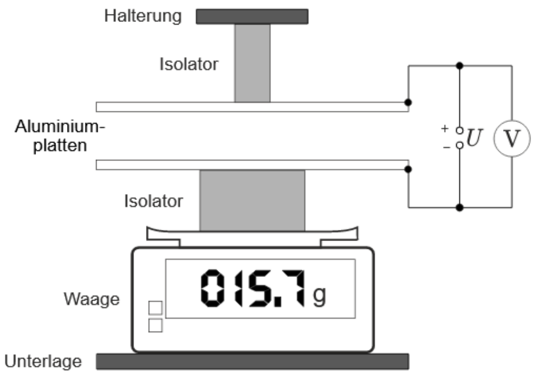
24.1 Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators.

24.2 Ermitteln Sie die Weite des Auslenkwinkels α. Berechnen Sie mit Hilfe der Gewichtskraft den Betrag der elektrischen Kraft F_{el} auf die Metallkugel.
$\left[\text{Zur Kontrolle}: F_{el} = 8{,}2 \cdot 10^{-5}\,N\right]$

24.3 Berechnen Sie den Betrag der Feldstärke E des homogenen elektrischen Feldes zwischen den Kondensatorplatten und den Betrag der Ladung Q, welche die Metallkugel trägt.

24.4 Begründen Sie kurz, wie sich die Auslenkung der Kugel ändert, wenn bei konstanter Spannung der ursprüngliche Plattenabstand vergrößert wird.

24.5 Nun wird der Faden durchtrennt. Beschreiben Sie qualitativ die Bewegung der Metallkugel innerhalb des Plattenkondensators und begründen Sie Ihre Antwort.



25.0 **(Abitur BY 2018 Ph11 A2 1)** Die quadratischen Platten eines Kondensators haben die Seitenlänge $a = 28{,}0\,cm$ und den Abstand $d = 6{,}0\,mm$. Im geladenen Zustand ziehen sie sich mit einer Kraft vom Betrag F an. Dieser Kraftbetrag wir mithilfe einer Präzisionswaage in Abhängigkeit von der Kondensatorspannung U bestimmt (siehe Abbildung). Es kann angenommen werden, dass sich der Abstand d während der Messung nicht ändert.

U in kV	1,1	1,9	3,0	4,0
F in mN	12	35	86	154

25.1 Berechnen Sie zunächst die Kapazität des Kondensators.

25.2 Erläutern Sie ausgehend von einer Kraftbetrachtung, wie mithilfe des Versuchsaufbaus der Kraftbetrag F bestimmt wird.

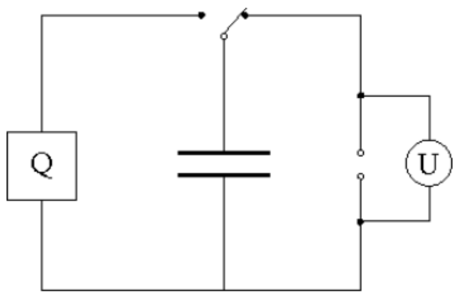
25.3 Die abgebildete Tabelle enthält Wertepaare für U und F. Zeigen Sie, dass diese den Zusammenhang $F = k \cdot U^2$ bestätigen, wobei k eine Konstante ist.
Ermitteln Sie einen möglichst genauen experimentellen Wert k_{exp} für die Konstante.

25.4.0 Aus theoretischen Überlegungen ergibt sich für den Kraftbetrag F der Zusammenhang $F = \frac{1}{2} \cdot E \cdot Q$. Dabei bezeichnet E die elektrische Feldstärke im Kondensator und Q seine Ladung.

25.4.1 Zeigen Sie exemplarisch anhand eines Wertepaares, dass die Versuchsergebnisse diesen Zusammenhang bestätigen.

25.4.2 Weisen Sie nach, dass für die Konstante k die Beziehung $k = \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \frac{a^2}{d^2}$ gilt. Berechnen Sie damit den theoretischen zu erwartenden Wert k_{th}.

26.0 **(Abitur BY 2005 Gk A1-2)** Zur Bestimmung der elektrischen Feldkonstante ε_0 wird ein Kondensator benutzt. Dieser besteht aus zwei kreisförmigen Platten mit dem Radius $r = 15\,\text{cm}$, die durch kleine Abstandshalter der Höhe $h = 2{,}0\,\text{mm}$ getrennt sind und genau übereinander liegen. Der Kondensator wird auf verschiedene Spannungen aufgeladen und dann jeweils über ein Ladungsmessgerät entladen. Es ergeben sich folgende Messwerte:



U in V	100	150	200	250	300	350
Q in nC	35	56	69	90	110	124

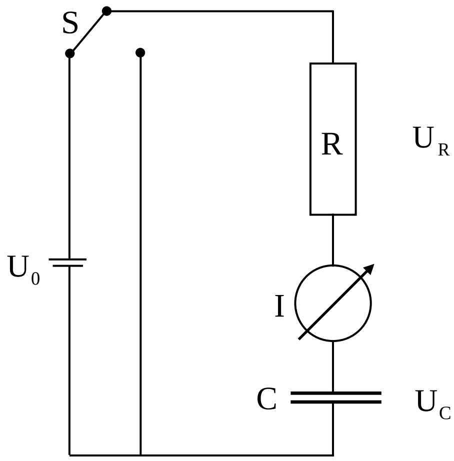
26.1 Tragen Sie die Messwerte in ein Koordinatensystem (U-Q-Diagramm) ein. Zeichnen Sie eine Ausgleichshalbgerade ein. Begründen Sie, warum diese Gerade den Ursprung enthalten muss. Bestimmen Sie die Steigung der Geraden und geben Sie die physikalische Bedeutung der Steigung an.

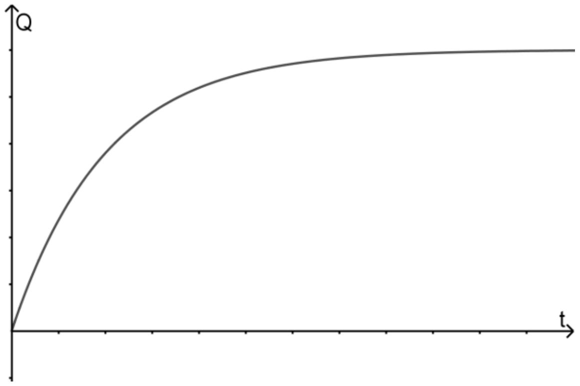
26.2 Bestimmen Sie mithilfe ihres Ergebnisses aus voriger Aufgabe den Wert der elektrischen Feldkonstante und berechnen Sie deren prozentuale Abweichung vom Literaturwert.

26.3 Die obere Kondensatorplatte wird nun etwas in horizontaler Richtung verschoben und der Versuch bei gleichen Spannungswerten wiederholt.
Zeichnen Sie in das Diagramm von Aufgabe 1 den Graphen einer möglichen Messreihe ein und Begründen Sie seinen Verlauf.
Erläutern Sie, welche Änderung sich im Graphen ergeben würde, wenn nun zusätzlich noch höhere Abstandshalter verwendet werden würden.

12.15 Lade- und Entladevorgang eines Kondensators

Wird ein (zunächst leerer) Kondensator über einen Schalter S an eine Spannungsquelle U_{Ges} angeschlossen, so lädt sich dieser auf, d.h. Ladungen fließen auf die Platten des Kondensators. Für die auf dem Kondensator sich befindende Ladungsmenge Q_C in Abhängigkeit von Zeit t gilt:

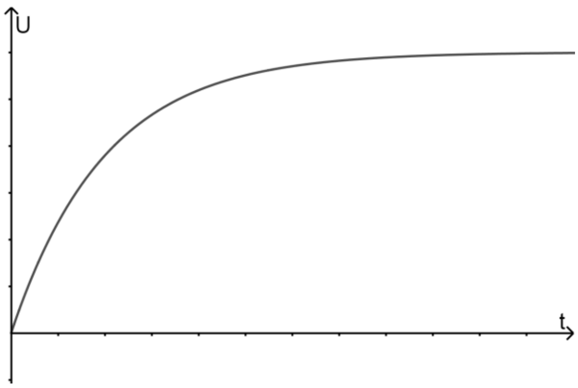




Diese Kurve wird beschrieben durch: $Q(t) = Q_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

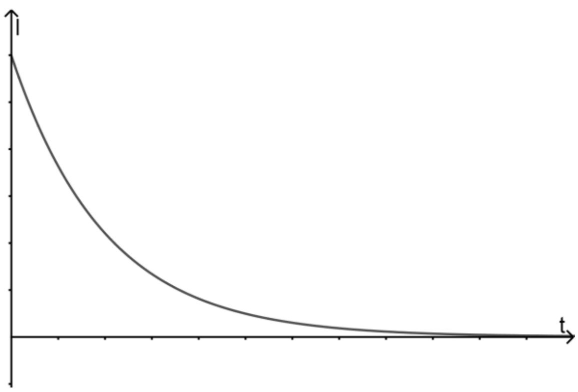
Da $Q = C \cdot U \;\Rightarrow\; U = \frac{Q}{C}$,
folgt für die am Kondensator abfallende Spannung U_C:

$$U(t) = \frac{Q_0}{C} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$



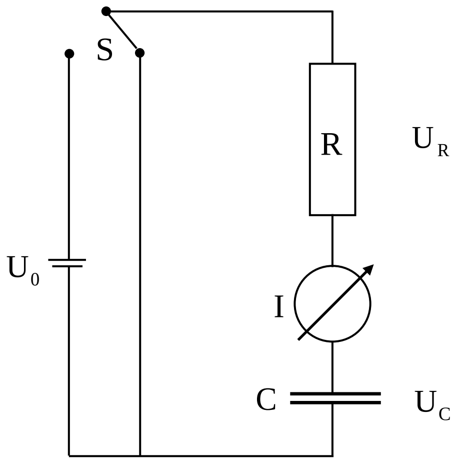
Für die Stromstärke I gilt: $I(t) = \dot{Q}(t)$
Somit folgt für die Stromstärke am Kondensator:

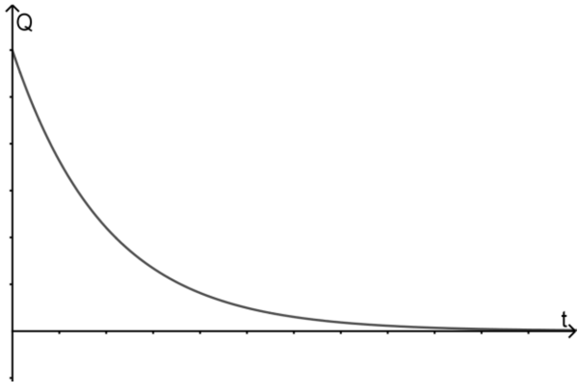
$$I(t) = \frac{Q_0}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$



Die Zeit $\tau = R \cdot C$ nennt man die „Zeitkonstante“. Diese gibt an, nach welcher Zeit der Kondensator zu 63,2% geladen ist. Nach einer Zeit von $5 \cdot \tau$ ist der Kondensator nahezu vollständig (zu 99,3%) aufgeladen.

Wird der Stromkreis durch Umlegen des Schalters S kurzgeschlossen, so entlädt sich der Kondensator. Für die auf dem Kondensator sich befindende Ladungsmenge Q_C in Abhängigkeit von Zeit t gilt:

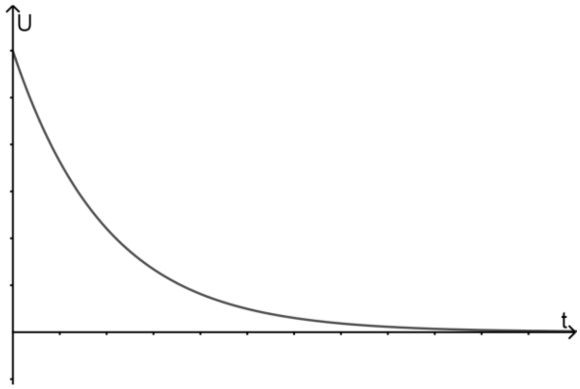




Diese Kurve wird beschrieben durch: $Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$

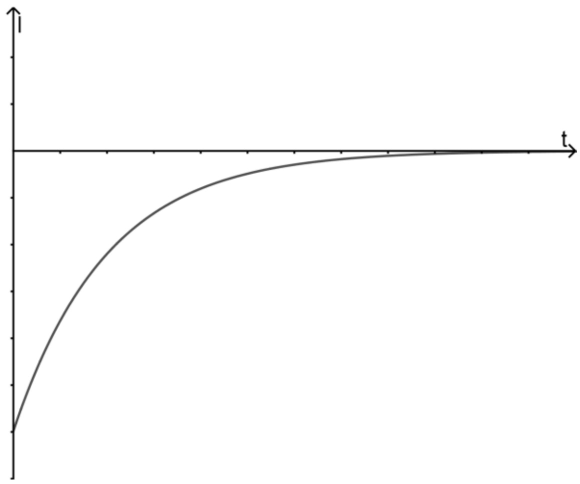
Für die am Kondensator abfallende Spannung U_C gilt dann:

$$U(t) = \frac{Q_0}{C} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$



Für die Stromstärke im Stromkreis folgt dann:

$$I(t) = -\frac{Q_0}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} = -I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$



Aufgaben

27 (**AP 2006 Aufgabe 3**)

2.0 Ein Kondensator mit der Kapazität C und ein ohmscher Widerstand $R = 100\,k\Omega$ sind in Reihe geschaltet und werden zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,s$ durch Schließen eines Schalters an eine Gleichspannungsquelle mit der Spannung $U_0 = 2,00\,kV$ angeschlossen. Der zeitliche Verlauf der Aufladestromstärke I wird experimentell untersucht. Es ergeben sich folgende Ergebnisse:

t in s	2,0	4,0	8,0	12,0	16,0	20,0
I in mA	12,0	7,4	2,7	1,0	0,4	0,1

2.1 Zeichnen Sie eine Schaltskizze zu diesem Versuch.

2.2 Berechnen Sie die Aufladestromstärke I_0 für den Zeitpunkt $t_0 = 0\,s$ und zeichnen Sie das $t-I-\text{Diagramm}$.
Maßstab: $2,0\,s \mathrel{\hat{=}} 1\,cm$; $2,0\,mA \mathrel{\hat{=}} 1\,cm$

2.3 Berechnen Sie die Spannung $U_C(t_1)$, die zum Zeitpunkt $t_1 = 8,0\,s$ am Kondensator anliegt.
$\left[\text{Ergebnis}: U_C(t_1) = 1,73\,kV\right]$

2.4 Bis zum Zeitpunkt $t_1 = 8,0\,s$ fließt auf den Kondensator die Ladung $Q(t_1)$. Kennzeichnen Sie $Q(t_1)$ im $t-I-\text{Diagramm}$ von 2.2 und bestimmen Sie anhand des Diagramms einen Näherungswert für die Ladung $Q(t_1)$.
Hinweis: Es genügt, mit einer graphischen Methode einen Näherungswert für $Q(t_1)$ zu bestimmen.
$\left[\text{mögliches Ergebnis}: Q(t_1) = 69\,mAs\right]$

2.5 Berechnen Sie die Kapazität C des Kondensators.

3.0 Ein Plattenkondensator mit Luft als Dielektrikum $\left(\varepsilon_{r,Luft} = 1,0\right)$, dem Plattenabstand $d = 8,0\,mm$ und der Plattenfläche $A = 720\,cm^2$ wird an eine Gleichspannungsquelle mit der Spannung $U_0 = 2,00\,kV$ angeschlossen und bleibt mit der Spannungsquelle verbunden.

3.1 Berechnen Sie die Ladung Q, die auf den Kondensator fließt, und den Energieinhalt W_{el} des elektrischen Feldes, das zwischen den geladenen Platten des Kondensators herrscht.

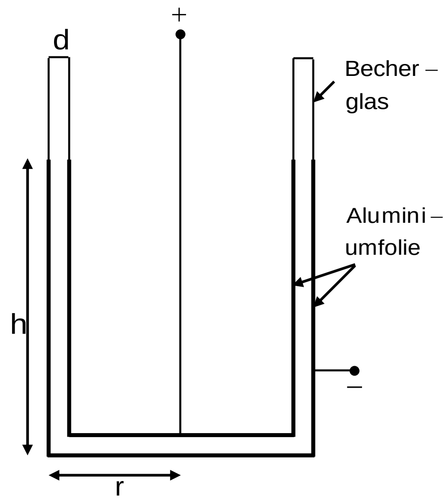
3.2.0 Eine Platte aus Kunststoff (Dielektrizitätszahl $\varepsilon_r = 5,4$) wird innerhalb von $5,0\,s$ zwischen die Kondensatorplatten gleichmäßig eingeschoben und füllt schließlich den Raum zwischen den Kondensatorplatten vollständig aus.

3.2.1 Erläutern Sie, warum während des Einschiebens der Kunststoffplatte ein Strom fließt.

3.2.2 Berechnen Sie die während des Einschiebens der Kunststoffplatte auftretende mittlere Stromstärke $\overline{I}$.

28 **(FOS 2004 Aufgabe 1)**

2.0 In der Frühzeit der Erforschung der Elektrizität (um 1750) konnte man elektrische Energie nu in so genannten „Leidener Flaschen“ speichern. Eine Leidener Flasche ist ein zylindrisches Becherglas, das innen und außen mit Aluminiumfolie beklebt ist. Es stehen sich also wie bei einem Plattenkondensator zwei gegeneinander isolierte Metallflächen gegenüber; der „Plattenabstand“ ist gleich der Dicke des Glases. Wegen der geringen Dicke des Glases sind die Flächeninhalte der inneren und der äußeren Aluminiumfolie als gleich groß anzusehen.
Der kreisförmige Boden einer Leidener Flasche hat den Radius $r = 4{,}3\,\text{cm}$. Der Boden ist vollständig, die zylindrische Wand bis zur Höhe $h = 20{,}0\,\text{cm}$ innen und außen mit Aluminiumfolie beklebt. Die Glasdicke beträgt $d = 2{,}5\,\text{mm}$, die Dielektrizitätszahl der Glassorte $\varepsilon_r = 8{,}0$. Siehe nebenstehende nicht maßstabsgetreue Skizze.
In allen Punkten des elektrischen Feldes zwischen den beiden Aluminiumfolien soll der Betrag der elektrischen Feldstärke gleich groß sein.



2.1 Berechnen Sie die Kapazität C dieser Leidener Flasche. $\left[\text{Ergebnis}: C = 1{,}7\,\text{nF}\right]$

2.2 Unter der „Durchschlagsfestigkeit“ versteht man die maximale elektrische Feldstärke E_{max}, bei der ein Dielektrikum gerade noch isoliert. Für Glas wird die Durchschlagsfestigkeit mit $E_{max} = 30 \cdot 10^6\,\frac{\text{V}}{\text{m}}$ angesetzt.
Berechnen Sie die Spannung U_{max}, die höchstens an die Leidener Flasche angelegt werden kann, und die Ladung Q_{max}, welche die Leidener Flasche bei dieser Spannung speichert.

2.3.0 Monozellen werden als Stromquellen für Gleichstromkreise verwendet. In den folgenden Teilaufgaben wird untersucht, ob sich ein Leidener Flasche ebenfalls als Stromquelle eignet. Die in 2.0 beschrieben Leidener Flasche wird auf die Spannung $U_0 = 6{,}0\,\text{kV}$ aufgeladen.

2.3.1 Einer Monozelle mit der Spannung $U_M = 1{,}5\,\text{V}$ entnimmt man während der Betriebsdauer $T_B = 25\,\text{h}$ einen konstanten Strom der Stärke $I_M = 0{,}12\,\text{A}$.
Bestimmen Sie, um welchen Faktor die aus der Monozelle entnommene Energie größer ist als die in der Leidener Flasche bei einer Spannung $U_0 = 6{,}0\,\text{kV}$ gespeicherten elektrischen Energie.

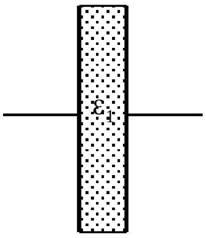
2.3.2 Die Leidener Flasche wird ab dem Zeitpunkt $t_0 = 0\,\text{s}$ über einen ohmschen Widerstand $R = 80\,\Omega$ entladen. Vor dem Entladevorgang besitzt die Leidener Flasche bei der Spannung $U_0 = 6{,}0\,\text{kV}$ die Ladung Q_0. Die Abhängigkeit der Ladung Q der Leidener Flasche von der Zeit t wird durch die Gleichung

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

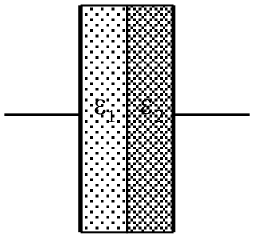
für $t \geq 0\,\text{s}$ beschrieben. Berechnen Sie den Betrag der Stromstärke I für den Zeitpunkt $t_0 = 0\,\text{s}$ und den Zeitpunkt t_E, zu dem die Ladung der Leidener Flasche und somit auch die Stromstärke um 99% abgenommen hat.

29. Der Innenraum eines Kondensators mit quadratischen Platten der Größe $a = 20,0\,\text{cm}$ wird mit einem Dielektrikum $(\varepsilon_1 = 3,7 \text{ und } \varepsilon_2 = 7,3)$ der Dicke $d = 2,0\,\text{mm}$ befüllt. Berechnen Sie die Kapazität folgender Anordnungen.

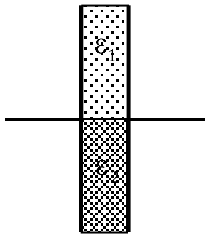
a)



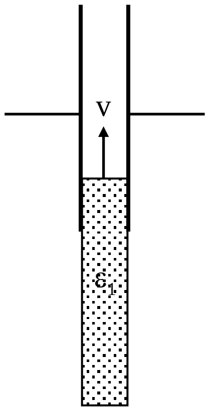
b)



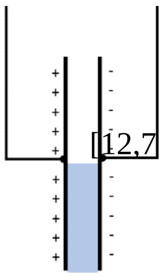
c)



d) Das Dielektrikum wird nun mit der Geschwindigkeit $v = 2,5\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ von unten ganz in den Kondensator eingeschoben. Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators in Abhängigkeit von der Zeit t.



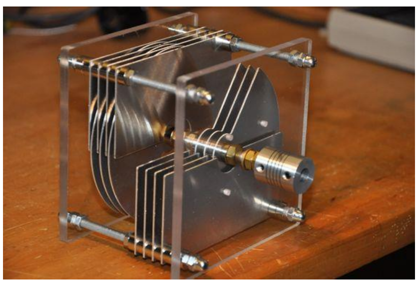
30.0 Ein elektrischer Wasserstands-Melder besteht aus zwei senkrecht stehenden streifenförmigen Metallplättchen $(b = 5,0\,\text{cm};\ H = 12\,\text{cm})$, die einen Abstand von $d = 4,0\,\text{mm}$ voneinander haben und an eine Spannungsversorgung mit $U = 12\,\text{V}$ angeschlossen sind.



30.1 Berechnen Sie die Ladung Q, welche in den Kondensator nach fließt, wenn destilliertes Wasser (Isolator, $\varepsilon_r = 81$) die Luft zwischen den Plättchen völlig verdrängt. [12,7 nC]

30.2 Zeigen Sie, dass für die Ladung des Kondensators in Abhängigkeit von der Wasserstandshöhe h gilt: $Q_{ges} = \frac{\varepsilon_0 \cdot b}{d} \cdot \left[H + (\varepsilon_r - 1) \cdot h\right] \cdot U$

31. **Drehkondensator (einstellbare Kapazität)**



In die Zwischenräume von vier rechteckigen Aluminiumstreifen mit 4,0 cm x 8,0 cm dringen mittig drei halbkreisförmige Platten ein, die an eine Achse montiert sind und dadurch drehbar sind. Der Abstand aller Metallplättchen zueinander beträgt 0,8 mm. Der Radius der halbkreisförmigen Scheiben beträgt 4,0 cm. Durch Drehung zwischen 0° und 150° kann die sich überlappende Fläche verändert werden. Bei 0° überlappen sich bereits ein Sechstel der halbkreisförmigen Plattenfläche mit den rechteckigen Streifen. Geben Sie die Kapazität des Drehkondensators in Abhängigkeit vom Drehwinkel α mit eingesetzten Zahlengrößen an.

$$\left[\text{Ergebnis: } C = 28\,\text{pF} \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{30°}\right)\right]$$

https://beuche.info/physik_lk/aufgaben_kondensator_2.pdf
http://ne.lo-net2.de/selbstlernmaterial/p/e/ek/ek_pk_za.pdf
https://physikaufgaben.de/aufgaben_zeige_an.php?thid=2&tab=5&auswahl_t2=112&thid=2&tab=5&auswahl_n2=4