## § 8 Impuls und Impulserhaltung

## Aufgaben:

1. Auf einen ruhenden Golfball der Masse m = 46g wirkt die Kraft F = 24 N genau 0,050 s lang. Welche Geschwindigkeit erreicht er?

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_1}{\Delta t} \implies v_1 = \frac{F \cdot \Delta t}{m} = \frac{24 \, N \cdot 0,050 \, s}{0.046 \, kg} \approx 26 \frac{m}{s}$$

2. Welche Kraft muss wirken, um innerhalb einer Zehntelsekunde ( $\Delta t = 0.10s$ ) die Geschwindigkeit eines fliegenden Fußballes der Masse  $m = 450 \, g$  um  $36 \, \frac{km}{h}$  zu erhöhen?

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = ... = 45 \text{ N}$$

- 3.0 Ein Ball  $(m=100 \, g)$  trifft mit einer Geschwindigkeit von  $v=1,2 \, \frac{m}{s}$  senkrecht auf einer Wand auf und wird mit demselben Betrag der Geschwindigkeit zurückgeschleudert. Die Kontaktdauer mit der Wand beträgt 23ms.
- 3.1 Berechne die mittlere Stoßkraft der Mauer auf den Ball.

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t} \cdot \left(v_n - v_v\right) = \frac{0.100 \text{kg}}{23 \cdot 10^{-3} \text{ s}} \left(-1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \approx -10 \text{N}$$

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v = m \cdot (v_n - v_v) = \dots = -0,24 \text{ Ns (Kraftstoß!)}$$

3.2 Welche mittlere Beschleunigung hat der Ball während des Kontakts mit der Mauer erfahren?

$$a_{\text{Mittel}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-2.4 \frac{m}{s}}{23 \cdot 10^{-3} \text{s}} \approx -1.0 \cdot 10^{2} \frac{m}{s^{2}}$$

- 4.0 Eine Raumsonde der Masse 435 kg fliegt mit einer Geschwindigkeit von  $8,4\frac{km}{s}$  im gravitationsfreien Raum. Um eine Begegnung mit einem Kleinplaneten nicht zu verfehlen muss die Geschwindigkeit der Raumsonde auf  $8,1\frac{km}{s}$  reduziert werden. Das Steuertriebwerk hat eine Schubkraft von 15 N.
- 4.1 Berechne die notwendige Brenndauer des Steuertriebwerks.

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = m \cdot \frac{v_1 - v_0}{F} = ... = 8,7 \cdot 10^3 s$$

4.2 Ermittle die Verzögerung sowie die Impulsänderung der Raumsonde.

$$F = m \cdot a \implies a = \frac{F}{m} = \frac{-15N}{435kg} \approx -3, 4 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta p = m \cdot \Delta v = m \cdot \left(v_1 - v_0\right) = 435 kg \cdot \left(8, 1 \frac{km}{s} - 8, 4 \frac{km}{s}\right) \approx -1, 3 \cdot 10^5 \, Ns$$

5. Erklären Sie mit Hilfe der Beziehung F = p warum Metallplatten von Satelliten selbst von kleinsten Meteoriten durchschlagen werden können.

Diese kleinsten Meteoriten haben zwar eine sehr geringe Masse aber dafür eine hohe Relativgeschwindigkeit (bis zu  $10^5 \, \frac{km}{s}$ ) gegenüber dem Satelliten auf den sie auftreffen. Da  $\Delta p = m \cdot \Delta v$  ist der Impuls des Meteoriten wegen der hohen Geschwindigkeit ebenfalls sehr groß.

Wegen  $F = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta p}{\Delta t} = \dot{p}$  erhält man punktuell eine sehr große Kraft, dem das Material des Satelliten nicht stand hält.

- 6.0 Ein Mann der Masse  $m_M = 82 \, kg$  steht auf einem im Wasser schwimmenden Boot der Masse  $m_B = 55 \, kg$ . Das Boot und der Mann befinden sich in Ruhe. Der Mann springt nun mit einer Geschwindigkeit von  $v_M = 1, 7 \, \frac{m}{s}$  waagrecht vom Boot weg.
- 6.1 Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit sich das Boot wegbewegt. In welche Richtung bewegt sich das Boot?
- 7.0 Eine Hund der  $m_H = 5,7\,\mathrm{kg}$  fährt auf einem Skateboard der Masse  $m_S = 0,75\,\mathrm{kg}$ . Das Gespann bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von  $v = 1,5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ . Der Hund springt nun mit einer Geschwindigkeit von  $v_H = 2,0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$  (relativ zu einem ruhenden Beobachter) in Fahrtrichtung vom Skateboard.
- 7.1 Ermitteln Sie, mit welcher Geschwindigkeit und in welche Richtung sich das Skateboard bewegt.
- 7.2 Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit das Skateboard sich bewegen würde, wenn der Hund entgegen der Fahrtrichtung vom Skateboard springen würde.
- 8.0 Ein Güterwagen der Masse  $m_1 = 35$ t rollt einen h = 2,0 m hohen Rangierhügel herunter. Oben hatte er eine Geschwindigkeit von  $v = 0,75 \, \frac{m}{s}$ . Er trifft unten auf einen anderen, ruhenden  $(v_2 = 0)$ , Güterwagen der Masse  $m_2 = 27$ t mit dem er ankuppelt. Beide rollen nun gemeinsam weiter. Reibungskräfte sowie Energiebeiträge aus der Rotation bleiben unberücksichtigt.
- 8.1 Zeigen Sie, dass der Güterwagen, nachdem er den Rangierhügel heruntergerollt ist ein Geschwindigkeit von  $v_1 = 6,3\frac{m}{s}$  hat.

$$E_{_{\boldsymbol{v}}} = E_{_{\boldsymbol{n}}} \quad \Rightarrow \quad \tfrac{1}{2} \, m_{_{\boldsymbol{l}}} \cdot v_{_{\boldsymbol{0}}}^2 + m_{_{\boldsymbol{l}}} g h = \tfrac{1}{2} \, m_{_{\boldsymbol{l}}} \cdot v_{_{\boldsymbol{l}}}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{_{\boldsymbol{l}}} = \sqrt{v_{_{\boldsymbol{0}}}^2 + 2g h} = ... = 6, 3 \tfrac{m}{s}$$

8.2 Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit sich beide Güterwagen im angekuppelten Zustand weiterbewegen?

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \stackrel{v_2 = 0}{=} \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \dots \approx 3, 6 \frac{m}{s}$$

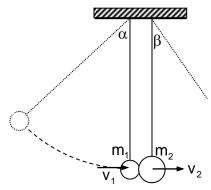
8.3 Bestimmen Sie den Betrag der Impulsänderung, die der 1. Wagen beim Stoßvorgang erfahren hat.

$$\begin{split} \Delta p &= m_1 \cdot \Delta v = m_1 \left( u - v_1 \right) = m_1 \left( \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} - v_1 \right) = m_1 v_1 \left( \frac{m_1}{m_1 + m_2} - 1 \right) = \\ &= m_1 v_1 \frac{m_1 - \left( m_1 + m_2 \right)}{m_1 + m_2} = m_1 v_1 \frac{m_1 - m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = - \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1 = \\ &= - \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{v_0^2 + 2gh} = ... \approx -9, 6 \cdot 10^4 \, \text{Ns} \end{split}$$

8.4 Berechnen Sie den Betrag der Energie, welche beim Zusammenkuppeln in Wärme und Deformationsarbeit umgewandelt wurde.

$$\begin{split} E_{kin,v} &= \tfrac{1}{2} \, m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} \, m_2 v_2^2 \overset{v_2=0}{=} \tfrac{1}{2} \, m_1 v_1^2 = \tfrac{1}{2} \, m_1 \Big( v_0^2 + 2gh \Big) = \\ &= ... \approx 6, 9 \cdot 10^5 \, J \\ E_{kin,n} &= \tfrac{1}{2} \Big( m_1 + m_2 \Big) u^2 = \tfrac{1}{2} \Big( m_1 + m_2 \Big) \Bigg( \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \sqrt{v_0^2 + 2gh} \Bigg)^2 = \\ &\quad \tfrac{1}{2} \, \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} \Big( v_0^2 + 2gh \Big) = ... \approx 4, 0 \cdot 10^5 \, J \\ \Rightarrow \Delta E &= E_{kin,n} - E_{kin,v} = 4, 0 \cdot 10^5 \, J - 6, 9 \cdot 10^5 \, J = -2, 9 \cdot 10^5 \, J \\ \Rightarrow |\Delta E| &= 2, 9 \cdot 10^5 \, J \end{split}$$

9.0 Zwei Kugeln hängen wie dargestellt je an einem Faden der Länge  $1=50\,\mathrm{cm}$ . Die Masse der linken Kugel hat den Wert  $m_1=0,15\,\mathrm{kg}$ , die Masse der rechten Kugel den Wert  $m_2=0,30\,\mathrm{kg}$ . Die linke Kugel wird unter einem Winkel von  $\alpha=55^\circ$  nach links ausgelenkt.



9.1 Zeigen Sie, dass die linke Kugel dabei um h = 21cm angehoben wird.

$$\cos \alpha = \frac{1-h}{1} \implies \cos \alpha = 1 - \frac{h}{1} \implies \frac{h}{1} = 1 - \cos \alpha$$

$$\Rightarrow h = 1 \cdot (1 - \cos \alpha) = 0,50 \,\mathrm{m} \cdot (1 - \cos(55^\circ)) = 21 \,\mathrm{cm}$$

9.2 Die Kugel wird nun losgelassen. Berechnen Sie die Geschwindigkeit v<sub>1</sub>, mit der die Kugel auf die rechte Kugel trifft.

$$\begin{split} E_{\text{vorh.}} &= E_{\text{nachh.}} \\ m_1 g h &= \frac{1}{2} \, m_1 v_1^2 \\ v_1 &= \sqrt{2g h} \quad \stackrel{(1)}{\Longrightarrow} \quad v_1 = \sqrt{2g l \left(1 - \cos \alpha\right)} = ... \approx 2, 0 \, \frac{m}{s} \end{split}$$

9.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Geschwindigkeit  $u_2$  der rechten Kugel nach dem Stoß, wenn diese vorher in Ruhe  $(v_2 = 0)$  war.

Für den elastischen Stoß gilt:

$$u_{2} = \frac{2m_{1}v_{1} + (m_{2} - m_{1})v_{2}}{m_{1} + m_{2}} \stackrel{v_{2} = 0}{=} \frac{2m_{1}v_{1}}{m_{1} + m_{2}} = \dots \approx 1, 4\frac{m}{s}$$

9.4 Berechnen Sie den Auslenkwinkel β der rechten Kugel nach dem Stoß.

Mit den gerundeten Werten:

$$\begin{split} E_{\text{vorh.}} &= E_{\text{nachh.}} \\ &\frac{_1}{^2} \, m_2 u_2^2 = m_2 g h_2 \\ &h_2 = \frac{u_2^2}{2g} = ... = 9,99 \cdot 10^{-2} \, m \\ &\cos \beta = \frac{1 - h_2}{1} \quad \Rightarrow \quad \beta = \arccos \bigg( \frac{1 - h_2}{1} \bigg) = ... \approx 37^\circ \end{split}$$

9.5 Entscheiden Sie, ob die linke Kugel nach dem Stoß nach links oder nach rechts ausgelenkt wird. (rechnerische Begründung)

$$u_1 = \frac{2m_2v_2 + \left(m_1 - m_2\right)v_1}{m_1 + m_2} \stackrel{v_2 = 0}{=} \frac{\left(m_1 - m_2\right)v_1}{m_1 + m_2} \stackrel{m_2 = 2m_1}{=} \frac{\left(m_1 - 2m_1\right)v_1}{m_1 + 2m_1} = -\frac{1}{3}v_1 = ... \approx -0,68\frac{m}{s}$$

Da die Geschwindigkeit negativ ist, wird die Kugel 1 nach links ausgelenkt.

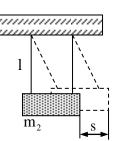
9.6 Berechnen Sie den Auslenkwinkel γ der linken Kugel nach dem Stoß.

Mit den gerundeten Werten:

$$\begin{split} E_{\text{vorh.}} &= E_{\text{nachh.}} \\ &\frac{1}{2} m_1 u_1^2 = m_1 g h_1 \\ &h_1 = \frac{u_1^2}{2g} = 2,36 \cdot 10^{-2} \text{ m} \\ &\cos \gamma = \frac{1 - h_1}{1} \implies \gamma = \arccos\left(\frac{1 - h_1}{1}\right) = ... \approx 18^{\circ} \end{split}$$

10.0 Zur Bestimmung der Geschwindigkeit einer Luftgewehrkugel mit der Masse  $m_1 = 0,50\,\mathrm{g}$  kann man ein ballistisches Pendel heranziehen. Das Pendel ist mittels zweier Fäden der Länge  $1=60\,\mathrm{cm}$  aufgehängt und besteht aus Holz der Masse  $m_2 = 650\,\mathrm{g}$ . Schießt man mit dem Luftgewehr darauf so bleibt die Kugel im Holz stecken. Dabei erfährt es ein eine Auslenkung von  $s=3,6\,\mathrm{cm}$  nach rechts.



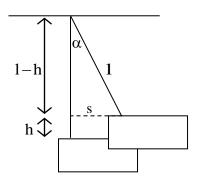


10.1 Zeigen Sie, dass der Holzklotz dabei um Höhe h = 1,1 mm angehoben wurde.

$$s^{2} + (1-h)^{2} = 1^{2}$$

$$1-h = \sqrt{1^{2} - s^{2}}$$

$$h = 1 - \sqrt{1^{2} - s^{2}} = \dots = 1,08 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$



10.2 Berechne die Geschwindigkeit der Luftgewehrkugel

Nach dem Stoß gilt der Energieerhaltungssatz:

$$\begin{split} E_{kin} &= E_{pot} \\ \frac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 &= (m_1 + m_2)gh \\ u &= \sqrt{2gh} = ... = 0,146 \frac{m}{s} \end{split}$$

Aus dem Impulserhaltung für den zentralen unelastischen Stoß folgt:

$$\begin{split} p_{1,v} + p_{2,v} &= p_n \\ m_1 v_1 + m_2 v_2 &= (m_1 + m_2) u \\ m_1 v_1 &= (m_1 + m_2) u \quad da \quad v_2 = 0 \\ v_1 &= \frac{m_1 + m_2}{m_1} u .... \approx 1,9 \cdot 10^2 \, \frac{m}{s} \end{split}$$

10.3 Die Kugel dringt um die Strecke d = 4,5 mm in das Holz ein. Ermitteln Sie die mittlere Kraft F, mit der die Kugel auf das Holz während des Eindringens einwirkt. Es gilt:

$$u^{2} - v_{1}^{2} = 2ad \implies a = \frac{u^{2} - v_{1}^{2}}{2d}$$

$$F = m_{1}a = m_{1} \cdot \frac{u^{2} - v_{1}^{2}}{2d} = ... \approx -2, 0.10^{3} \text{ N}$$

10.4 Berechne die Rückstoßkraft des Luftgewehrs, wenn die Masse des Luftgewehrs  $m_3 = 3.8 \text{ kg}$ , der Lauf des Luftgewehrs  $\ell = 42 \text{ cm}$  beträgt und von einer konstanten Beschleunigung der Kugel ausgegangen werden kann. Es gilt das 3. Newtonsche Gesetz:

$$\begin{split} \bar{F}_{Kugel} &= -\bar{F}_{Gewehr} \\ F_{K} &= F_{G} \\ m_{_{I}} a_{_{K}} &= F_{_{G}} \end{split} \tag{1}$$

Aus der 3. Bewegungsgleichung erhält man:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_K s$$
 $a_K = \frac{v_1^2}{2s}$  (2)

Setzt man (2) in (1) ein, so folgt:

$$F_G = m_1 \frac{v_1^2}{2s} = ... \approx 21N$$

- 11.0Die Saturn V-Rakete hat 2890 t Startmasse und 35 MN Startschub.
- 11.1Mit welcher Beschleunigung hebt die Rakete ab?

$$\begin{split} \vec{F}_{res} &= \vec{F}_{Schub} + \vec{F}_{G} \\ F_{res} &= F_{Schub} - F_{G} \\ ma_{res} &= F_{Schub} - mg \\ a_{res} &= \frac{F_{Schub}}{m} - g = ... \approx 2, 3 \frac{m}{s^{2}} \end{split}$$

11.2Pro Sekunde werden 13.500 kg Treibstoff verbrannt. Wie groß ist die Geschwindigkeit der austretenden Verbrennungsgase?

$$F_{_{S}} = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = m\frac{v_{_{G}} - v_{_{0}}}{\Delta t} \stackrel{v_{_{0}} = 0}{=} m\frac{v_{_{G}}}{\Delta t} \implies v_{_{G}} = \frac{F_{_{S}}\Delta t}{m} = ... \approx 2, 6\frac{km}{s}$$

12. Zeige, dass für die Energieübertragung beim vollkommen unelastischen Stoß (für  $v_2 = 0$ ) gilt:

$$\mathbf{E}_{\mathrm{kin},n} = \frac{\mathbf{m}_1}{\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2} \cdot \mathbf{E}_{\mathrm{kin},v}$$

$$\begin{split} E_{\mathrm{kin},n} &= \tfrac{1}{2} \Big( m_1 + m_2 \Big) u^2 = \tfrac{1}{2} \Big( m_1 + m_2 \Big) \Bigg( \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} \Bigg)^2 \overset{v_2 = 0}{=} \tfrac{1}{2} \Big( m_1 + m_2 \Big) \frac{m_1^2 \cdot v_1^2}{\Big( m_1 + m_2 \Big)^2} = \\ &= \tfrac{1}{2} \frac{m_1}{m_1 + m_2} m_1 v_1^2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot E_{\mathrm{kin},v} \end{split}$$

- 13.0 Zwei Kugeln mit den beiden Massen  $m_1 = m$  und  $m_2 = 2m$  bewegen sich mit gleichem Geschwindigkeitsbetrag aufeinander zu. Welche Geschwindigkeiten ergeben sich für die beiden Massen nach dem Zusammenstoß, wenn dieser
- 13.1 elastisch,

Es gilt: 
$$v_2 = -v_1$$
;  $m_1 = m$ ;  $m_2 = 2m$   

$$u_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 2m(-v_1) + (m - 2m)v_1}{m + 2m} = -\frac{5}{3}v_1$$

$$u_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2mv_1 + (2m - m)(-v_1)}{m + 2m} = \frac{1}{3}v_1$$

13.2 unelastisch erfolgt?

Es gilt: 
$$v_2 = -v_1$$
;  $m_1 = m$ ;  $m_2 = 2m$   

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \cdot v_1 + 2m \cdot (-v_1)}{m + 2m} = -\frac{1}{3}v_1$$

13.3 Wie groß ist im Fall 11.2 der Energieverlust  $\Delta E$ ?

$$\begin{split} \Delta E &= E_{\text{vorh.}} - E_{\text{nachh.}} = \frac{1}{2} \, m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} \, m_2 v_2^2 - \frac{1}{2} \, (m_1 + m_2) u^2 = \\ &= \frac{1}{2} \, m v_1^2 + \frac{1}{2} \cdot 2 m (-v_1)^2 - \frac{1}{2} \, (m + 2 m) (-\frac{1}{3} \, v_1)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \, m v_1^2 + m v_1^2 - \frac{1}{6} \, m v_1^2 = \frac{4}{3} \, m v_1^2 \end{split}$$

- 14.0 Zwei aneinandergekoppelte Fahrzeuge der Masse  $m_1 = 600 \text{ kg}$  und  $m_2 = 800 \text{ kg}$  ruhen auf einer horizontalen Ebene. Zwischen beiden Fahrzeugen befindet sich eine (nicht befestigte) um die Länge s = 16 cm zusammengedrückte Feder der Federkonstanten  $D = 40 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$ . Nach Lösen der Kopplung entspannt sich die Feder.
- 14.1 Berechnen Sie, welche Geschwindigkeiten v<sub>1</sub> und v<sub>2</sub> die beiden Fahrzeuge nach dem Lösen der Kopplung besitzen?

Impulserhaltungssatz:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \implies v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1 \implies v_2 = -\frac{3}{4} v_1 \qquad (1)$$

Energieerhaltungssatz:

$$\frac{1}{2}Ds^{2} = \frac{1}{2}m_{1}v_{1}^{2} + \frac{1}{2}m_{2}v_{2}^{2} \implies Ds^{2} = m_{1}v_{1}^{2} + m_{2}v_{2}^{2}$$

$$\Rightarrow Ds^{2} = m_{1}v_{1}^{2} + m_{2} \cdot \left(-\frac{3}{4}v_{1}\right)^{2} \implies Ds^{2} = \left(m_{1} + \frac{9}{16}m_{2}\right)v_{1}^{2}$$

$$\Rightarrow v_{1} = \sqrt{\frac{Ds^{2}}{m_{1} + \frac{9}{16}m_{2}}} = ... \approx 0,99\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v_{2} = -\frac{3}{4}v_{1} = ... \approx -0,74\frac{m}{s}$$

- 15.0 Ein Hammer der Masse  $m_H = 1,00 \, kg$  kann sich um das Ende seines Stiels (Masse vernachlässigbar) reibungsfrei drehen. Der Hammer wird um einen bestimmten Winkel ausgelenkt und losgelassen. Er trifft im tiefsten Punkt seiner Bewegung zentral und vollelastisch auf eine Kugel der Masse  $m_K = 300 \, g$ .
- 15.1 Berechne die Geschwindigkeit  $v_H$ , mit der der Hammer die Kugel trifft, wenn diese mit einer Geschwindigkeit von  $v_K = 6,7 \frac{m}{s}$  wegfliegt.

$$\begin{split} u_2 &= \frac{2m_1v_1 + \left(m_2 - m_1\right)v_2}{m_1 + m_2} \stackrel{v_2 = 0}{=} \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2} \\ \Rightarrow v_1 &= \frac{m_1 + m_2}{2m_1} \cdot u_2 = \frac{m_H + m_K}{2m_H} \cdot v_K = ... = 4,355 \frac{m}{s} \approx 4,4 \frac{m}{s} \end{split}$$

15.2 Ermittle die mittlere Stoßkraft, wenn Hammer und Kugel 0,012 s in Kontakt sind.

$$\begin{split} u_1 &= \frac{2m_2v_2 + \left(m_1 - m_2\right)v_1}{m_1 + m_2} \stackrel{v_2 = 0}{=} \frac{\left(m_1 - m_2\right)v_1}{m_1 + m_2} = \dots = 2,345 \frac{m}{s} \approx 2,3 \frac{m}{s} \\ F &= m_1a = m_1 \frac{\Delta v}{\Delta t} = m_1 \frac{u_1 - v_1}{\Delta t} = \dots = -167,5N \approx -0,17 \, kN \end{split}$$

15.3 Nach dem Stoß schwingt der Hammer weiter nach rechts bis zum Umkehrpunkt. Berechne die Höhe dieses Umkehrpunkts über dem tiefsten Punkt.

$$E_{\text{vorh.}} = E_{\text{nachh.}} \implies \frac{1}{2} m_1 u_1^2 = m_1 g h \implies h = \frac{u_1^2}{2g} = ... \approx 28 \text{ cm}$$

16. Ein Mann  $(m_M = 70 \text{ kg})$  springt aus einer Höhe von h = 80 cm horizontal von einem ruhenden Boot  $(m_B = 90 \text{ kg})$  ins Wasser und landet in einer Entfernung von x = 2,0 m vom Boot. Berechne die Energie, die der Mann beim Sprung aufwenden musste.

## Weitere Aufgaben zum Impuls

- 1.0 Ein Junge wirft einen Tennisball mit der Geschwindigkeit 15 m/s senkrecht auf die Rückwand eines Lastwagens, der mit der Geschwindigkeit 18 km/h vorwärts fährt.
- 1.1 Welche Geschwindigkeit hat der Ball nach dem Aufprall?  $\left(-5,0\frac{m}{s}\right)$
- 1.2 Wie viel Prozent seiner Energie verliert der Ball beim Stoß? Wo verbleibt diese Energie? (89%)
  - (Die Masse des Lastwagens ist sehr viel größer als die des Balles. Also kann die Masse des Balles im Vergleich zu der des Lastwagens null gesetzt werden.)
- 2. Die Masse m<sub>1</sub> stößt auf die ruhende Masse m<sub>2</sub>. Nach dem Stoß bewegen sich beide Körper mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit auseinander. Was kann man über das Massenverhältnis der beiden Körper und ihre Geschwindigkeiten nach dem Stoß aussagen?

$$(m_2 = 3m_1; |u_1| = |u_2| = \frac{1}{2}v_1)$$

- 3. Eine Gewehrkugel trifft kurz nach Verlassen der Mündung mit der Geschwindigkeit  $v_0 = 500 \, \frac{m}{s}$  auf eine senkrecht aufgehängte kleine Stahlplatte (Länge der Aufhängung  $1 = 2,0 \, m$ , Plattenmasse  $M = 5,0 \, kg$ ) und prallt elastisch zurück. Wie stark (Höhe und Winkel) schlägt die aufgehängte Platte aus?  $\left(0,2 \, m; 26^{\circ}\right)$
- 4.0 Beim U-Bahn-Bau werden zur Abdichtung gegen Grundwasser Eisenschienen (m = 200 kg) senkrecht in den Boden gerammt. In einem speziellen Fall trifft eine Masse von 280 kg aus einer Höhe von 1,84 m auf eine solche Schiene und treibt sie dabei 2,0 cm in den Boden. Betrachte den Vorgang als unelastischen Stoß.
- 4.1 Welche Geschwindigkeit besitzen beide Massen unmittelbar nach dem Stoß?  $(3,5\frac{m}{s})$
- 4.2 Innerhalb der 2,0 cm werden die beiden Massen auf die Geschwindigkeit  $0 \frac{m}{s}$  abgebremst. Berechne die Verzögerung, die vorhandene Reibungskraft und den Energieverlust.

$$\left(-306 \, \frac{\text{m}}{c^2}; 2100 \, \text{J}\right)$$