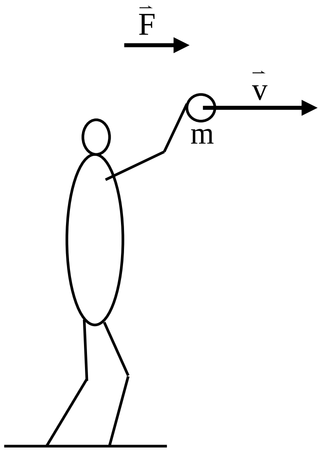
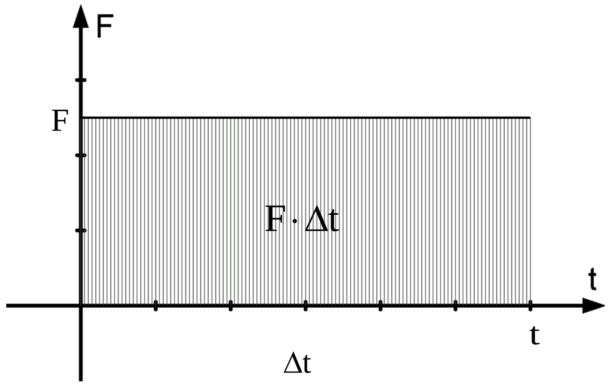
§ 7 Impuls und Impulserhaltung

7.1 Kraftstoß

Beispiel: Eine Person wirft einen Ball weg.
Hier wirkt eine (konstante) Kraft $\vec{F}$ eine bestimmte Zeit Δt.





Die Fläche unter der Kurve im t-F-Diagramm ist ein Maß für den **Kraftstoß** den der Ball erfährt.

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{a} \cdot \Delta t = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v}$$

Eine Kraft $\vec{F}$, die eine bestimmte Zeit Δt auf einen Körper der Masse m ausgeübt wird bewirkt eine Änderung der Geschwindigkeit dieses Körpers er wird also beschleunigt.

Mit $v_0 = 0$ folgt:

$$\boxed{\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \vec{v}}$$

Das Produkt aus der Masse eines Körpers und seiner Geschwindigkeit nennt man seinen **Impuls**

$$\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}}$$

$$[p] = \frac{kg \cdot m}{s} = Ns$$

Der Impuls eines Körpers ist eine vektorielle Größe in Richtung seiner Geschwindigkeit.

<u>Bemerkung</u>: Besitzt ein Körper einen Impuls, so ist er auch Träger von kinetischer Energie.

Allgemein gilt:

$$\boxed{\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot \Delta \vec{v} = \Delta \vec{p}}$$

Ein Kraftstoß ist somit gleichbedeutend mit einer Impulsänderung.

Teilt man obige Gleichung durch Δt, so erhält man:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \dot{\vec{p}}}$$

Die auf einen Körper einwirkende Kraft ist gleich der zeitlichen Änderung des Impulses.

Aufgaben:

1. Auf einen ruhenden Golfball der Masse $m = 46\text{g}$ wirkt die Kraft $F = 24\text{ N}$ genau $0{,}050\text{ s}$ lang. Welche Geschwindigkeit erreicht er?
2. Welche Kraft muss wirken, um innerhalb einer Zehntelsekunde $(\Delta t = 0{,}10\text{s})$ die Geschwindigkeit eines fliegenden Fußballes der Masse $m = 450\text{ g}$ um $36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ zu erhöhen?

3.0 Ein Ball $(m = 100\text{ g})$ trifft mit einer Geschwindigkeit von $v = 1{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ senkrecht auf einer Wand auf und wird mit demselben Betrag der Geschwindigkeit zurückgeschleudert. Die Kontaktdauer mit der Wand beträgt 23ms.

3.1 Berechne die mittlere Stoßkraft der Mauer auf den Ball.

3.2 Welche mittlere Beschleunigung hat der Ball während des Kontakts mit der Mauer erfahren?

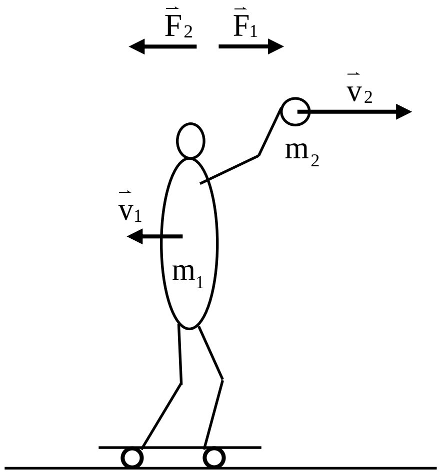
4.0 Eine Raumsonde der Masse 435 kg fliegt mit einer Geschwindigkeit von $8{,}4\,\frac{\text{km}}{\text{s}}$ im gravitationsfreien Raum. Um eine Begegnung mit einem Kleinplaneten nicht zu verfehlen muss die Geschwindigkeit der Raumsonde auf $8{,}1\frac{\text{km}}{\text{s}}$ reduziert werden. Das Steuertriebwerk hat eine Schubkraft von 15 N.

4.1 Berechne die notwendige Brenndauer des Steuertriebwerks.

4.2 Ermittle die Verzögerung sowie die Impulsänderung der Raumsonde.

5. Erklären Sie mit Hilfe der Beziehung $F = \dot{p}$ warum Metallplatten von Satelliten selbst von kleinsten Meteoriten durchschlagen werden können.

7.2 Impulserhaltungssatz



Nach dem 3. Newtonschen Gesetz (actio = reactio) treten in einem abgeschlossenen System innere Kräfte immer paarweise auf, sind gleich groß aber entgegengesetzt gerichtet.

$\Rightarrow \quad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$

Die Kraft $\vec{F}_1$ beschleunigt die Masse m_2

Die Kraft $\vec{F}_2$ beschleunigt die Masse m_1

Beobachtung: Beide Massen werden beschleunigt!

Nach dem 2. Newtonschen Gesetz gilt:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

somit folgt aus obiger Gleichung:

$$m_1 \cdot \vec{a}_1 = -m_2 \cdot \vec{a}_2$$

mit $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ wird daraus:

$$m_1 \cdot \frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t} = -m_2 \cdot \frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t}$$

Da Δt auf beiden Seiten gleich ist (Wechselwirkungskräfte wirken gleich lang ein) folgt:

$$m_1 \cdot \Delta\vec{v}_1 = -m_2 \cdot \Delta\vec{v}_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = 0$$

Impulserhaltungssatz:

In einem abgeschlossenen System, indem nur innere Kräfte wirken ist die Summe der Impulsänderungen stets null.

$$\boxed{\sum_i \Delta\vec{p}_i = 0}$$

Da dies eine allgemeingültige Aussage ist, kann ohne Kenntnis des zeitlichen Verlaufs der Kräfte eine Aussage über deren Bewegungsablauf gemacht werden.

Aufgaben:

6.0 Ein Mann der Masse $m_M = 82\,kg$ steht auf einem im Wasser schwimmenden Boot der Masse $m_B = 55\,kg$. Das Boot und der Mann befinden sich in Ruhe. Der Mann springt nun mit einer Geschwindigkeit von $v_M = 1,7\,\frac{m}{s}$ waagrecht vom Boot weg.

6.1 Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit sich das Boot wegbewegt. In welche Richtung bewegt sich das Boot?

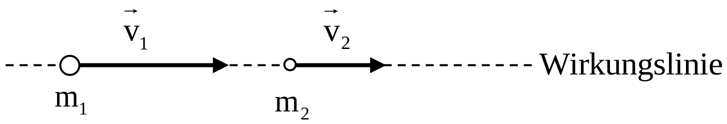
7.0 Eine Hund der $m_H = 5,7\,kg$ fährt auf einem Skateboard der Masse $m_S = 0,75\,kg$. Das Gespann bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von $v = 1,5\,\frac{m}{s}$. Der Hund springt nun mit einer Geschwindigkeit von $v_H = 2,0\,\frac{m}{s}$ (relativ zu einem ruhenden Beobachter) in Fahrtrichtung vom Skateboard.

7.1 Ermitteln Sie, mit welcher Geschwindigkeit und in welche Richtung sich das Skateboard bewegt.

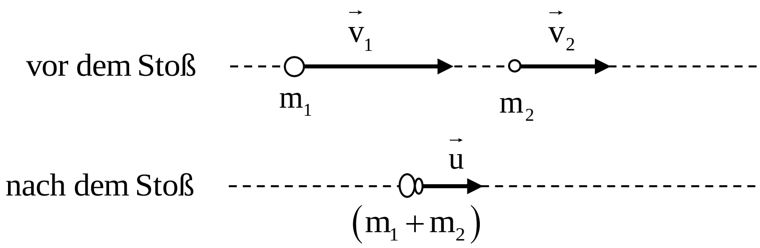
7.2 Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit das Skateboard sich bewegen würde, wenn der Hund entgegen der Fahrtrichtung vom Skateboard springen würde.

7.3 Stoßgesetze

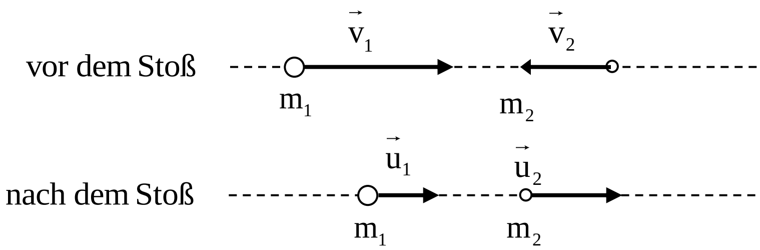
Lässt man zwei Körper mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aufeinander zulaufen, so wird sich ein **zentraler Stoß** ereignen (die Wirkungslinien beider Geschwindigkeitsvektoren fallen zusammen).



Ein zentraler **unelastischer Stoß** liegt vor, wenn sich beide Körper nach dem Zusammenstoß gemeinsam mit der selben Geschwindigkeit weiterbewegen (realisierbar z. B. durch Anbringen von Knetmasse an der Stoßstelle).



Ein zentraler **elastischer Stoß** liegt vor, wenn sich beide Körper nach dem Zusammenstoß getrennt mit jeweils eigener Geschwindigkeit weiterbewegen (realisierbar z. B. durch Anbringen einer Schraubenfeder an der Stoßstelle).



In beiden Fällen können beide Körper jeweils als ein abgeschlossenes System betrachtet werden, wenn von Reibung abgesehen wird.

Aus dem Impulserhaltungssatz $\sum \Delta\vec{p} = 0$ folgt, dass die Summe der Impulse vor dem Stoß gleich der Summe der Impulse nach dem Stoß ist.

Daher gilt:

$$\sum_i p_{i,v} = \sum_i p_{i,n}$$

7.3.1 Betrachtungen für den zentralen unelastischen Stoß:

Mit dem Impulserhaltungssatz lässt sich die Geschwindigkeit u der beiden Körper nach einem vollkommen unelastischen Stoß berechnen, wenn die Geschwindigkeiten v_1 bzw. v_2 vor dem Stoß und die Massen m_1 bzw. m_2 der Körper bekannt sind.

Es gilt:

$$p_{1,v} + p_{2,v} = p_n$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

$$\boxed{u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}} \qquad \mathrm{FS: S.19}$$

Sonderfall für $m_1 = m_2 = m$:

$$\boxed{u = \tfrac{1}{2}(v_1 + v_2)}$$

Aufgaben:

8.0 Ein Güterwagen der Masse $m_1 = 35\,\mathrm{t}$ rollt einen $h = 2{,}0\,\mathrm{m}$ hohen Rangierhügel herunter. Oben hatte er eine Geschwindigkeit von $v = 0{,}75\,\frac{m}{s}$. Er trifft unten auf einen anderen, ruhenden $(v_2 = 0)$, Güterwagen der Masse $m_2 = 27\,\mathrm{t}$ mit dem er ankuppelt. Beide rollen nun gemeinsam weiter. Reibungskräfte sowie Energiebeiträge aus der Rotation bleiben unberücksichtigt.

8.1 Zeigen Sie, dass der Güterwagen, nachdem er den Rangierhügel heruntergerollt ist ein Geschwindigkeit von $v_1 = 6{,}3\,\frac{m}{s}$ hat.

8.2 Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit sich beide Güterwagen im angekuppelten Zustand weiterbewegen?

8.3 Bestimmen Sie den Betrag der Impulsänderung, die der 1. Wagen beim Stoßvorgang erfahren hat.

8.4 Berechnen Sie den Betrag der Energie, welche beim Zusammenkuppeln in Wärme und Deformationsarbeit umgewandelt wurde.

Beim unelastischen Stoß ist die Summe der kinetischen Energien vor dem Stoß größer als die kinetische Energie des Gespanns nach dem Stoß. Die „verlorene" kinetische Energie $\left(\Delta E = E_{kin}^{n} - E_{kin}^{v}\right)$ wird in Verformung und Wärme umgesetzt.

Diese „verlorene" Energie lässt sich allgemein berechnen (Herleitung ist nicht prüfungsrelevant!):

$$\Delta E = E_{kin}^{n} - E_{kin}^{v} = \tfrac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right)u^2 - \left(\tfrac{1}{2}m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2}m_2 v_2^2\right) =$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[\left(m_1 + m_2\right)\left(\frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}\right)^2 - \left(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2\right)\right] =$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[\frac{\left(m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2\right)^2}{m_1 + m_2} - \left(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2\right)\right] =$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[\frac{m_1^2 \cdot v_1^2 + 2m_1 m_2 v_1 v_2 + m_2^2 \cdot v_2^2}{m_1 + m_2} - \left(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2\right)\right] =$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[\frac{m_1^2 \cdot v_1^2 + 2m_1 m_2 v_1 v_2 + m_2^2 \cdot v_2^2}{m_1 + m_2} - \frac{\left(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2\right)\cdot\left(m_1 + m_2\right)}{m_1 + m_2}\right] =$$

$$= \frac{1}{2\left(m_1 + m_2\right)}\left[m_1^2 \cdot v_1^2 + 2m_1 m_2 v_1 v_2 + m_2^2 \cdot v_2^2 - m_1^2 v_1^2 - m_1 m_2 v_1^2 - m_1 m_2 v_2^2 - m_2^2 v_2^2\right] =$$

$$= \frac{1}{2\left(m_1 + m_2\right)}\left[-m_1 m_2 v_1^2 + 2m_1 m_2 v_1 v_2 - m_1 m_2 v_2^2\right] =$$

$$= -\frac{m_1 m_2}{2\left(m_1 + m_2\right)}\left[v_1^2 - 2v_1 v_2 + v_2^2\right] = -\frac{m_1 m_2}{2\left(m_1 + m_2\right)}\left(v_1 - v_2\right)^2$$

$$\Delta E = -\frac{m_1 m_2}{2\left(m_1 + m_2\right)}\left(v_1 - v_2\right)^2$$

7.3.2 Betrachtung für den zentralen vollkommen elastischen Stoß

Die Körper haben vor dem Stoß die Geschwindigkeiten v_1 bzw. v_2, nach dem Stoß dagegen die Geschwindigkeiten u_1 bzw. u_2.
Sind die Anfangsgeschwindigkeiten und die Massen bekannt, so lassen sich damit die Endgeschwindigkeiten berechnen.
Es gilt:

Impulserhaltung:

$$\begin{aligned}
p_{1,v} + p_{2,v} &= p_{1,n} + p_{2,n} \\
m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 &= m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \\
m_1 \cdot v_1 - m_1 \cdot u_1 &= +m_2 \cdot u_2 - m_2 \cdot v_2 \\
m_1 \cdot (v_1 - u_1) &= m_2 \cdot (u_2 - v_2) \qquad (1)
\end{aligned}$$

Energieerhaltung:

$$\begin{aligned}
E_{kin,v} &= E_{kin,n} \\
\tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 &= \tfrac{1}{2} m_1 u_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 u_2^2 \qquad |\cdot 2 \\
m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 &= m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 \\
m_1 v_1^2 - m_1 u_1^2 &= m_2 u_2^2 - m_2 v_2^2 \\
m_1 \left(v_1^2 - u_1^2\right) &= m_2 \left(u_2^2 - v_2^2\right) \\
m_1 (v_1 - u_1)(v_1 + u_1) &= m_2 (u_2 - v_2)(u_2 + v_2) \qquad (2)
\end{aligned}$$

Rechnet man nun $(2):(1)$, so erhält man:

$$\begin{aligned}
\frac{m_1 (v_1 - u_1)(v_1 + u_1)}{m_1 \cdot (v_1 - u_1)} &= \frac{m_2 (u_2 - v_2)(u_2 + v_2)}{m_2 \cdot (u_2 - v_2)} \\
v_1 + u_1 &= u_2 + v_2 \\
u_1 &= u_2 + v_2 - v_1 \qquad (3) \\
u_2 &= v_1 + u_1 - v_2 \qquad (4)
\end{aligned}$$

Setzt man nun (3) in (1), so erhält man:

$$\begin{aligned}
m_1 \cdot \left(v_1 - (u_2 + v_2 - v_1)\right) &= m_2 \cdot (u_2 - v_2) \\
m_1 \cdot (v_1 - u_2 - v_2 + v_1) &= m_2 \cdot (u_2 - v_2) \\
m_1 \cdot (2v_1 - u_2 - v_2) &= m_2 \cdot (u_2 - v_2) \\
2m_1 v_1 - m_1 u_2 - m_1 v_2 &= m_2 u_2 - m_2 v_2 \\
2m_1 v_1 - m_1 v_2 + m_2 v_2 &= m_2 u_2 + m_1 u_2 \\
m_2 v_2 + m_1 \cdot (2v_1 - v_2) &= (m_1 + m_2) u_2 \\
&\boxed{u_2 = \frac{m_2 v_2 + m_1 \cdot (2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}} \qquad FS: S.19
\end{aligned}$$

Setzt man (4) in (1), so erhält man:

$$m_1 \cdot (v_1 - u_1) = m_2 \cdot (v_1 + u_1 - v_2 - v_2)$$
$$m_1 \cdot (v_1 - u_1) = m_2 \cdot (v_1 + u_1 - 2v_2)$$
$$m_1 v_1 - m_1 u_1 = m_2 v_1 + m_2 u_1 - 2m_2 v_2$$
$$m_1 v_1 + 2m_2 v_2 - m_2 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_1$$
$$m_1 v_1 + m_2 \cdot (2v_2 - v_1) = (m_1 + m_2) u_1$$
$$\boxed{u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 \cdot (2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2}} \qquad \text{FS: S.19}$$

<u>Sonderfall 1</u>: $m_1 = m_2 = m$ und $v_2 = 0$ (d.h. der gestoßenen Körper ist zunächst in Ruhe)

Durch Einsetzen dieser Werte in die Gleichungen (5) und (6) erhält man:

$$u_1 = 0 \text{ und } u_2 = v_1$$

Der stoßende Körper bleibt in Ruhe und der gestoßene Körper erhält dessen Geschwindigkeit (die Impulse werden ausgetauscht).
Dies kann an einem Beispiel demonstriert werden.

<u>Sonderfall 2</u>: $m_1 \ll m_2$ und $v_2 = 0$ (d.h. der gestoßenen Körper ist zunächst in Ruhe)

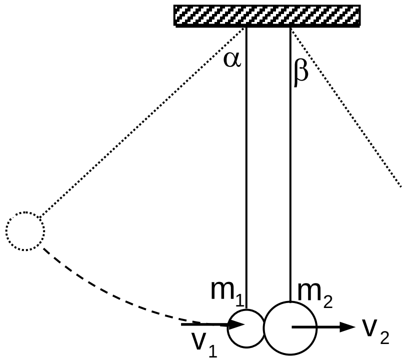
Durch Einsetzen in die Gleichung (5) und (6) und dem Zusammenhang, dass $\frac{m_1}{m_2} \to 0$ folgt:

$$u_1 = -v_1 \text{ und } u_2 = 0$$

Der stoßende Körper erfährt nur eine Umkehrung seiner Richtung (sein Impuls kehrt sich um), der gestoßene Körper bleibt in Ruhe.
Bsp.: Kugel stößt gegen eine feste Wand!

Aufgaben

9.0 Zwei Kugeln hängen wie dargestellt je an einem Faden der Länge $l = 50\,\text{cm}$. Die Masse der linken Kugel hat den Wert $m_1 = 0{,}15\,\text{kg}$,die Masse der rechten Kugel den Wert $m_2 = 0{,}30\,\text{kg}$. Die linke Kugel wird unter einem Winkel von $\alpha = 55°$ nach links ausgelenkt.



9.1 Zeigen Sie, dass die linke Kugel dabei um $h = 21\text{cm}$ angehoben wird.

9.2 Die Kugel wird nun losgelassen. Berechnen Sie die Geschwindigkeit v_1, mit der die Kugel auf die rechte Kugel trifft.

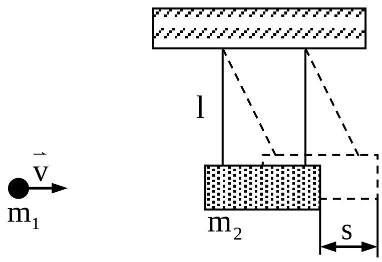
9.3 Ermitteln Sie rechnerisch die Geschwindigkeit u_2 der rechten Kugel nach dem Stoß, wenn diese vorher in Ruhe $(v_2 = 0)$ war.

9.4 Berechnen Sie den Auslenkwinkel β der rechten Kugel nach dem Stoß.

9.5 Entscheiden Sie, ob die linke Kugel nach dem Stoß nach links oder nach rechts ausgelenkt wird. (rechnerische Begründung)

9.6 Berechnen Sie den Auslenkwinkel γ der linken Kugel nach dem Stoß.

10.0 Zur Bestimmung der Geschwindigkeit einer Luftgewehrkugel mit der Masse $m_1 = 0{,}50\text{ g}$ kann man ein ballistisches Pendel heranziehen. Das Pendel ist mittels zweier Fäden der Länge $l = 60\text{ cm}$ aufgehängt und besteht aus Holz der Masse $m_2 = 650\text{ g}$. Schießt man mit dem Luftgewehr darauf so bleibt die Kugel im Holz stecken. Dabei erfährt es ein eine Auslenkung von $s = 3{,}6\text{ cm}$ nach rechts.



10.1 Zeigen Sie, dass der Holzklotz dabei um Höhe $h = 1{,}1\text{mm}$ angehoben wurde.

10.2 Berechne die Geschwindigkeit der Luftgewehrkugel.

10.3 Die Kugel dringt um die Strecke $d = 4{,}5\text{ mm}$ in das Holz ein. Ermitteln Sie die mittlere Kraft F, mit der die Kugel auf das Holz während des Eindringens einwirkt.

10.4 Berechne die Rückstoßkraft des Luftgewehrs, wenn die Masse des Luftgewehrs $m_3 = 3{,}8\text{ kg}$, der Lauf des Luftgewehrs $\ell = 42\text{ cm}$ beträgt und von einer konstanten Beschleunigung der Kugel ausgegangen werden kann.

11.0 Die Saturn V-Rakete hat 2890 t Startmasse und 35 MN Startschub.

11.1 Mit welcher Beschleunigung hebt die Rakete ab?

11.2 Pro Sekunde werden 13.500 kg Treibstoff verbrannt. Wie groß ist die Geschwindigkeit der austretenden Verbrennungsgase?

12. Zeige, dass für die Energieübertragung beim vollkommen unelastischen Stoß $\left(\text{für } v_2 = 0\right)$ gilt:

$$E_{kin,n} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot E_{kin,v}$$

13.0 Zwei Kugeln mit den beiden Massen $m_1 = m$ und $m_2 = 2m$ bewegen sich mit gleichem Geschwindigkeitsbetrag aufeinander zu. Welche Geschwindigkeiten ergeben sich für die beiden Massen nach dem Zusammenstoß, wenn dieser

13.1 elastisch,

13.2 unelastisch erfolgt?

13.3 Wie groß ist im Fall 11.2 der Energieverlust ΔE ?

14.0 Zwei aneinandergekoppelte Fahrzeuge der Masse $m_1 = 600\,\text{kg}$ und $m_2 = 800\,\text{kg}$ ruhen auf einer horizontalen Ebene. Zwischen beiden Fahrzeugen befindet sich eine (nicht befestigte) um die Länge $s = 16\,\text{cm}$ zusammengedrückte Feder der Federkonstanten $D = 40\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$. Nach Lösen der Kopplung entspannt sich die Feder.

14.1 Berechnen Sie, welche Geschwindigkeiten v_1 und v_2 die beiden Fahrzeuge nach dem Lösen der Kopplung besitzen?

15.0 Ein Hammer der Masse $m_H = 1{,}00\,\text{kg}$ kann sich um das Ende seines Stiels (Masse vernachlässigbar) reibungsfrei drehen. Der Hammer wird um einen bestimmten Winkel ausgelenkt und losgelassen. Er trifft im tiefsten Punkt seiner Bewegung zentral und vollelastisch auf eine Kugel der Masse $m_K = 300\,\text{g}$.

15.1 Berechne die Geschwindigkeit v_H, mit der der Hammer die Kugel trifft, wenn diese mit einer Geschwindigkeit von $v_K = 6{,}7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ wegfliegt.

15.2 Ermittle die mittlere Stoßkraft, wenn Hammer und Kugel 0,012 s in Kontakt sind.

15.3 Nach dem Stoß schwingt der Hammer weiter nach rechts bis zum Umkehrpunkt. Berechne die Höhe dieses Umkehrpunkts über dem tiefsten Punkt.

16. Ein Mann $\left(m_M = 70\,\text{kg}\right)$ springt aus einer Höhe von $h = 80\,\text{cm}$ horizontal von einem ruhenden Boot $\left(m_B = 90\,\text{kg}\right)$ ins Wasser und landet in einer Entfernung von $x = 2{,}0\,\text{m}$ vom Boot. Berechne die Energie, die der Mann beim Sprung aufwenden musste.

17. Ein Junge wirft einen Tennisball mit der Geschwindigkeit $15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ senkrecht auf die Rückwand eines Lastwagens, der mit der Geschwindigkeit $18\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ vorwärts fährt.

17.1 Welche Geschwindigkeit hat der Ball nach dem Aufprall?

17.2 Wie viel Prozent seiner Energie verliert der Ball beim Stoß? Wo verbleibt diese Energie?

18. Die Masse m_1 stößt auf die ruhende Masse m_2. Nach dem Stoß bewegen sich beide Körper mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit auseinander. Was kann man über das Massenverhältnis der beiden Körper und ihre Geschwindigkeiten nach dem Stoß aussagen?

19.Eine Gewehrkugel trifft kurz nach Verlassen der Mündung mit der Geschwindigkeit $v_0 = 500\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf eine senkrecht aufgehängte kleine Stahlplatte (Länge der Aufhängung

$l = 2{,}0\ \mathrm{m}$, Plattenmasse $M = 5{,}0\ \mathrm{kg}$) und prallt elastisch zurück. Wie stark (Höhe und Winkel) schlägt die aufgehängte Platte aus?

20.0 Beim U-Bahn-Bau werden zur Abdichtung gegen Grundwasser Eisenschienen $\left(m = 200\ \mathrm{kg}\right)$ senkrecht in den Boden gerammt. In einem speziellen Fall trifft eine Masse von $280\ \mathrm{kg}$ aus einer Höhe von $1{,}84\ \mathrm{m}$ auf eine solche Schiene und treibt sie dabei $2{,}0\ \mathrm{cm}$ in den Boden. Betrachte den Vorgang als unelastischen Stoß.

20.1 Welche Geschwindigkeit besitzen beide Massen unmittelbar nach dem Stoß?

20.2 Innerhalb der $2{,}0\ \mathrm{cm}$ werden die beiden Massen auf die Geschwindigkeit $0\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ abgebremst. Berechne die Verzögerung, die vorhandene Reibungskraft und den Energieverlust.