§ 3 Gesetze von Newton und ihre Anwendungen

Aufgaben

1. Ein Körper hat die Masse 200kg. Welche Kraft wirkt auf ihn, wenn er die Beschleunigung $6{,}00\,\frac{m}{s^2}$ erhält?

   $$F = m \cdot a = 200\,kg \cdot 6{,}00\,\tfrac{m}{s^2} = \underline{\underline{1{,}20\,kN}}$$

2. Ein Skispringer (Gesamtmasse 80kg) wird beim Anfahren bis zum Schanzentisch in 5,0s von 0 auf $92\,\frac{km}{h}$ beschleunigt. Wie groß ist die mittlere beschleunigende Kraft?

   $$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_n - v_v}{\Delta t} = 80\,kg \cdot \frac{(92:3{,}6)\,\frac{m}{s}}{5{,}0\,s} = \underline{\underline{0{,}41\,kN}}$$

3. Ein Omnibus (Gesamtmasse 14t) wird 5,0s lang mit der Kraft 10kN beschleunigt. Welche Geschwindigkeit hat er am Ende der Beschleunigungszeit, wenn er zu Beginn der Beschleunigung mit der Geschwindigkeit $70\,\frac{km}{h}$ fuhr?

   $$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_n - v_v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad v_n = \frac{F \cdot \Delta t}{m} + v_v$$

   $$v_n = \frac{10000\,N \cdot 5{,}0\,s}{14000\,kg} + (70:3{,}6)\,\tfrac{m}{s} = 23{,}0\,\tfrac{m}{s} = \underline{\underline{83\,\tfrac{km}{h}}}$$

4. Ein Körper hat die Masse 3,5kg. Er ruht auf einer horizontalen Unterlage und kann sich auf dieser reibungsfrei bewegen. Auf ihn wirkt eine konstante Kraft horizontal, sodass er nach einem Weg von 5,0m die Geschwindigkeit $0{,}80\,\frac{m}{s}$ erreicht.

   a) Wie groß ist die Beschleunigung?

   $$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad \overset{v_0=0}{\Rightarrow} \quad a = \frac{v^2}{2x} = \frac{\left(0{,}80\,\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 5{,}0\,m} = 0{,}064\,\tfrac{m}{s^2} = \underline{\underline{6{,}4 \cdot 10^{-2}\,\tfrac{m}{s^2}}}$$

   b) Wie groß ist die Kraft?

   $$F = m \cdot a = 3{,}5\,kg \cdot 0{,}064\,\tfrac{m}{s^2} = \underline{\underline{0{,}22\,N}}$$

   c) Nach welcher Zeit hat der Körper die Geschwindigkeit $0{,}80\,\frac{m}{s}$ erreicht?

   $$v(t) = v_0 + at \quad \overset{v_0=0}{\Rightarrow} \quad v(t) = at$$

   $$v(t_n) = a \cdot t_n = v_n \quad \Rightarrow \quad t_n = \frac{v_n}{a} = \frac{0{,}80\,\frac{m}{s}}{0{,}064\,\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{13\,s}}$$

   d) Welchen Weg hat der Körper nach 5,0s zurückgelegt und wie groß ist dann seine Momentangeschwindigkeit?

   $$x(t) = x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2 \quad \underset{v_0=0}{\overset{x_0=0}{\Rightarrow}} \quad x(t) = \tfrac{1}{2}at^2$$

   $$x = x(5{,}0\,s) = \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}064\,\tfrac{m}{s^2} \cdot (5{,}0\,s)^2 = \underline{\underline{0{,}80\,m}}$$

   $$v(t) = v_0 + at \quad \overset{v_0=0}{\Rightarrow} \quad v(t) = at$$

   $$v_n = 0{,}064\,\tfrac{m}{s^2} \cdot 5{,}0\,s = \underline{\underline{0{,}32\,\tfrac{m}{s}}}$$

5. Ein Fußball $\left(m_B = 430\,g\right)$ fliegt bei einem Elfmeterschuss mit etwa $100\,\frac{km}{h}$ auf das Tor zu.

   a) Berechne die Bremskraft, wenn der Ball dem Torwart direkt auf die Brust trifft und man in diesem Fall für den Bremsweg 10cm ansetzt

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad \overset{v=0}{\Rightarrow} \quad -v_0^2 = 2ax \quad \Rightarrow \quad a = \frac{-v_0^2}{2x}$$

$$F_B = m_B \cdot a = -\frac{m_B \cdot v_0^2}{2x} = -\frac{430\,g \cdot \left(100:3{,}6\right)^2 \frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 0{,}10\,m} = \underline{\underline{-1{,}7 \cdot 10^3\,N}}$$

   b) Wie groß ist die Masse eines Körpers, dessen Gewichtskraft gleich der in a) berechneten Bremskraft ist?

$$F_B = F_G = m_K \cdot g \quad \Rightarrow \quad m_K = \frac{F_B}{g} = \frac{1{,}66 \cdot 10^3\,N}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}} = 1{,}7 \cdot 10^2\,kg$$

6. Ein Motorrad erreicht auf ebener Straße vom Stand aus in $4{,}0\,s$ die Geschwindigkeit $100\,\frac{km}{h}$; Fahrer und Maschine haben zusammen eine Masse von $300\,kg$

   a) Welche (durchschnittliche) Beschleunigung wurde dabei erreicht?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_e - v_0}{\Delta t} \overset{v_0=0}{=} \frac{v_e}{\Delta t} = \frac{\left(100:3{,}6\right)\frac{m}{s}}{4{,}0\,s} = \underline{\underline{6{,}9\,\frac{m}{s^2}}}$$

   b) Welche (durchschnittliche) Kraft wirkte dabei beschleunigend?

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v_e}{\Delta t} = 300\,kg \cdot \frac{\left(100:3{,}6\right)\frac{m}{s}}{4{,}0\,s} = \underline{\underline{2{,}1\,kN}}$$

   c) Welche (durchschnittliche) Beschleunigung wird erreicht, wenn noch zusätzlich eine Person der Masse $m_P = 60\,kg$ auf dem Motorrad sitzt? Dabei soll angenommen werden, dass die beschleunigende Kraft gleich der in Teilaufgabe b) ist. In welcher Zeit wird jetzt die Geschwindigkeit $100\,\frac{km}{h}$ erreicht?

$$F = \left(m + m_P\right) \cdot a_{neu} \quad \Rightarrow \quad a_{neu} = \frac{F}{m + m_P} = \frac{2100\,N}{300\,kg + 60\,kg} = \underline{\underline{5{,}8\,\frac{m}{s^2}}}$$

$$a_{Neu} = \frac{\Delta v}{\Delta t_{Neu}} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_{Neu} = \frac{\Delta v}{a_{Neu}} = \frac{v_e}{a_{Neu}} = \frac{\left(100:3{,}6\right)\frac{m}{s}}{5{,}8\,\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{4{,}8\,s}}$$

   d) Leiten Sie für die Aufgabe c) eine allgemeine Endformel her.

$$a = \frac{v_e}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad F = m \cdot a = m \cdot \frac{v_e}{\Delta t} \qquad (1)$$

$$F = \left(m + m_P\right) \cdot a_{neu} = \left(m + m_P\right) \cdot \frac{v_e}{\Delta t_{neu}} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_{neu} = \frac{\left(m + m_P\right) \cdot v_e}{F} \qquad (2)$$

$$(1)\text{ in }(2):\ \Delta t_{neu} = \frac{\left(m + m_P\right) \cdot v_e}{m \cdot \frac{v_e}{\Delta t}} = \frac{m + m_P}{m} \cdot \Delta t = \left(1 + \frac{m_P}{m}\right) \cdot \Delta t$$

7. Ein Auto fährt mit der Geschwindigkeit $60\,\frac{km}{h}$. Der Fahrer muss plötzlich voll abbremsen. Nach 18m kommt das Auto zum Stehen.
   a) Wie groß ist die mittlere Verzögerung bei dem Bremsvorgang?

$$v^2 - v_0^2 = 2as \quad \overset{v=0}{\Rightarrow} \quad -v_0^2 = 2as \quad \Rightarrow \quad a = \frac{-v_0^2}{2s} = -\frac{(60:3,6)^2\,\frac{m^2}{s^2}}{2\cdot 18\,m} = \underline{\underline{-7,7\,\frac{m}{s^2}}}$$

   b) Wie groß ist die mittlere Bremskraft auf den Fahrer ($m = 75kg$)? Vergleiche diese Kraft mit der Gewichtskraft F_G des Fahrers.

$$F_B = m_B \cdot a = -\frac{m_B \cdot \left(-v_0^2\right)}{2s} = -\frac{75\,kg \cdot \left(-(60:3,6)^2\right)\frac{m^2}{s^2}}{2\cdot 18\,m} = \underline{\underline{-0,58\,kN}}$$

$$\frac{|F_B|}{F_g} = \frac{580\,N}{75\,kg \cdot 9,81\,\frac{m}{s^2}} = 0,79$$

   Die Bremskraft entspricht somit 79% der Gewichtskraft des Fahrers

8. In der Startphase zum 100 m-Lauf erreicht ein Athlet ($m = 80kg$) am Ende der ersten 5m die Geschwindigkeit $5\,\frac{m}{s}$. Welche mittlere Kraft muss der Athlet dabei aufbringen?

$$v^2 - v_0^2 = 2as \quad \overset{v_0=0}{\Rightarrow} \quad a = \frac{v^2}{2s}$$

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{2s} = 80\,kg \cdot \frac{\left(5\,\frac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 5\,m} = \underline{\underline{0,2\,kN}}$$

9. Ein Auto fährt mit der Geschwindigkeit $72\,\frac{km}{h}$ gegen einen starren Betonpfeiler. Das Autowrack kommt nach 0,10s zum Stehen. In der Regel ist ein solcher Auffahrunfall für Fahrer und Fahrgäste tödlich.
   a) Wie groß ist bei dem Unfall die mittlere Verzögerung?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_e - v_0}{\Delta t} \overset{v_e=0}{=} -\frac{v_0}{\Delta t} = -\frac{20\,\frac{m}{s}}{0,10\,s} = -200\,\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{-2,0\cdot 10^2\,\frac{m}{s^2}}}$$

   b) Das wie vielfache der Gewichtskraft des Fahrers ist dabei die auf ihn wirkende Bremskraft?

$$\frac{F_B}{F_G} = \frac{m\cdot a_B}{m\cdot g} = \frac{a_B}{g} = \frac{200\,\frac{m}{s^2}}{9,81\,\frac{m}{s^2}} = 20$$

   Das entspricht der 20-fachen Gewichtskraft des Fahrers.

10. Eine B747 (Jumbo) hat die Gesamtmasse $3,2\cdot 10^5\,kg$. Die maximale Schubkraft der vier Triebwerke ist insgesamt $F_{max} = 8,8\cdot 10^5\,N$. Für den Start wird aus Sicherheitsgründen mit einer Schubkraft von $F_s = 8,0\cdot 10^5\,N$ gerechnet. Während der Startphase müssen Rollreibungs- und Luftwiderstandskräfte überwunden werden, die im Mittel zusammen $F_R = 2,5\cdot 10^5\,N$ betragen. Der Jumbo beginnt zu fliegen, wenn er eine Geschwindigkeit von $v = 300\,\frac{km}{h}$ erreicht hat.
   a) Wie lange dauert der Start?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{t} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{v}{a} = \frac{v}{\frac{F_{eff}}{m}} = \frac{v\cdot m}{F_S - F_R} = \frac{(300:3,6)\,\frac{m}{s}\cdot 3,2\cdot 10^5\,kg}{8,0\cdot 10^5\,N - 2,5\cdot 10^5\,N} = 48\,s$$

b) Wie lange muss die Startbahn mindestens sein?

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \overset{v_0=0}{\Rightarrow} x = \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2\frac{F_{eff}}{m}} = \frac{mv^2}{2\left(F_S - F_R\right)}$$

$$x = \frac{3,2\cdot 10^5\,\text{kg}\cdot\left(\left(300:3,6\right)\frac{m}{s}\right)^2}{2\left(8,0\cdot 10^5\,\text{N} - 2,5\cdot 10^5\,\text{N}\right)} = 2,0\,\text{km}$$

c) Aus Sicherheitsgründen sind die Startbahnen etwa 3,0km lang. Welche Schubkraft reicht bei dieser Startbahnlänge aus? Würde der Start noch gelingen, wenn eines der vier Triebwerke ausfällt?

$$x = \frac{mv^2}{2\left(F_S - F_R\right)}$$

$$2\left(F_S - F_R\right)\cdot x = mv^2$$

$$F_S - F_R = \frac{mv^2}{2x}$$

$$F_S = \frac{mv^2}{2x} + F_R$$

$$F_S = \frac{3,2\cdot 10^5\,\text{kg}\cdot\left(\left(300:3,6\right)\frac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 3000\,\text{m}} + 2,5\cdot 10^5\,\text{N} = 6,2\cdot 10^5\,\text{N}$$

Der Start würde noch gelingen, der Pilot müsste aber dabei die verbleibenden drei Triebwerke mit maximaler Schubkraft betreiben.

11. Ein LKW $\left(m = 18t\right)$ fährt auf horizontaler Ebene mit einer Geschwindigkeit von $v = 60\,\frac{km}{h}$. Vor einer Rast lässt der Fahrer den LKW ausrollen. Welchen Weg legt der LKW noch bis zum Stillstand zurück, wenn die Reibungszahl 0,035 beträgt?

Es gilt: $a = -\mu g$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \overset{v=0}{\Rightarrow} x = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-v_0^2}{-2\mu g} = \frac{v_0^2}{2\mu g} = \frac{\left(60:3,6\right)^2\,\frac{m^2}{s^2}}{2\cdot 0,035\cdot 9,81\,\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{0,40\,\text{km}}}$$

Für die dazu benötigte Zeit würde gelten:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta v}{a} = \frac{v_n - v_v}{-\mu g} \overset{v_n=0}{=} \frac{v_v}{\mu g} = \frac{\left(60:3,6\right)\frac{m}{s}}{0,035\cdot 9,81\,\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{49\,\text{s}}}$$

12. Eine Lokomotive mit der Masse $m = 120t$ beschleunigt auf einer ebenen Gleisstrecke fünf angehängte Wagen von je $m_W = 28t$ in 90s aus dem Ruhezustand auf die Geschwindigkeit $72\,\frac{km}{h}$. Die Reibungszahl beträgt 0,005.

a) Welche Kraft F muss die Lokomotive aufbringen?

$$F_{eff} = F_Z - F_R \Rightarrow F_Z = F_{eff} + F_R = F_{eff} + \mu F_N = F_{eff} + \mu F_G = m_{Ges}\cdot a_{eff} + \mu m_{Ges} g$$

$$F_Z = m_{Ges}\cdot\left(a_{eff} + \mu g\right) = m_{Ges}\cdot\left(\frac{\Delta v}{\Delta t} + \mu g\right)$$

$$F_Z = 260\cdot 10^3\,\text{kg}\cdot\left(\frac{(72:3{,}6)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{90\,\text{s}} + 0{,}005\cdot 9{,}81\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = \underline{\underline{71\,\text{kN}}}$$

b) Berechne die Zugkraft F_K auf die Kupplung zwischen der Lokomotive und dem ersten Wagen.

$$F_K = F_a + F_{R\,(5\,\text{Wagons})} = F_a + \mu\cdot 5\cdot m_W\cdot g = 70{,}5\cdot 10^3\,\text{N} + 0{,}005\cdot 140\cdot 10^3\,\text{kg}\cdot 9{,}81\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = \underline{\underline{77\,\text{kN}}}$$

13. Ein LKW der Masse $m = 15{,}0\,\text{t}$ und der Geschwindigkeit $v_0 = 80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ soll auf ebener Strecke in 30 s zum Stehen kommen. Die Reibungszahl beträgt 0,020.

a) Berechne die notwendige Bremskraft.

$$F_{eff} = F_Z - F_R \;\Rightarrow\; F_Z = m_{Ges}\cdot(a_{eff} + \mu g) = m_{Ges}\cdot\left(\frac{v_n - v_0}{\Delta t} + \mu g\right) \overset{v_n=0}{=} m_{Ges}\cdot\left(\mu g - \frac{v_0}{\Delta t}\right)$$

$$F_Z = 15\cdot 10^3\,\text{kg}\cdot\left(0{,}020\cdot 9{,}81\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} - \frac{(80:3{,}6)\frac{\text{m}}{\text{s}}}{30\,\text{s}}\right) = -8{,}2\,\text{kN} \;\hat{=}\; \text{Bremskraft}$$

b) Wie lange ist dabei der Bremsweg?

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \overset{v=0}{\Rightarrow} x = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-v_0^2\cdot\Delta t}{2\Delta v} = \frac{-v_0^2\cdot\Delta t}{2(v_n - v_0)} = \tfrac{1}{2}\cdot v_0\cdot\Delta t$$

$$x = \tfrac{1}{2}\cdot(80:3{,}6)\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 30\,\text{s} = \underline{\underline{0{,}33\,\text{km}}}$$

Weitere Aufgaben:

Ein Vater $(m_V = 75\,\text{kg})$ zieht einen Schlitten $(m_S = 5{,}0\,\text{kg})$ auf dem seine Tochter $(m_T = 20\,\text{kg})$ sitzt. Die Reibungszahl zwischen dem Schlitten und dem Schnee hat den Wert $\mu = 0{,}20$.

a) Mit welcher Kraft muss der Vater den Schlitten (mit Tochter) ziehen damit sich dieser in der horizontalen Ebene mit der konstanten Geschwindigkeit $v_S = 3{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ bewegt.

b) Der Vater hört nun auf den Schlitten zu ziehen. Wie weit fährt der Schlitten und wie lange dauert seine Fahrt noch (in der horizontalen Ebene).

A) Ein Fahrzeug der Masse $m_F = 1{,}25\,\text{t}$ steht an einem Berg mit den Neigungswinkel $\alpha = 2{,}5°$. Die Fahrbahnlänge beträgt $\ell = 150\,\text{m}$, die Reibungszahl zwischen Auto und Straße hat den Wert $\mu = 0{,}020$. Der Fahrer des Fahrzeugs löst aus Versehen die Handbremse, so dass der Wagen anfängt sich hangabwärts zu bewegen.

a) Berechnen Sie ausgehend von einer ordentlichen Skizze in welche Sie die wirkenden Kräfte eintragen, mit welcher Beschleunigung sich das Fahrzeug in Bewegung setzt?

$$F_a = F_H - F_R$$

$$F_a = F_H - \mu F_N$$

$$m\cdot a = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha \quad |:m$$

$$a = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$$

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)$$

$$a = 9{,}81\,\tfrac{m}{s^2} \cdot \left(\sin\left(2{,}5°\right) - 0{,}020 \cdot \cos\left(2{,}5°\right)\right) \approx 0{,}23\,\tfrac{m}{s^2}$$

b) Berechnen Sie, wie lange es dauert, bis der Wagen unten angekommen ist und mit welcher Geschwindigkeit er unten ankommt?

$$x\left(t\right) = \tfrac{1}{2}at^2 + \underset{0}{v_0}\,t + \underset{0}{x_0}$$

$$\ell = \tfrac{1}{2}at^2 \qquad \text{mit } x = \ell$$

$$t^2 = \frac{2\ell}{a}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\ell}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 150\,m}{0{,}23\,\tfrac{m}{s^2}}} \approx 36\,s$$

$$v = at = 0{,}23\,\tfrac{m}{s^2} \cdot 36\,s \approx 8{,}3\,\tfrac{m}{s}$$

B) Ein Auto der Masse $m_A = 1{,}25\,t$ beschleunigt in der horizontalen in 4,5s von 0 auf $100\,\tfrac{km}{h}$. Die Reibungszahl zwischen Auto und Straße beträgt dabei 0,020.

a) Ermitteln Sie die Motorkraft des Autos

$$F_a = F_Z - F_R$$

$$F_Z = F_a + F_R$$

$$F_Z = m \cdot a + \mu mg$$

$$F_Z = m \cdot \left(a + \mu g\right)$$

$$F_Z = m\left(\frac{\Delta v}{\Delta t} + \mu g\right)$$

$$F_Z = 1{,}25 \cdot 10^3\,kg \cdot \left(\frac{\left(100 : 3{,}6\right)\tfrac{m}{s}}{4{,}5s} + 0{,}020 \cdot 9{,}81\,\tfrac{m}{s^2}\right) \approx 8{,}0\,kN$$

b) Das Fahrzeug fährt nun einen Berg ($\alpha = 5{,}0°$) herunter bzw. hinauf. Wie lange benötigt es nun um von 0 auf $100\,\tfrac{km}{h}$ zu beschleunigen?

Bei der Fahr t herunter gilt:

Bei der Fahrt herunter gilt:

$$
\begin{aligned}
F_a &= F_Z + F_H - F_R \\
F_a &= F_Z + F_H - \mu F_N \\
m\,a &= F_Z + mg\sin\alpha - \lambda mg\cos\alpha \\
m\frac{\Delta v}{\Delta t} &= F_Z + mg\sin\alpha - \lambda mg\cos\alpha \\
\Delta t &= \frac{m\cdot\Delta v}{F_Z + mg\sin\alpha - \lambda mg\cos\alpha}
\end{aligned}
$$

$$\Delta t = \frac{40\text{kg}\cdot(100:3{,}6)\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{8{,}0\cdot 10^3\,\text{N} + 40\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{N}}{\text{kg}}\cdot\sin(12°) - 0{,}035\cdot 40\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{N}}{\text{kg}}\cdot\cos(12°)} \approx 3{,}9\,\text{s}$$

Bei der Fahrt hinauf gilt:

$$
\begin{aligned}
F_a &= F_Z - F_H - F_R \\
F_a &= F_Z - F_H - \mu F_N \\
m\,a &= F_Z - mg\sin\alpha - \lambda mg\cos\alpha \\
m\frac{\Delta v}{\Delta t} &= F_Z - mg\sin\alpha - \lambda mg\cos\alpha \\
\Delta t &= \frac{m\cdot\Delta v}{F_Z - mg\sin\alpha - \lambda mg\cos\alpha}
\end{aligned}
$$

$$\Delta t = \frac{40\text{kg}\cdot(100:3{,}6)\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{8{,}0\cdot 10^3\,\text{N} - 40\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{N}}{\text{kg}}\cdot\sin(12°) - 0{,}035\cdot 40\text{kg}\cdot 9{,}81\frac{\text{N}}{\text{kg}}\cdot\cos(12°)} \approx 5{,}2\,\text{s}$$

C) Ein Schlitten steht an einem Berg mit dem Neigungswinkel α. Die Reibungszahl zwischen dem Schlitten und dem Schnee beträgt $\mu = 0{,}035$.

a) Berechnen Sie, wie groß α mindestens sein muss, damit sich der Schlitten in Bewegung setzt.

$$
\begin{aligned}
\underset{0}{F_a} &= F_H - F_R \\
F_H &= F_R \\
mg\sin\alpha &= \mu mg\cos\alpha \\
\mu &= \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \\
\mu &= \tan\alpha \\
0{,}035 &= \tan\alpha \qquad \Rightarrow \quad \alpha \approx 2{,}0°
\end{aligned}
$$

b) Welche Zugkraft ist notwendig um den Schlitten samt Fahrer $\left(m = 40\,\text{kg}\right)$ einen Berg mit dem Neigungswinkel $\alpha = 12{,}0°$ mit konstanter Geschwindigkeit hochzuziehen?

$$
\begin{aligned}
\underbrace{F_a}_{0} &= F_Z - F_H - F_R \\
F_Z &= F_H + F_R \\
F_Z &= mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha \\
F_Z &= mg\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right) \\
F_Z &= 40\,\text{kg}\cdot 9{,}81\tfrac{\text{N}}{\text{kg}}\cdot\left(\sin\left(12{,}0°\right) + 0{,}035\cdot\cos\left(12{,}0°\right)\right) \approx 95\,\text{N}
\end{aligned}
$$

c) Nun fährt der Schlitten samt Fahrer den Berg herunter. Nach welcher Strecke hat der Schlitten eine Geschwindigkeit von $v = 10\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$.

$$
F_a = \underbrace{F_Z}_{0} + F_H - F_R
$$

$$
\begin{aligned}
ma &= mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha \quad \big|:m \\
a &= g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right) \qquad (1)
\end{aligned}
$$

$$
v^2 - \underbrace{v_0^2}_{0} = 2ax
$$

$$
x = \frac{v^2}{2a}
$$

Mit Gleichung (1) folgt dann:

$$
x = \frac{v^2}{2g\cdot\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)}
$$

$$
x = \frac{\left(10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\cdot 9{,}81\frac{\text{N}}{\text{kg}}\cdot\left(\sin\left(12{,}0°\right) - 0{,}035\cdot\cos\left(12{,}0°\right)\right)} \approx 29\,\text{m}
$$

d) Nachdem der Schlitten die Geschwindigkeit von $v = 10\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$ erreicht hat muss er, damit sich die Geschwindigkeit nicht weiter erhöht bremsen. Berechnen Sie die nötige Bremskraft.

$$
\begin{aligned}
\underbrace{F_a}_{0} &= F_H - F_R + F_B \\
F_B &= -F_H + F_R \\
F_B &= -mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha \\
F_B &= mg\left(\mu\cos\alpha - \sin\alpha\right) \\
F_B &= 40\text{kg}\cdot 9{,}81\tfrac{\text{N}}{\text{kg}}\left(0{,}035\cos\left(12{,}0°\right) - \sin\left(12{,}0°\right)\right) \approx -68\text{N}
\end{aligned}
$$

e) Welche Bremskraft ist nötig, damit der Schlitten binnen einer Zeit von $2{,}0\,\text{s}$ steht?

Für die zusätzlich Bremskraft gilt:

$$F_{B_2} = m\,a$$

$$F_{B_2} = m\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$F_{B_2} = 40\,\text{kg}\cdot\frac{-10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2{,}0\text{s}} = -200\,\text{N}$$

Somit folgt für die gesamte Bremskraft: $F_{B_{ges}} = -268\,\text{N} \approx -2{,}7\cdot 10^2\,\text{N}$

14. Ein Motorrad der Masse $m = 250\text{kg}$ soll auf einer Bergstraße mit der Steigung 12% bergauf so anfahren, dass es nach 50m die Geschwindigkeit $72\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ hat. Die Reibungszahl beträgt $\mu = 0{,}020$. Berechne die vom Motor aufzubringende Motorkraft.

    Für den Neigungswinkel α der „schiefen Ebene“ gilt: $\tan\alpha = 0{,}12 \;\Rightarrow\; \alpha \approx 6{,}84°$

    Aus der zeitfreien Gleichung folgt: $v^2 - v_0^2 = 2ax \;\Rightarrow\; a = \frac{v^2}{2x} = \frac{\left(72:3{,}6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2\cdot 50\text{m}} \approx 4{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$$F_a = F_Z - F_H - F_R$$

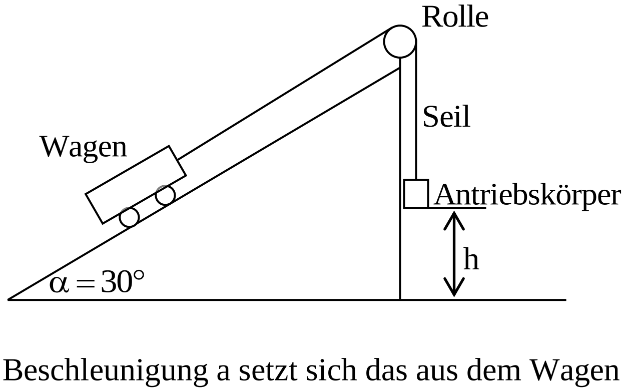
$$F_Z = F_a + F_H + F_R$$

$$F_Z = ma + mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$$

$$F_Z = m\left(a + g\cdot\sin\alpha + \mu g\cdot\cos\alpha\right)$$

$$F_Z = 250\,\text{kg}\cdot\left(4{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}\cdot\sin\left(12{,}0°\right) + 9{,}81\,\frac{\text{N}}{\text{kg}}\cdot 0{,}020\cdot\cos\left(12{,}0°\right)\right) \approx 1{,}3\,\text{kN}$$

15. Bei einem Schrägaufzug befindet sich ein Wagen der Masse $m_W = 50{,}0\text{kg}$ auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha = 30°$. Durch ein Seil, das über eine Rolle geführt wird, ist der Wagen mit einem Antriebskörper der Masse $m_A = 40{,}0\text{kg}$ verbunden. Der Antriebskörper hat vor dem Start die Höhe $h = 1{,}80\text{m}$ über dem Boden. Die Reibung zwischen Wagen und Unterlage ist durch die Reibungszahl $\mu = 0{,}010$ gekennzeichnet. Die Reibung und die Masse von Rolle und Seil sind vernachlässigbar.



    a) Mit welcher Beschleunigung a setzt sich das aus dem Wagen und dem

Antriebskörper bestehende Gespann in Bewegung?

$$
\begin{aligned}
F_a &= F_Z - F_H - F_R \\
(m_A + m_W)\,a &= m_A \cdot g - m_W \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot m_W \cdot g \cdot \cos\alpha \\
a &= \frac{m_A \cdot g - m_W \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot m_W \cdot g \cdot \cos\alpha}{m_A + m_W}
\end{aligned}
$$

$$a = \frac{40\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} - 50\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin(30°) - 0{,}010 \cdot 50\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \cos(30°)}{40\,\text{kg} + 50\,\text{kg}} = 1{,}6\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) Berechne die maximale Geschwindigkeit v_{max}, die das Gespann erreichen kann.

$$
\begin{aligned}
v^2 - \underbrace{v_0^2}_{0} &= 2a\,\underbrace{x}_{h} \\
v_{max}^2 &= 2ah \\
v_{max} &= \sqrt{2ah} \\
v_{max} &= \sqrt{2 \cdot 1{,}6\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1{,}6\,\text{m}} = 2{,}4\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}
\end{aligned}
$$

c) Nach Aufsetzen des Antriebskörpers führt der Wagen eine verzögerte Bewegung aus. Berechne den dabei zurückgelegen Weg.

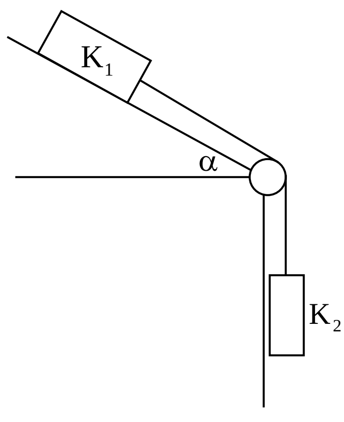
Berechnung der Beschleunigung:

$$
\begin{aligned}
F_a &= \underbrace{F_Z}_{0} - F_H - F_R \\
m_W \cdot a &= -m_W \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot m_W \cdot g \cdot \cos\alpha \\
a &= -g \cdot (\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha) \\
a &= -9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(\sin(30°) + 0{,}01 \cdot \cos(30°)\right) = -4{,}99\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}
\end{aligned}
$$

Berechnung des zurückgelegten Weges:

$$
\begin{aligned}
\underbrace{v^2}_{0} - v_0^2 &= 2ax \\
-v_{max}^2 &= 2ax \\
x &= -\frac{v_{max}^2}{2a} \\
x &= -\frac{\left(2{,}4\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(-4{,}99\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 0{,}58\,\text{m}
\end{aligned}
$$

16. Ein Körper K_1 der Masse $m_1 = 12{,}0\,\text{kg}$ befindet sich auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha = 35°$. K_1 beginnt mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 2{,}50\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$ abwärts zu gleiten.



a) K_1 gleitet zunächst reibungsfrei. Welche Beschleunigung erfährt K_1? Wie groß ist seine Geschwindigkeit nach $s_1 = 2{,}50\,\text{m}$ Gleitweg?

$a = g\sin\alpha = ... \approx 5{,}6\,\frac{m}{s^2}$

$v^2 - v_0^2 = 2as_1 \quad\Rightarrow\quad v^2 = 2as_1 + v_0^2 = 2s_1 g\sin\alpha + v_0^2 \quad\Rightarrow\quad v = \sqrt{2s_1 g\sin\alpha + v_0^2} = ... \approx 5{,}9\,\frac{m}{s}$

b) In einem neuen Versuch beträgt die Gleitreibungszahl $\mu = 0{,}85$. K_1 hat wieder die abwärts gerichtete Anfangsgeschwindigkeit v_0. Nach welchem Gleitweg s_2 kommt K_1 zum Stillstand?

$a = g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$

$$\underbrace{v^2}_{=0} - v_0^2 = 2as_2 \quad\Rightarrow\quad s_2 = \frac{-v_0^2}{2a} = \frac{-v_0^2}{2g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)} = ... \approx 2{,}6\,m$$

c) Nach welcher Zeit ist die Geschwindigkeit auf den halben Wert gesunken? Für welchen Neigungswinkel würde sich K_1 gleichförmig bewegen?

$$v(t) = at + v_0 \quad\Rightarrow\quad \tfrac{1}{2}v_0 = at + v_0 \quad\Rightarrow\quad at = -\tfrac{1}{2}v_0 \quad\Rightarrow\quad t = \frac{-v_0}{2a}$$

$$t = \frac{-v_0}{2g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)} = ... \approx 1{,}04\,s$$

$\mu = \tan\alpha \quad\Rightarrow\quad a \approx 40{,}4°$

d) Nun wird ein Körper K_2 der Masse m_2 mit einem Seil an K_1 befestigt (siehe Zeichnung). Wie groß muss m_2 bei $\alpha = 35°$ gewählt werden, damit K_1 gleichförmig abwärts gleitet? Wie groß ist die Zugkraft am Seil?

$\underbrace{F_a}_{0} = F_Z + F_H - F_R$

$F_Z = F_R - F_H$

$F_Z = mg\left(\mu\cos\alpha - \sin\alpha\right)$

$F_Z \approx 14{,}4\,N$

$$F_Z = m_2 g \quad\Rightarrow\quad m_2 = \frac{F_Z}{g} = ... \approx 1{,}47\,kg$$

17. Ein Wagen der Masse $m_W = 600\,kg$ fährt am Sandstrand $\left(\mu = 0{,}30\right)$. Der Motor bringt eine Leistung von $3{,}0\,kN$ auf die Räder.

a) Berechnen Sie die auftretende Beschleunigung.

$$F_{eff} = F_Z - F_R \quad\Rightarrow\quad m\cdot a_{eff} = F_Z - \mu mg \quad\Rightarrow\quad a_{eff} = \frac{F_Z}{m} - \mu g$$

$$a_{eff} = \frac{3000\,N}{600\,kg} - 0{,}30\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2} = \underline{\underline{2{,}1\,\frac{m}{s^2}}}$$

b) Wie lange braucht der Wagen von 0 auf $100\,\frac{km}{h}$?

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{v_n - v_v}{a} \overset{v_v=0}{=} = \frac{v_n}{a} = \frac{(100:3,6)\,\frac{m}{s}}{2,1\,\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{13\,s}}$$

c) Wenn der Wagen eine Sanddüne mit dem Neigungswinkel 8,0° hinauffährt, so verringert sich seine Beschleunigung. Um wie viel wird sie geringer?

$$F_{eff} = F_Z - F_H - F_R \quad \Rightarrow \quad ma_{eff} = F_Z - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \quad a_{eff} = \frac{F_Z}{m} - g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha$$

$$a_{eff} = \frac{3000\,N}{600\,kg} - 9,81\,\frac{m}{s^2}\cdot\sin 8° - 0,30\cdot 9,81\,\frac{m}{s^2}\cdot\cos 8° = \underline{\underline{0,72\,\frac{m}{s^2}}}$$

Die Beschleunigung verringert sich somit um $1,4\,\frac{m}{s^2}$.

18. Der Ferrari 599 GTB Fiorano $(m_F = 1,70\,t)$ beschleunigt von 0 auf $100\,\frac{km}{h}$ in $3,7\,s$. Dabei darf natürlich die Reibung nicht vernachlässigt werden. Für die Reibungszahl zwischen Gummi und Asphalt gilt: $\mu = 0,015$.

a) Berechnen Sie die Motorkraft des Fiorano.

$$F_{eff} = F_Z - F_R \quad \Rightarrow \quad F_Z = F_{eff} + F_R = m\cdot a_{eff} + \mu mg = m\cdot\left(\frac{\Delta v}{\Delta t} + \mu g\right)$$

$$F_Z = 1700\,kg\cdot\left(\frac{(100:3,6)\,\frac{m}{s}}{3,7\,s} + 0,015\cdot 9,81\,\frac{m}{s^2}\right) = \underline{\underline{13\,kN}}$$

b) Wie lange würde der Beschleunigungsvorgang dauern, wenn man von Reibung absehen würde?

$$F_Z = m\cdot a = m\cdot\frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = m\cdot\frac{\Delta v}{F_Z} = 1700\,kg\cdot\frac{(100:3,6)\,\frac{m}{s}}{13000\,N} = \underline{\underline{3,6\,s}}$$

c) Bei einer Geschwindigkeit von $100\,\frac{km}{h}$ wird der Gang herausgenommen, der Ferrari rollt ohne Antrieb weiter. Wie lange würde es dauern bis das Fahrzeug steht und welche Strecke hätte es dabei zurückgelegt.

$$F_{eff} = F_Z - F_R \overset{F_Z=0}{\Rightarrow} F_{eff} = -F_R = -\mu mg \quad \Rightarrow \quad m\cdot a_{eff} = -\mu mg \quad \Rightarrow \quad a_{eff} = -\mu g$$

$$a_{eff} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta v}{a_{eff}} = \frac{v_n - v_v}{-\mu g} \overset{v_n=0}{=} \frac{v_v}{\mu g} = \frac{(100:3,6)\,\frac{m}{s}}{0,015\cdot 9,81\,\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{1,9\cdot 10^2\,s}}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a_{eff}s \overset{v=0}{\Rightarrow} s = \frac{-v_0^2}{2a_{eff}} = \frac{-v_0^2}{-2\mu g} = \frac{v_0^2}{2\mu g} = \frac{(100:3,6)^2\,\frac{m^2}{s^2}}{2\cdot 0,015\cdot 9,81\,\frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{2,6\,km}}$$

d) Wie lange dauert die Beschleunigung (von 0 auf $100\,\frac{km}{h}$), wenn der Ferrari an einem Berg mit 15% Steigung anfährt.

Eine Steigung von 15% entspricht einem Winkel von $\alpha = 8{,}5°$ $(\tan\alpha = 0{,}15)$.
Für den Fall, dass sich der Körper mit Hilfe einer Zugkraft F_Z (Motorkraft) nach oben bewegt gilt:

$$F_{eff} = F_Z - F_H - F_R \quad\Rightarrow\quad ma_{eff} = F_Z - mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha$$

$$\Rightarrow\quad a_{eff} = \frac{F_Z}{m} - g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad\Rightarrow\quad \Delta t = \frac{\Delta v}{\frac{F_Z}{m} - g\sin\alpha - \mu g\cos\alpha}$$

$$\Delta t = \frac{(100:3{,}6)\,\frac{m}{s}}{\frac{13000\,N}{1700\,kg} - 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot\sin 8{,}5° - 0{,}015\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot\cos 8{,}5°} = \underline{\underline{4{,}6\,s}}$$

e) Berechnen Sie bis zu welchem Gefälle dieses Fahrzeug ohne angezogene Handbremse und eingelegtem Gang gerade nicht wegrollt.

$$F = F_H - F_R \overset{F=0}{\Rightarrow} F_H = F_R \quad\Rightarrow\quad F_G\sin\alpha = \mu F_G\cos\alpha \quad\Rightarrow\quad \mu = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$

Also: $\tan\alpha = 0{,}015$

Das entspricht einem Gefälle von $1{,}5\%$ $(\alpha = 0{,}86°)$

19. Der ICE 3 $(m_Z = 460\,t)$ der DB hat bei einer Reibungszahl von $\mu = 0{,}0020$ eine Beschleunigung von $a = 0{,}65\,\frac{m}{s^2}$.

a) Wie lange benötigt der ICE von 0 auf $100\,\frac{km}{h}$ bzw. von 0 auf seine Höchstgeschwindigkeit von $330\,\frac{km}{h}$.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad\Rightarrow\quad \Delta t = \frac{\Delta v}{a} \quad\Rightarrow\quad t = \frac{v_n}{a}$$

$$t_1 = \frac{(100:3{,}6)\,\frac{m}{s}}{0{,}65\,\frac{m}{s^2}} \approx 43\,s$$

$$t_2 = \frac{(330:3{,}6)\,\frac{m}{s}}{0{,}65\,\frac{m}{s^2}} \approx 141\,s$$

b) Berechnen Sie die Zugkraft des ICE 3.

$$F_a = F_Z - F_R \quad\Rightarrow\quad F_Z = F_a + F_R = ma + \mu mg = m(a + \mu g)$$

$$F_Z = 460\cdot 10^3\,kg\cdot\left(0{,}65\,\frac{m}{s^2} + 0{,}0020\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\right) \approx 0{,}31\,MN$$

c) Berechnen Sie, bei welcher Steigung der ICE 3 gerade noch anfahren kann.
(Bemerkung: Diese Aufgabe ist nur durch eine Näherung lösbar!)

Es gilt: $F_a = F_Z - F_H - F_R$

Damit der ICE gerade noch anfahren kann muss gelten: $F_a = ma \approx 0$

$$0 = F_Z - F_H - F_R \quad \Rightarrow \quad F_Z = F_H + F_R \quad \Rightarrow \quad F_Z = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$$

$$F_Z = mg\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)$$

Diese Gleichung kann leider durch unsere mathematischen Mittel nicht gelöst werden. Aber wenn man davon ausgeht, dass der Neigungswinkel sich vermutlich in einer Größenordnung von ca. 5° liegt, dann folgt zunächst:

$$\sin\left(5°\right) \approx 0{,}087$$

$$0{,}002 \cdot \cos\left(5°\right) \approx 0{,}002$$

Also ist der Anteil von $\mu \cdot \cos\alpha$ im Vergleich zu $\sin\alpha$ zu vernachlässigen. Also folgt nun:

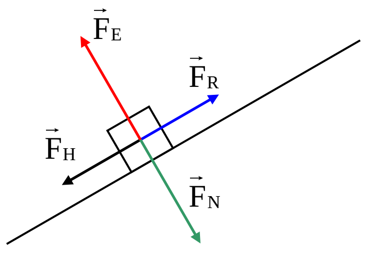
$$F_Z = mg(\sin\alpha + \underbrace{\mu\cos\alpha}_{\approx 0}) \quad \Rightarrow \quad F_Z = mg\sin\alpha \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha = \frac{F_Z}{mg} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 3{,}9°$$

20. Ein Golf GTI der Masse $m_G = 1{,}6\,\mathrm{t}$ hat eine Motorkraft von $6{,}5\,\mathrm{kN}$. Der GTI wird von 0 auf $100\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ beschleunigt. Berechnen Sie die Beschleunigungszeit und die Beschleunigungsstrecke für eine Bewegung
    a) auf einer horizontal verlaufenden Straße ohne Reibung
    b) auf einer horizontal verlaufenden Straße mit Reibung (Reibzahl $\mu = 0{,}20$)
    c) auf einer Straße mit einer Steigung von 12% ohne Reibung
    d) auf einer Straße mit einer Steigung von 12% mit Reibung (Reibzahl $\mu = 0{,}20$)
    e) auf einer Straße mit einem Gefälle von 12% ohne Reibung
    f) auf einer Straße mit einem Gefälle von 12% mit Reibung (Reibzahl $\mu = 0{,}20$)

    Fertigen Sie für jede Teilaufgabe eine Zeichnung an, in der alle an der Bewegung beteiligten Kräfte eingezeichnet werden.

21.0 Zur Ermittlung der Reibungszahl zwischen zwei Materialien wird ein zu untersuchender quaderförmiger Körper auf eine Ebene mit einem anderen Material gelegt. Nun neigt man langsam die Ebene, bis der Gegenstand zu rutschen beginnt. Bei der Untersuchung einer bestimmten Materialkombination wird ein Grenzwinkel von $\alpha = 16°$ gemessen.

21.1 Fertigen Sie einen Kräfteplan mit allen auf den Körper einwirkenden Kräften für den Fall an, dass der Körper gerade noch haftet.



21.2 Leiten Sie, ausgehend von Ihrem Kräfteplan, die Formel für die Berechnung der Reibungszahl her und berechnen Sie diese anschließend aus obigen Angaben.

$$0 = F_H - F_R$$
$$\mu mg\cos\alpha = mg\sin\alpha$$
$$\mu = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha$$
$$\mu = 0{,}29$$

21.3.0 Nachdem der Körper beim oben angegebenen Grenzwinkel von $\alpha = 16°$ ins Gleiten gekommen ist, rutscht er beschleunigt nach unten und erreicht nach einer Strecke von $45\,\text{cm}$ eine Geschwindigkeit von $v = 1{,}2\,\frac{m}{s}$.

21.3.1 Fertigen Sie erneut einen Kräfteplan mit allen auf den Körper einwirkenden Kräften an.

21.3.2 Berechnen Sie die Beschleunigung a des Körpers entlang der schiefen Ebene. $\left(\text{Zwischenergebnis}: a = 1{,}6\,\frac{m}{s^2}\right)$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$
$$a = \frac{v^2}{2x}$$
$$a = 1{,}6\,\frac{m}{s^2}$$

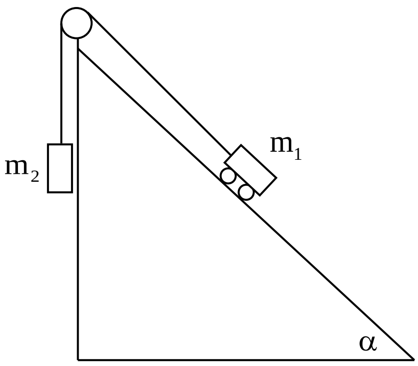
21.3.3 Zeigen Sie, dass für die Formel zur Berechnung der Reibungszahl gilt:

$$\mu = \tan\alpha - \frac{a}{g\cdot\cos\alpha}$$

21.3.4 Berechnen Sie die Reibungszahl μ der verwendeten Materialpaarung.

$$\mu = \tan\alpha - \frac{a}{g\cdot\cos\alpha} = 0{,}12$$

22.0 Ein Wagen der Masse $m_1 = 60\,\text{kg}$ und ein zweiter der Masse m_2 sind über eine Rolle miteinander verbunden. Der Neigungswinkel der schiefen Ebene ist $\alpha = 55°$. Der Einfluss der Reibung bleibt zunächst unberücksichtigt. (Die Anordnung befindet sich in Ruhe.)



22.1 Fertigen Sie einen Kräfteplan mit den Kräften, die auf die beiden Massen m_1 und m_2 wirken.

22.2 Berechnen Sie die Masse m_2 damit der Wagen durch sie im Gleichgewicht gehalten wird. $\left[\text{Ergebnis}: m_2 = 49\,\text{kg}\right]$

$$F_{G_2} = F_H$$
$$m_2 g = m_1 g\sin\alpha$$
$$m_2 = m_1\sin\alpha = ... = 49\,\text{kg}$$

22.3.0 Nun wird die Masse m_1 um die zusätzliche Masse $m_3 = 10\,\mathrm{kg}$ vergrößert. Außerdem soll nun ein Reibungskoeffizient von $\mu = 0{,}12$ berücksichtigt werden.

22.3.1 Fertigen Sie je einen Kräfteplan an mit allen auf m_1 sowie m_2 wirkenden Kräften (einschließlich F_a) vom ruhenden Bezugssystem aus betrachtet.

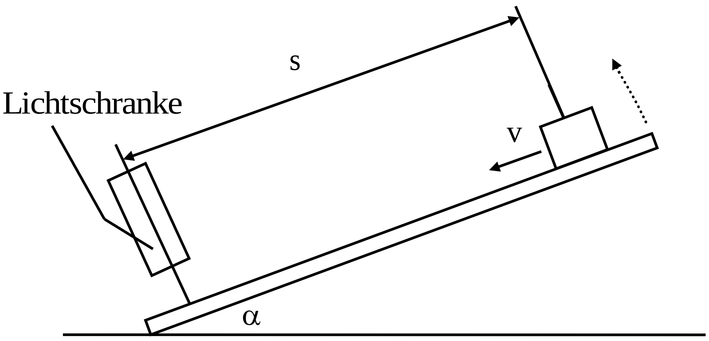
22.3.2 Wie groß ist die Beschleunigung nach Betrag und Richtung?

22.3.3 Welche Zeit benötigt der Wagen für eine $4{,}80\,\mathrm{m}$ lange Strecke; wie groß ist dann v?

22.3.4 Berechnen Sie die im Seil wirkende Kraft F_S .

$$F_S = F_{G_2} + F_H - F_R$$

23.0 Ein Gegenstand ruht auf einem Brett, das man um einen beliebigen Winkel α neigen kann.
Für die Bestimmung des Haftreibungs- sowie des Gleitreibungskoeffizienten zwischen Gegenstand und Holzbrett beginnt man den Winkel α langsam von Null aus zu steigern, bis sich der Gegenstand plötzlich beschleunigt über die Strecke $s = 0{,}80\,\mathrm{m}$ in Bewegung setzt.



Für den Grenzwinkel wird $\alpha_{\mathrm{Grenz}} = 27°$ gemessen.

Beim Durchgleiten durch die Lichtschranke wird eine Geschwindigkeit von $v = 0{,}75\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ermittelt.

23.1 Zeichnen Sie den Kräfteplan für den Grenzwinkel einmal für den (noch) ruhenden Gegenstand und einmal für den beschleunigt bewegten Gegenstand.

23.2 Bestimmen Sie den Haftreibungs- sowie den Gleitreibungskoeffizienten der Kombination Gegenstand / Holzbrett mit Hilfe obiger Angaben.