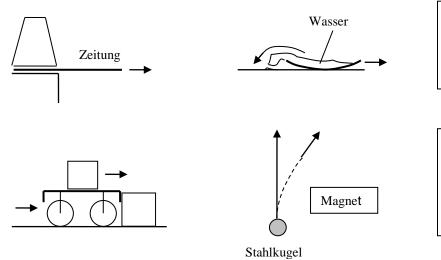
# § 3 Gesetze von Newton und ihre Anwendungen

### 3.1 Der Trägheitssatz

Um die Geschwindigkeit oder die Richtung eines Körpers zu ändern ist der Einfluss einer Kraft nötig.

Überlässt man einen Körper, der sich mit der Geschwindigkeit v auf horizontaler Ebene bewegt, sich selbst, so kommt er umso später zur Ruhe, je kleiner die bremsende Reibungskraft ist. Würde die Reibung ganz wegfallen (Idealisierung), so müsste sich der Körper mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig weiterbewegen.

#### Versuche:



# Ergebnis:

Ein Körper bleibt in Ruhe, solange auf ihn keine äußere Kraft einwirkt.

# Ergebnis:

Ein Körper führt eine gleichförmig geradlinige Bewegung aus, solange auf ihn keine äußere Kraft wirkt.

# 1. Gesetz von Newton (Trägheitssatz)

Wenn auf einen Körper keine Kraft wirkt, dann bleibt er in Ruhe oder bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit weiter.

(D.h. seine Geschwindigkeit ändert sich nicht von selbst!)

- Jeder Körper erfährt auf der Erde eine Gewichtskraft. Bleibt ein Körper in Ruhe oder bewegt sich horizontal mit konstanter Geschwindigkeit, so muss eine Gegenkraft vorhanden sein, die verhindert, dass die Gewichtskraft bewegungsändernd wirkt. Zum Stehen auf der Erde benötigt man also eine Kraft, die der Gewichtskraft entgegengerichtet ist.
- Auf einer Horizontalen muss eine Gegenkraft die Reibungskraft kompensieren.
- Autofahren Anfahren und Bremsen (Sicherheitsgurt, Kopfstütze, Airbag)
- Mit einem Lineal kann die untere Münze eines Münzstapels herausgeschlagen werden, ohne dass dieser umfällt.
- Tischdecke unter dem Geschirr kann mit einem Ruck herausgezogen werden. (Warum funktioniert das nicht, wen man die Tischdecke langsam anzieht?)
- Toilettenpapier (langsam uns schnell anziehen → Wo reißt es?)
- Junge auf einem Skateboard/Klotz auf einem Wagen.
- Massestück zwischen zwei senkrechten Fäden. Am unteren Ende ist ein Griff befestigt
   (→ langsames und schnelles ziehen. Wo reißt der Faden?)

# 3.2 Zusammenhang zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung

Aus Erfahrung wissen wir: Je größer die antreibende Kraft auf ein Fahrzeug ist, desto stärker wird es beschleunigt (Vermutung:  $F \sim a$ ). Bei gleicher Kraft wird ein leichteres Fahrzeug stärker beschleunigt als ein schwereres (Vermutung:  $\frac{1}{m} \sim a$ ).

Diesen Zusammenhang, dass die Beschleunigung eines Körpers nur von seiner Masse und der beschleunigenden Kraft abhängen, wollen wir nun untersuchen (und wie sie zusammenhängen).

#### Versuchsaufbau:

Versuchsbeschreibung: Der Luftkissengleiter (Masse m<sub>G</sub>) wird durch die Gewichtskraft der Masse m<sub>B</sub> beschleunigt. Mit Hilfe des Cassy-Labs wird die Beschleunigung a des Gleiters bestimmt (aus der Steigung im t-v-Diagramm!).

1. Messreihe: Wir bestimmen zu verschiedenen beschleunigenden Kräften (Gewichtskraft)  $F_B = m_B \cdot g$  die zugehörige Beschleunigung a des Gleiters. Dabei wird die Masse des beschleunigenden Körpers konstant gehalten.

$$(m_G = 214g = konst.)$$

F in N	0,01	0,02	0,03	0,04
a in $\frac{m}{s^2}$	0,05	0,09	0,13	0,17

#### a-F-Diagramm:

 $\underline{2.~Messreihe}$ : Wir bestimmen jetzt die Beschleunigung a in Abhängigkeit von der Masse  $m_G$  (Gleiter) des beschleunigten Körpers. Die beschleunigende Kraft  $F_B$  wird dabei konstant gehalten.

$$(m_B = 2g = konst. \implies F_B = m_B g = konst.)$$

$m_G$ in g	212	262	312	412
a in $\frac{m}{s^2}$	0,092	0,078	0,063	0,050

# a-m-Diagramm (→Hyperbel)

m <sub>G</sub> in g	212	262	312	412
a in $\frac{m}{s^2}$	0,092	0,078	0,063	0,050
$\frac{1}{m_G}$ in $10^{-3} \frac{1}{g}$	4,7	3,8	3,2	2,4

 $a - \frac{1}{m} - Diagramm ( \rightarrow Ursprungshalbgerade)$ 

# Zusammenfassung:

Es gilt:

$$\begin{vmatrix} a \sim F & (m_G = konst.) \\ a \sim \frac{1}{m_G} & (F = konst.) \end{vmatrix} \Rightarrow a \sim \frac{F}{m_G}$$
$$\Rightarrow F \sim m_G \cdot a$$
$$\Rightarrow F = C \cdot m_G \cdot a$$

Berechnet man nun C mit Hilfe der Messwerte, so folgt: C = 1

$$\Rightarrow \boxed{F = m \cdot a} \qquad (2. \text{ Gesetz von Newton})$$

$$[F] = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1N = 1\text{Newton}$$

# Aufgaben

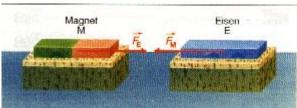
- 1. Ein Körper hat die Masse 200kg. Welche Kraft wirkt auf ihn, wenn er die Beschleunigung  $6,00\frac{m}{2}$  erhält?
- 2. Ein Skispringer (Gesamtmasse 80kg) wird beim Anfahren bis zum Schanzentisch in 5,0s von 0 auf 92 km/h beschleunigt. Wie groß ist die mittlere beschleunigende Kraft?
- 3. Ein Omnibus (Gesamtmasse 14t) wird 5,0s lang mit der Kraft 10kN beschleunigt. Welche Geschwindigkeit hat er am Ende der Beschleunigungszeit, wenn er zu Beginn der Beschleunigung mit der Geschwindigkeit 70 km/h fuhr?
- 4. Ein Körper hat die Masse 3,5kg. Er ruht auf einer horizontalen Unterlage und kann sich auf dieser reibungsfrei bewegen. Auf ihn wirkt eine konstante Kraft horizontal, sodass er nach einem Weg von 5,0m die Geschwindigkeit 0,80 m/s erreicht.
  - a) Wie groß ist die Beschleunigung?
  - b) Wie groß ist die Kraft?
  - c) Nach welcher Zeit hat der Körper die Geschwindigkeit  $0.80 \frac{m}{s}$  erreicht?
  - d) Welchen Weg hat der Körper nach 5,0s zurückgelegt und wie groß ist dann seine Momentangeschwindigkeit?
- 5. Ein Fußball ( $m_B = 430 \,\mathrm{g}$ ) fliegt bei einem Elfmeterschuss mit etwa  $100 \,\mathrm{km}$  auf das Tor zu.
  - a) Berechne die Bremskraft, wenn der Ball dem Torwart direkt auf die Brust trifft und man in diesem Fall für den Bremsweg 10cm ansetzt
  - b) Wie groß ist die Masse eines Körpers, dessen Gewichtskraft gleich der in a) berechneten Bremskraft ist?
- 6. Ein Motorrad erreicht auf ebener Straße vom Stand aus in 4,0s die Geschwindigkeit  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ; Fahrer und Maschine haben zusammen eine Masse von  $300 \, \text{kg}$ 
  - a) Welche (durchschnittliche) Beschleunigung wurde dabei erreicht?
  - b) Welche (durchschnittliche) Kraft wirkte dabei beschleunigend?
  - c) Welche (durchschnittliche) Beschleunigung wird erreicht, wenn noch zusätzlich eine Person der Masse  $m_p = 60 \, \text{kg}$  auf dem Motorrad sitzt? Dabei soll angenommen

werden, dass die beschleunigende Kraft gleich der in Teilaufgabe b) ist. In welcher Zeit wird jetzt die Geschwindigkeit  $100 \frac{km}{h}$  erreicht?

- d) Leiten Sie für die Aufgabe c) eine allgemeine Endformel her.
- 7. Ein Auto fährt mit der Geschwindigkeit  $60 \frac{km}{h}$ . Der Fahrer muss plötzlich voll abbremsen. Nach 18m kommt das Auto zum Stehen.
  - a) Wie groß ist die mittlere Verzögerung bei dem Bremsvorgang?
  - b) Wie groß ist die mittlere Bremskraft auf den Fahrer (m = 75kg)? Vergleiche diese Kraft mit der Gewichtskraft  $F_G$  des Fahrers.
- 8. In der Startphase zum 100 m-Lauf erreicht ein Athlet (m = 80 kg) am Ende der ersten 5m die Geschwindigkeit  $5 \frac{m}{s}$ . Welche mittlere Kraft muss der Athlet dabei aufbringen?
- 9. Ein Auto fährt mit der Geschwindigkeit 72 km/h gegen einen starren Betonpfeiler. Das Autowrack kommt nach 0,10s zum Stehen. In der Regel ist ein solcher Auffahrunfall für Fahrer und Fahrgäste tödlich.
  - a) Wie groß ist bei dem Unfall die mittlere Verzögerung?
  - b) Das wie vielfache der Gewichtskraft des Fahrers ist dabei die auf ihn wirkende Bremskraft?
- 10. Eine B747 (Jumbo) hat die Gesamtmasse  $3,2\cdot 10^5$  kg . Die maximale Schubkraft der vier Triebwerke ist insgesamt  $F_{max}=8,8\cdot 10^5$  N . Für den Start wird aus Sicherheitsgründen mit einer Schubkraft von  $F_s=8,0\cdot 10^5$  N gerechnet. Während der Startphase müssen Rollreibungs- und Luftwiderstandskräfte überwunden werden, die im Mittel zusammen  $F_R=2,5\cdot 10^5$  N betragen. Der Jumbo beginnt zu fliegen, wenn er eine Geschwindigkeit von  $v=300\,{\rm \frac{km}{h}}$  erreicht hat.
  - a) Wie lange dauert der Start?
  - b) Wie lange muss die Startbahn mindestens sein?
  - c) Aus Sicherheitsgründen sind die Startbahnen etwa 3,0km lang. Welche Schubkraft reicht bei dieser Startbahnlänge aus? Würde der Start noch gelingen, wenn eines der vier Triebwerke ausfällt?

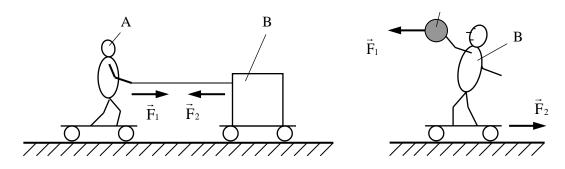
## 3.3 Eine Kraft ist nie allein!

Versuch: Zwei Korken schwimmen in einem Wassergefäß. Auf einem Korken befindet sich ein Magnet, auf dem anderen ein Stück nicht magnetisiertes Eisen. Der Magnet und das Eisen haben die gleiche Masse.



Beobachtung: Die beiden Korken bewegen sich beschleunigt aufeinander zu. Der von beiden Körpern jeweils zurückgelegte Weg ist gleich.

Folgerung: Es übt also nicht nur der Magnet eine Kraft auf das Eisen, sondern auch das Eisen eine Kraft auf den Magneten aus. Aus gleichen Wegen kann man auf gleiche Beschleunigung schließen, was nur möglich ist, wenn beide Kräfte betragsmäßig gleich sind.



Für beide Fälle gilt:  $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$  bzw.  $F_1 = F_2$ 

# 3. Gesetz von Newton: (Actio=Reactio)

Wirkt ein Körper A auf einen Körper B mit der Kraft  $\bar{F}_1$ , so wirkt der Körper B mit der Kraft  $\bar{F}_2$  auf den Körper A.

Die Kräfte  $\vec{F}_1$  und  $\vec{F}_2$  besitzen den gleichen Betrag, haben jedoch entgegengesetzte Richtungen.

#### 3.4 Statische Probleme

Für statische Probleme (Körper sind in Ruhe oder in gleichförmig geradliniger Bewegung) gilt:

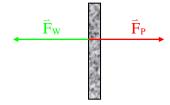
$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{0}$$

Für Kräfte, die auf einer gemeinsamen Wirkungslinie liegen gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} F_i = 0$$

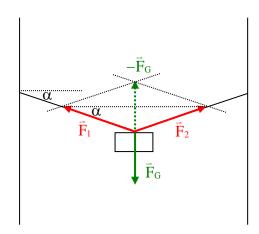
# Beispiele:

# 1.) Person drückt gegen eine Wand



$$\begin{aligned} \vec{F}_P + \vec{F}_W &= \vec{0} \\ F_P &= -F_W \end{aligned}$$

# 2.) Straßenlaterne

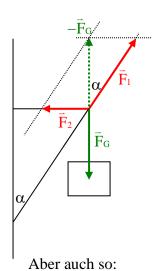


$$\begin{aligned} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_G &= \vec{0} \\ F_1 &= F_2 \end{aligned}$$

Für die Zugkraft des Halteseils gilt:

$$\sin \alpha = \frac{\frac{1}{2} F_G}{F_I} \implies F_I = \frac{F_G}{2 \sin \alpha} = \frac{m \cdot g}{2 \sin \alpha}$$

# 3.) Wirtshausschild



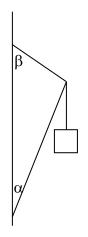
$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_G = \vec{0}$$

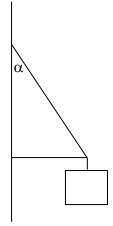
Für die Druckkraft auf die Stange gilt :

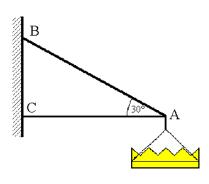
$$\cos \alpha = \frac{F_G}{F_1} \implies F_1 = \frac{F_G}{\cos \alpha}$$

Für die Zugkraft auf das Seil gilt:

$$\tan \alpha = \frac{F_2}{F_G} \implies F_2 = F_G \tan \alpha$$







## 3.5 Dynamische Probleme

Für dynamische Probleme (Körper werden beschleunigt) gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_{i} = \vec{F}_{a}$$

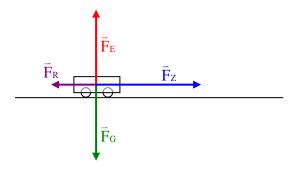
mit der beschleunigenden Kraft  $\vec{F}_a = m \cdot \vec{a}$ 

Für Kräfte, die auf einer gemeinsamen Wirkungslinie liegen gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} F_i = F_a$$

mit der beschleunigenden Kraft  $F_a = m \cdot a$ 

# 3.5.1 Bewegung eines Körpers auf horizontaler Bahn unter Berücksichtigung der Reibung



a) In senkrechter Richtung gilt: Die elastische Kraft  $\vec{F}_E$  der Unterlage wirkt entgegen der Gewichtskraft  $\vec{F}_G$ . Für die Summe dieser beiden Kräfte gilt:

$$\vec{F}_G + \vec{F}_E = 0$$

Diese beiden Kräfte sind somit betragsmäßig gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet. Berücksichtigt man die entgegengesetzte Richtung mittels einem negativen Vorzeichen bei einer diesen beiden Kräfte, so folgt:

$$F_G - F_E = 0$$

also:

$$F_G = F_E$$

b) In horizontaler Richtung gilt: Um einen Körper in Bewegung zu versetzen ist eine Zugkraft  $\vec{F}_Z$  notwendig. Aufgrund der Reibung wirkt jedoch die Reibungskraft  $\vec{F}_R$  immer entgegen der Zugkraft.

Für diese Reibungskraft gilt:

$$F_{R} = \mu \cdot F_{N}$$

μ: Reibungszahl

 $F_{N}$ : Normalkraft (Ist der Betrag der senkrecht zur Unterlage wirkenden Komponente der Gewichtskraft. Hier ist  $F_{N}=F_{G}$ )

$$\Rightarrow$$
  $F_R = \mu mg$ 

Für die Summe dieser beiden Kräfte gilt:

$$\vec{F}_Z + \vec{F}_R = \vec{F}_a$$

Da die Kräfte  $\vec{F}_Z$  und  $\vec{F}_R$  entgegengesetzt gerichtet sind, kann man auch hier die unterschiedlichen Richtungen durch eine negatives Vorzeichen zum Ausdruck bringen. Dann gilt für die effektive Kraft  $F_a$ , die den Körper in Bewegung versetzt:

$$F_a = F_Z - F_R$$

und schließlich:

$$m \cdot a = F_Z - \mu mg \implies a = \frac{F_Z}{m} - \mu g$$

Spezialfall:

Befindet sich der Körper in Bewegung und ist die Zugkraft  $F_Z = 0$  (Motor fällt aus!), so gilt:

$$a = -\mu g$$

D.h., dass der Wagen abgebremst wird.

### Aufgaben:

- 11. Ein LKW (m=18t) f\u00e4hrt auf horizontaler Ebene mit einer Geschwindigkeit von v = 60 \u00e4m \u00e5. Vor einer Rast l\u00e4sst der Fahrer den LKW ausrollen. Welchen Weg legt der LKW noch bis zum Stillstand zur\u00fcck, wenn die Reibungszahl 0,035 betr\u00e4gt?
- 12. Eine Lokomotive mit der Masse m = 120t beschleunigt auf einer ebenen Gleisstrecke fünf angehängte Wagen von je  $m_W = 28t$  in 90s aus dem Ruhezustand auf die Geschwindigkeit  $72 \frac{km}{h}$ . Die Reibungszahl beträgt 0,005.
  - a) Welche Kraft F muss die Lokomotive aufbringen?
  - b) Berechne die Zugkraft  $F_K$  auf die Kupplung zwischen der Lokomotive und dem ersten Wagen.
- 13. Ein LKW der Masse m = 15,0t und der Geschwindigkeit  $v_0 = 80 \frac{km}{h}$  soll auf ebener Strecke in 30 s zum Stehen kommen. Die Reibungszahl beträgt 0,020.
  - a) Berechne die notwendige Bremskraft.
  - b) Wie lange ist dabei der Bremsweg?

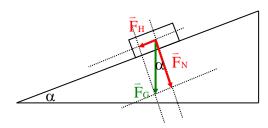
# Weitere Aufgaben:

Ein Vater  $(m_V = 75\,\text{kg})$  zieht einen Schlitten  $(m_S = 5,0\,\text{kg})$  auf dem seine Tochter  $(m_T = 20\,\text{kg})$  sitzt. Die Reibungszahl zwischen dem Schlitten und dem Schnee hat den Wert  $\mu = 0,20$ .

- a) Mit welcher Kraft muss der Vater den Schlitten (mit Tochter) ziehen damit sich dieser in der horizontalen Ebene mit der konstanten Geschwindigkeit  $v_s = 3,0 \frac{m}{s}$  bewegt.
- b) Der Vater hört nun auf den Schlitten zu ziehen. Wie weit fährt der Schlitten und wie lange dauert seine Fahrt noch (in der horizontalen Ebene).

# 3.5.2 Bewegung eines Körpers auf der schiefen Ebene

Welche Bewegung führt ein Körper auf einer geneigten Ebene aus?



Da die Gewichtskraft nicht in eine der möglichen Bewegungsrichtungen zeigt, zerlegt man sie in zwei Komponenten.

Die Hangabtriebskraft  $\bar{F}_H$  ist parallel zur schiefen Ebene und zeigt hangabwärts. Die Normalkraft  $\bar{F}_N$  steht senkrecht auf der Auflagefläche und hält den Körper auf der schiefen Ebene. Von ihr hängt die Reibungskraft ab  $(F_r = \mu \cdot F_N)$ .

Es gilt:

$$\sin \alpha = \frac{F_H}{F_G} \implies F_H = F_G \sin \alpha \implies F_H = mg \sin \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{F_N}{F_G} \implies F_N = F_G \cos \alpha \implies F_N = mg \cos \alpha$$

1. Fall: Der Körper ist sich selbst überlassen Für die resultierende Kraft gilt:

$$\begin{aligned} F_{a} &= F_{H} - F_{R} \\ F_{a} &= F_{H} - \mu F_{N} \\ m \cdot a &= mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha \quad |: m \\ a &= g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha \\ a &= g \left( \sin \alpha - \mu \cos \alpha \right) \end{aligned}$$

Verändert man den Winkel  $\alpha$  der schiefen Ebene, so gelangt man zu einem Fall in dem der Körper gerade noch (nicht) anfangen kann herunterzurutschen. Für diesen Grenzfall gilt:

$$a = 0$$

$$\sin \alpha - \mu \cos \alpha = 0$$

$$\mu \cos \alpha = \sin \alpha \quad |: \cos \alpha$$

$$\mu = \tan \alpha$$

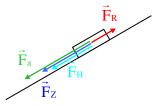
Aus dieser Gleichung kann man den Grenzwinkel  $\alpha_G$  berechnen, ab dem bei einer vorgegebenen Haftreibungszahl eine Bewegung überhaupt erst einsetzen kann.

2. Fall: Der Körper wird mit Hilfe einer Zugkraft F<sub>z</sub> (Motorkraft) nach unten gezogen.

$$F_{a} = F_{Z} + F_{H} - F_{R}$$

$$ma = F_{Z} + mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = \frac{F_{Z}}{m} + g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$

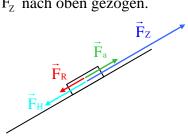


3. Fall: Der Körper wird mit Hilfe einer Zugkraft F<sub>z</sub> nach oben gezogen.

$$F_{a} = F_{Z} - F_{H} - F_{R}$$

$$ma = F_{Z} - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$$

$$a = \frac{F_{Z}}{m} - g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$$



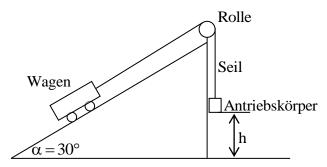
- A) Ein Fahrzeug der Masse  $m_F = 1,25\,t$  steht an einem Berg mit den Neigungswinkel  $\alpha = 2,5^{\circ}$ . Die Fahrbahnlänge beträgt  $\ell = 150\,m$ , die Reibungszahl zwischen Auto und Straße hat den Wert  $\mu = 0,020$ . Der Fahrer des Fahrzeugs löst aus Versehen die Handbremse, so dass der Wagen anfängt sich hangabwärts zu bewegen. a) Berechnen Sie ausgehend von einer ordentlichen Skizze in welche Sie die wirkenden Kräfte eintragen, mit welcher Beschleunigung sich das Fahrzeug in Bewegung setzt? b) Berechnen Sie, wie lange es dauert, bis der Wagen unten angekommen ist und mit
- B) Ein Auto der Masse  $m_A = 1,25 t$  beschleunigt in der horizontalen in 4,5s von 0 auf  $100 \frac{km}{h}$ . Die Reibungszahl zwischen Auto und Straße beträgt dabei 0,020.
  - a) Ermitteln Sie die Motorkraft des Autos

welcher Geschwindigkeit es unten ankommt?

- b) Das Fahrzeug fährt nun einen Berg ( $\alpha = 5,0^{\circ}$ ) herunter bzw. hinauf. Wie lange benötigt es nun um von 0 auf  $100 \frac{km}{h}$  zu beschleunigen?
- C) Ein Schlitten steht an einem Berg mit dem Neigungswinkel  $\alpha$ . Die Reibungszahl zwischen dem Schlitten und dem Schnee beträgt  $\mu=0,035$ .
  - a) Berechnen Sie, wie groß  $\alpha$  mindestens sein muss, damit sich der Schlitten in Bewegung setzt.
  - b) Welche Zugkraft ist notwendig um den Schlitten samt Fahrer ( $m = 40 \, \text{kg}$ ) einen Berg mit dem Neigungswinkel  $\alpha = 12,0^{\circ}$  mit konstanter Geschwindigkeit hochzuziehen?
  - c) Nun fährt der Schlitten samt Fahrer den Berg herunter. Nach welcher Strecke hat der Schlitten eine Geschwindigkeit von  $v = 10 \frac{m}{s}$ .
  - d) Nachdem der Schlitten die Geschwindigkeit von  $v=10\frac{m}{s}$  erreicht hat muss er, damit sich die Geschwindigkeit nicht weiter erhöht bremsen. Berechnen Sie die nötige Bremskraft.
  - e) Welche Bremskraft ist nötig, damit der Schlitten binnen einer Zeit von 2,0s steht?

# Aufgaben:

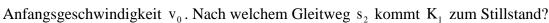
- 14. Ein Motorrad der Masse m=250 kg soll auf einer Bergstraße mit der Steigung 12% bergauf so anfahren, dass es nach 50m die Geschwindigkeit  $72 \frac{km}{h}$  hat. Die Reibungszahl beträgt  $\mu=0,020$ . Berechne die vom Motor aufzubringende Motorkraft.
- 15. Bei einem Schrägaufzug befindet sich ein Wagen der Masse  $m_w = 50,0$ kg auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel  $\alpha = 30^\circ$ . Durch ein Seil, das über eine Rolle geführt wird, ist der Wagen mit einem Antriebskörper der Masse  $m_A = 40,0$ kg verbunden. Der Antriebskörper hat vor dem Start die Höhe h = 1,80m über dem Boden. Die Reibung zwischen Wagen und Unterlage ist durch die Reibungszahl  $\mu = 0,010$  gekennzeichnet. Die Reibung und die Masse von Rolle und Seil sind vernachlässigbar.



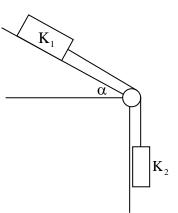
- a) Mit welcher Beschleunigung a setzt sich das aus dem Wagen und dem Antriebskörper bestehende Gespann in Bewegung?
- b) Berechne die maximale Geschwindigkeit  $v_{max}$ , die das Gespann erreichen kann
- c) Nach Aufsetzen des Antriebskörpers führt der Wagen eine verzögerte Bewegung aus. Berechne den dabei zurückgelegen Weg.

Berechnung der Beschleunigung:

- 16. Ein Körper  $K_1$  der Masse  $m_1$  = 12,0kg befindet sich auf einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel  $\alpha$  = 35°.  $K_1$  beginnt mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  = 2,50  $\frac{m}{s}$  abwärts zu gleiten.
  - a)  $K_1$  gleitet zunächst reibungsfrei. Welche Beschleunigung erfährt  $K_1$ ? Wie groß ist seine Geschwindigkeit nach  $s_1 = 2,50m$  Gleitweg?
  - b) In einem neuen Versuch beträgt die Gleitreibungszahl  $\mu=0.85$ .  $K_1$  hat wieder die abwärts gerichtete



- c) Nach welcher Zeit ist die Geschwindigkeit auf den halben Wert gesunken? Für welchen Neigungswinkel würde sich  $K_1$  gleichförmig bewegen?
- d) Nun wird ein Körper  $K_2$  der Masse  $m_2$  mit einem Seil an  $K_1$  befestigt (siehe Zeichnung). Wie groß muss  $m_2$  bei  $\alpha = 35^{\circ}$  gewählt werden, damit  $K_1$  gleichförmig abwärts gleitet? Wie groß ist die Zugkraft am Seil?
- 17. Ein Wagen der Masse  $m_W = 600 \, \text{kg}$  fährt am Sandstrand ( $\mu = 0,30$ ). Der Motor bringt eine Leistung von 3,0 kN auf die Räder.



- a) Berechnen Sie die auftretende Beschleunigung.
- b) Wie lange braucht der Wagen von 0 auf  $100 \frac{km}{h}$ ?
- c) Wenn der Wagen eine Sanddüne mit dem Neigungswinkel 8,0° hinauffährt, so verringert sich seine Beschleunigung. Um wie viel wird sie geringer?
- 18. Der Ferrari 599 GTB Fiorano  $\left(m_F=1,70\,t\right)$  beschleunigt von 0 auf  $100\,\frac{km}{h}$  in 3,7 s. Dabei darf natürlich die Reibung nicht vernachlässigt werden. Für die Reibungszahl zwischen Gummi und Asphalt gilt:  $\mu=0,015$ .
  - a) Berechnen Sie die Motorkraft des Fiorano.
  - b) Wie lange würde der Beschleunigungsvorgang dauern, wenn man von Reibung absehen würde?
  - c) Bei einer Geschwindigkeit von  $100 \frac{km}{h}$  wird der Gang herausgenommen, der Ferrari rollt ohne Antrieb weiter. Wie lange würde es dauern bis das Fahrzeug steht und welche Strecke hätte es dabei zurückgelegt.
  - d) Wie lange dauert die Beschleunigung (von 0 auf  $100 \, \frac{km}{h}$ ), wenn der Ferrari an einem Berg mit 15% Steigung anfährt.
  - e) Berechnen Sie bis zu welchem Gefälle dieses Fahrzeug ohne angezogene Handbremse und eingelegtem Gang gerade nicht wegrollt.
- 19. Der ICE 3 ( $m_Z = 460t$ ) der DB hat bei einer Reibungszahl von  $\mu = 0,0020$  eine Beschleunigung von  $a = 0,65 \frac{m}{c^2}$ .
  - a) Wie lange benötigt der ICE von 0 auf  $100 \frac{km}{h}$  bzw. von 0 auf seine Höchstgeschwindigkeit von  $330 \frac{km}{h}$ .
  - b) Berechnen Sie die Zugkraft des ICE 3.
  - c) Berechnen Sie, bei welcher Steigung der ICE 3 gerade noch anfahren kann. (Bemerkung: Diese Aufgabe ist nur durch eine Näherung lösbar!)
- 20. Ein Golf GTI der Masse  $m_G = 1,6t$  hat eine Motorkraft von  $6,5\,\mathrm{kN}$ . Der GTI wird von 0 auf  $100\,\mathrm{\frac{km}{h}}$  beschleunigt. Berechnen Sie die Beschleunigungszeit und die Beschleunigungsstrecke für eine Bewegung
  - a) auf einer horizontal verlaufenden Straße ohne Reibung
  - b) auf einer horizontal verlaufenden Straße mit Reibung (Reibzahl  $\mu = 0,20$ )
  - c) auf einer Straße mit einer Steigung von 12% ohne Reibung
  - d) auf einer Straße mit einer Steigung von 12% mit Reibung (Reibzahl  $\mu = 0,20$ )
  - e) auf einer Straße mit einem Gefälle von 12% ohne Reibung
  - f) auf einer Straße mit einem Gefälle von 12% mit Reibung (Reibzahl  $\mu = 0,20$ )

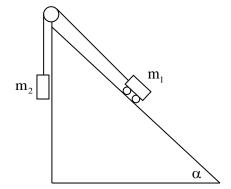
Fertigen Sie für jede Teilaufgabe eine Zeichnung an, in der alle an der Bewegung beteiligten Kräfte eingezeichnet werden.

- 21.0 Zur Ermittlung der Reibungszahl zwischen zwei Materialien wird ein zu untersuchender quaderförmiger Körper auf eine Ebene mit einem anderen Material gelegt. Nun neigt man langsam die Ebene, bis der Gegenstand zu rutschen beginnt. Bei der Untersuchung einer bestimmten Materialkombination wird ein Grenzwinkel von  $\alpha = 16^{\circ}$  gemessen.
- 21.1 Fertigen Sie einen Kräfteplan mit allen auf den Körper einwirkenden Kräften für den Fall an, dass der Körper gerade noch haftet.
- 21.2 Leiten Sie, ausgehend von Ihrem Kräfteplan, die Formel für die Berechnung der Reibungszahl her und berechnen Sie diese anschließend aus obigen Angaben.
- 21.3.0 Nachdem der Körper beim oben angegebenen Grenzwinkel von  $\alpha$  = 16° ins Gleiten gekommen ist, rutscht er beschleunigt nach unten und erreicht nach einer Strecke von 45 cm eine Geschwindigkeit von  $v = 1, 2 \frac{m}{s}$ .

- 21.3.1 Fertigen Sie erneut einen Kräfteplan mit allen auf den Körper einwirkenden Kräften an.
- 21.3.2 Berechnen Sie die Beschleunigung a des Körpers entlang der schiefen Ebene. (Zwischenergebnis:  $a = 1, 6 \frac{m}{a^2}$ )
- 21.3.3 Zeigen Sie, dass für die Formel zur Berechnung der Reibungszahl gilt:

$$\mu = \tan \alpha - \frac{a}{g \cdot \cos \alpha}$$

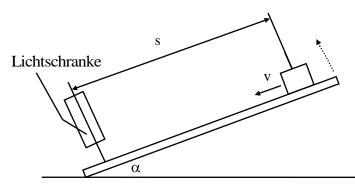
- 21.3.4 Berechnen Sie die Reibungszahl µ der verwendeten Materialpaarung.
- 22.0 Ein Wagen der Masse  $m_1 = 60 \, \text{kg}$  und ein zweiter der Masse  $m_2$  sind über eine Rolle miteinander verbunden. Der Neigungswinkel der schiefen Ebene ist  $\alpha = 55^{\circ}$ . Der Einfluss der Reibung bleibt zunächst unberücksichtigt. (Die Anordnung befindet sich in Ruhe.)



- 22.1 Fertigen Sie einen Kräfteplan mit den Kräften, die auf die beiden Massen  $m_1$  und  $m_2$  wirken.
- 22.2 Berechnen Sie die Masse  $m_2$  damit der Wagen durch sie im Gleichgewicht gehalten wird. [Ergebnis:  $m_2 = 49 \text{ kg}$ ]
- 22.3.0 Nun wird die Masse  $m_1$  um die zusätzliche Masse  $m_3$  = 10kg vergrößert. Außerdem soll nun ein Reibungskoeffizient von  $\mu$  = 0,12 berücksichtigt werden.
- 22.3.1 Fertigen Sie je einen Kräfteplan an mit allen auf  $m_1$  sowie  $m_2$  wirkenden Kräften (einschließlich  $F_2$ ) vom ruhenden Bezugssystem aus betrachtet.
- 22.3.2 Wie groß ist die Beschleunigung nach Betrag und Richtung?
- 22.3.3 Welche Zeit benötigt der Wagen für eine 4,80 m lange Strecke; wie groß ist dann v?
- 22.3.4 Berechnen Sie die im Seil wirkende Kraft  $F_s$ .
- einem Brett, das man um einen beliebigen Winkel α neigen kann.
  Für die Bestimmung des Haftreibungs- sowie des Gleitreibungskoeffizienten zwischen Gegenstand und Holzbrett beginnt man den

Winkel α langsam von Null

23.0 Ein Gegenstand ruht auf



aus zu steigern, bis sich der Gegenstand plötzlich beschleunigt über die Strecke  $s = 0.80 \,\mathrm{m}$  in Bewegung setzt.

Für den Grenzwinkel wird  $\alpha_{Grenz} = 27^{\circ}$  gemessen.

Beim Durchgleiten durch die Lichtschranke wird eine Geschwindigkeit von  $v = 0.75 \frac{m}{s}$  ermittelt.

- 23.1 Zeichnen Sie den Kräfteplan für den Grenzwinkel einmal für den (noch) ruhenden Gegenstand und einmal für den beschleunigt bewegten Gegenstand.
- 23.2 Bestimmen Sie den Haftreibungs- sowie den Gleitreibungskoeffizienten der Kombination Gegenstand / Holzbrett mit Hilfe obiger Angaben.