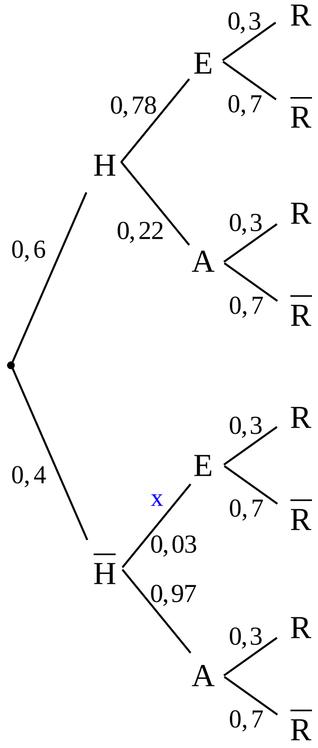
2011 S II Lösung

1.1



ω_i	$P(\{\omega_i\})$	E_1	E_2	$E_1 \cap E_2$
HER	0,1404	x		
$HE\overline{R}$	0,3276	x		
HAR	0,0396	x	x	x
$HA\overline{R}$	0,0924	x	x	x
$\overline{H}ER$	0,0036			
$\overline{H}E\overline{R}$	0,0084			
$\overline{H}AR$	0,1164		x	
$\overline{H}A\overline{R}$	0,2716		x	

Da insgesamt 48% aller Spielzeuge aus Europa kommen gilt:

$$P(\{HER\}) + P(\{HE\overline{R}\}) + P(\{\overline{H}ER\}) + P(\{\overline{H}E\overline{R}\}) = 0,48$$

$$0,6 \cdot 0,78 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,78 \cdot 0,7 + 0,4 \cdot x \cdot 0,3 + 0,4 \cdot x \cdot 0,7 = 0,48$$

$$0,468 + 0,4x = 0,48$$

$$0,4x = 0,012$$

$$x = 0,03$$

1.2 $E_1 = \{HER;\ HE\overline{R};\ HAR;\ HA\overline{R}\}$

$E_2 = \{HAR;\ HA\overline{R};\ \overline{H}AR;\ \overline{H}A\overline{R}\}$

$P(E_1) = 0,60$ (ist bereits gegeben!)

$P(E_2) = 0,0396 + 0,0924 + 0,1164 + 0,2716 = 0,52$

$P(E_1 \cap E_2) = 0,0396 + 0,0924 = 0,133$

$P(E_1) \cdot P(E_2) = 0,60 \cdot 0,52 = 0,312$

Somit folgt: $P(E_1) \cdot P(E_2) \neq P(E_1 \cap E_2)$

$\Rightarrow$ E_1 und E_2 sind stochastisch abhängig.

1.3 $P(E_3) = P_{0,3}^{10}(X=3) = 0,26683$

$P(E_4) = P_{0,7}^{10}(X \geq 9) = 1 - P_{0,7}^{10}(X \leq 8) = 1 - 0,85069 = 0,14931$

$P(E_5) = 8 \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^7 = 0,01779$

2.1 $(1-p)^5 = 0,4182$

$1 - p = \sqrt[5]{0,4182}$

$p = 1 - \sqrt[5]{0,4182}$

$p \approx 0,16$

2.2.1

x	0	1	2	3	4	5
$P_{0,16}^{5}(X=x)$	0,4182	0,3983	0,1517	0,0289	0,0028	0,0001

2.2.2 $P(X>3) = P(X=4) + P(X=5) = 0,0028 + 0,0001 = 0,0029$

$P(X>3)$ gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass mehr als 3 der 5 untersuchten Holzspielzeuge Mängel aufweisen.

2.2.3 Es handelt sich hier um eine binomialverteilte Zufallsgröße, somit gilt:

$\mu = n \cdot p = 5 \cdot 0,16 = 0,8$

$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{5 \cdot 0,16 \cdot 0,84} \approx 0,82$

$P(\mu - \sigma < X < \mu - \sigma) = P(0,8 - 0,82 < X < 0,8 + 0,82) = P(-0,02 < X < 1,62)$

$= P(X=0) + P(X=1) = 0,4182 + 0,3983 = 0,8165$

3.1 Testgröße X: Anzahl d. Spielzeuge mit zu hohem Weichmacheranteil $(n = 200)$

Nullhypothese: $p = 0,15$ $A = \{0; 1; 2; \ldots; k\}$

Gegenhypothese: $p > 0,15$ $\overline{A} = \{k+1; \ldots; 200\}$ rechtsseit. Signifikanztest

Signifikanzniveau: $\alpha = 0,05$

Ablehnungsbereich:

$P_{0,15}^{200}(X \geq k+1) < 0,05$

$1 - P_{0,15}^{200}(X \leq k) < 0,05$

$P_{0,15}^{200}(X \leq k) > 0,95 \Rightarrow k = 38$

Annahmebereich: $A = \{0; 1; \ldots; 38\}$

Ablehnungsbereich: $\overline{A} = \{39; 40; \ldots; 200\}$

3.2 $P(\alpha) = P_{0,15}^{200}(X \geq 39) = 1 - P_{0,15}^{200}(X < 38) = 1 - 0,95020 = 0,0498$

Obwohl sich der Anteil der Kunststoffspielzeuge mit einem zu hohen Weichmacheranteil nicht erhöht hat, glaubt man, dass eine Erhöhung vorliegt.