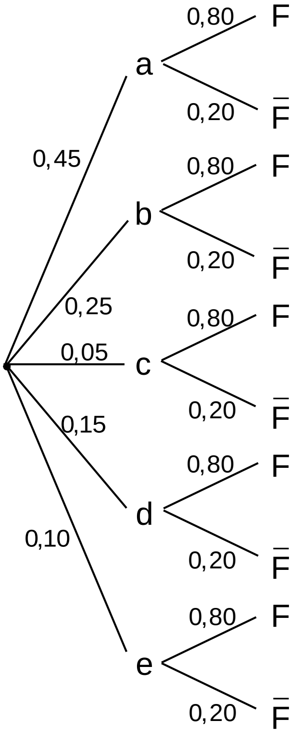
2005 SII (Lösung)

1.1



$\{\omega_i\}$	$P(\{\omega_i\})$
aF	$0,45 \cdot 0,8 = 0,36$
$a\bar{F}$	$0,45 \cdot 0,2 = 0,09$
bF	$0,25 \cdot 0,8 = 0,20$
$b\bar{F}$	$0,25 \cdot 0,2 = 0,05$
cF	$0,05 \cdot 0,8 = 0,04$
$c\bar{F}$	$0,05 \cdot 0,2 = 0,01$
dF	$0,15 \cdot 0,8 = 0,12$
$d\bar{F}$	$0,15 \cdot 0,2 = 0,03$
eF	$0,10 \cdot 0,8 = 0,08$
$e\bar{F}$	$0,10 \cdot 0,2 = 0,02$

1.2.1 Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X

x	15	25	35	45	50	60	70
$P(X=x)$	0,36	0,09+0,2 =0,29	0,05+0,04 =0,09	0,01	0,12	0,03+0,08 =0,11	0,02

1.2.2 $P(X>40)=P(X=45)+P(X=50)+P(X=60)+P(X=70)$

$P(X>40)=0,01+0,12+0,11+0,02=0,26$

1.2.3 Berechnung des Erwartungswerts $\mu = E(X)$.

$\mu = 15\cdot 0,36 + 25\cdot 0,29 + 35\cdot 0,09 + 45\cdot 0,01 + 50\cdot 0,12 + 60\cdot 0,11 + 70\cdot 0,02$

$\mu = 5,4 + 7,25 + 3,15 + 0,45 + 6 + 6,6 + 1,4 = 30,25$

1.2.4 $P(E)=P(15 > X \le 50)=P(X=25)+P(X=35)+P(X=45)+P(X=50)$

$P(E)=0,29+0,09+0,01+0,12=0,51$

E: „Der fällige Betrag beträgt mehr als 15€, aber höchstens 50€.

2.1 $P_{0,1}^{200}(X > 12\% \text{ von } 200) = P_{0,1}^{200}(X > 0,12\cdot 200) = P_{0,1}^{200}(X > 24)$

$P_{0,1}^{200}(X>24) = 1 - P_{0,1}^{200}(X \le 24) = 1 - 0,85511 = 0,14489$

Für den Erwartungswert μ gilt: $\mu = n\cdot p = 200\cdot 0,1 = 20$

Für die Standardabweichung σ gilt: $\sigma = \sqrt{n\cdot p\cdot q} = \sqrt{200\cdot 0,1\cdot 0,9} = 4,243$

$\mu + \sigma = 20 + 4,243 = 24,243 < 25$

Somit übersteigt die Anzahl dieser „Verkehrssünder“ den Erwartungswert um mehr als die einfache Standardabweichung.

2.2 Es gilt:

Tageseinnahmen in den ersten 30 Tagen + Tageseinnahmen in den restlichen x Tagen müssen die Kosten von 60.000€ decken.

Also:

$20 \cdot 28€ \cdot 30 + 10 \cdot 28€ \cdot x = 60.000€ \quad \Rightarrow \quad 16.800€ + 280€ \cdot x = 60.000€$

$\Rightarrow \quad 280€ \cdot x = 43.200€ \quad \Rightarrow \quad x = 154{,}3$

Somit sind die Anschaffungskosten nach $30 + 155 = 185$ Tagen gedeckt.

2.3 Testgröße X: Anzahl der Temposünder $(n = 200)$

Nullhypothese: $p = 0{,}02 \qquad A = \{0; 1; 2; \ldots; k\}$

Gegenhypothese: $p > 0{,}02 \qquad \overline{A} = \{k+1; \ldots; 200\}$ rechtsseit. Signifikanztest

Signifikanzniveau: $\alpha = 0{,}05$

Ablehnungsbereich: $P_{0{,}02}^{200}(X \geq k+1) < 0{,}05$

$1 - P_{0{,}02}^{200}(X \leq k) < 0{,}05$

$P_{0{,}02}^{200}(X \leq k) > 0{,}95 \quad \Rightarrow \quad k = 7$

Annahmebereich: $A = \{0; 1; \ldots; 7\}$

Ablehnungsbereich: $\overline{A} = \{8; 9 : \ldots; 200\}$

3.1 Vierfeldertafel

	F	$\overline{F}$	$\sum$
S	0,04	**0,06**	**0,10**
$\overline{S}$	0,76	0,14	0,90
$\sum$	**0,80**	0,20	1

$$\left.\begin{array}{l} P(F) \cdot P(\overline{S}) = 0{,}80 \cdot 0{,}90 = 0{,}72 \\ P(F \cap \overline{S}) = 0{,}76 \end{array}\right\} \Rightarrow P(F) \cdot P(\overline{S}) \neq P(F \cap \overline{S})$$

$\Rightarrow$ Die Ereignisse F und $\overline{S}$ sind stochastisch abhängig.

3.2 $F \cup S$: „Der Fahrer kann seine Papiere vorweisen oder ist zu schnell gefahren.“

$P(F \cup S) = 0{,}04 + 0{,}76 + 0{,}06 = 0{,}86$