

2004 SI

- 1.0 Ein Betrieb stellt Kunststoffgehäuse her. Die dazu benutzte Maschine besteht aus drei wichtigen Bauteilen A, B und C, die unabhängig voneinander arbeiten. Die Maschine funktioniert jedoch nur dann einwandfrei, wenn alle drei Bauteile in Ordnung sind. Die Wahrscheinlichkeiten dafür, dass eines der 3 Bauteile innerhalb eines Arbeitstages einwandfrei arbeitet, betragen $P(A) = a$, $P(B) = 0,9$ und $P(C) = 0,8$.
- 1.1 Längere Beobachtungen haben ergeben, dass die Maschine mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,612 innerhalb eines betrachteten Arbeitstages einwandfrei arbeitet. Zeigen Sie unter dieser Voraussetzung, dass gilt: $a = 0,85$. (2 BE)
- 1.2 Das Zufallsexperiment besteht in der Feststellung, welche der drei Bauteile innerhalb eines Arbeitstages einwandfrei arbeiten. Veranschaulichen Sie mit Hilfe eines Baumdiagramms alle dabei auftretenden Möglichkeiten. Bestimmen Sie anschließend die Wahrscheinlichkeiten aller acht Elementarereignisse (3 Nachkommastellen). (6 BE)
- 1.3 Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der Bauteile an, die während eines Arbeitstages einwandfrei arbeiten. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung (Wertetabelle) der Zufallsgröße X. (3 BE)
- 1.4 Zeichnen Sie mit Hilfe einer Wertetabelle den Graphen der zu 1.3 gehörigen kumulativen Verteilungsfunktion F. Bestimmen Sie dann $p = 1 - F(1,5)$ und interpretieren Sie diesen Wert im Sinne der vorliegenden Thematik. (6 BE)
- 1.5 Nun wird ein Zeitraum von 6 Arbeitstagen betrachtet. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
E₁: „Die Maschine fällt nur am 4. Arbeitstag aus.“
E₂: „Die Maschine fällt an genau zwei Arbeitstagen aus.“ (5 BE)
- 2.0 Die Qualität der Kunststoffgehäuse wird durch regelmäßig stattfindende Kontrollen am Ende der Fertigung überprüft. Diese über einen langen Zeitraum hinweg geführten Kontrollen ergeben, dass im Schnitt 8 % der Gehäuse einen Materialfehler (M) aufweisen; 5 % haben nicht akzeptierbare Formabweichungen (F). Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Gehäuse beide Fehler zugleich aufweist, beträgt 0,03.
- 2.1 Prüfen Sie, ob die Ereignisse M und F stochastisch unabhängig sind. (3 BE)
- 2.2 Beschreiben Sie mit Worten das Ereignis $F \cup M$ und bestimmen Sie mit Hilfe einer Vierfeldertafel folgende Wahrscheinlichkeiten:
a) $P(F \cap \bar{M})$ b) $P(F \cup M)$ c) $P(\overline{F \cup M})$ (8 BE)
- 3.0 Die Maschine wird nun durch neu entwickelte Teile so verbessert, dass der Anteil der fehlerhaften Gehäuse auf weniger als 10 % gesenkt werden kann (Gegenhypothese). Zur Überprüfung der Fertigungsqualität der verbesserten Maschine wird ein Signifikanztest der Länge 200 auf dem 2%-Niveau durchgeführt.
- 3.1 Geben Sie für diesen Signifikanztest die Testgröße (in Worten) sowie die Nullhypothese und die Art des Tests an. Ermitteln Sie den größtmöglichen Ablehnungsbereich der Nullhypothese. (5 BE)
- 3.2 Erläutern Sie kurz, worin bei diesem Test der Fehler 2. Art besteht. (2 BE)