

## 2005 B II Angabe

- BE** 1.0 Im dreidimensionalen Vektorraum  $V^3$  sind die folgenden Vektoren gegeben:
- $$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{c}_k = \begin{pmatrix} k \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ wobei } k \in \mathbb{R}.$$
- 3 1.1 Berechnen Sie, für welche Werte des Parameters  $k$  die Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}_k$  keine Basis des dreidimensionalen Vektorraumes  $V^3$  bilden.
- 3 1.2 Setzen Sie  $k = 0$  und überprüfen Sie, ob sich der Vektor  $\vec{d}$  als Linearkombination der Vektoren  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}_0$  darstellen lässt.
- 2 1.3 Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene  $E$ , die den Punkt  $P(1; -1; 1)$  enthält und von den Richtungsvektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  bestimmt wird, in Koordinatenform.
- [ Mögliches Ergebnis:  $E : 2x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 7 = 0$  ]
- 5 1.4 Die Ebene  $E$  schneidet die drei Koordinatenachsen in den Punkten  $X_1, X_2$  und  $X_3$ . Berechnen Sie das Volumen der Pyramide mit dem Dreieck  $X_1X_2X_3$  als Grundfläche und dem Koordinatenursprung als Spitze.
- 2.0 Gegeben ist nun zusätzlich die Gerade  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 21 \\ 7 \\ -21 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 10 \\ 4 \\ -11 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}.$
- 5 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes  $S$  der Geraden  $h$  mit der Ebene  $E$  aus Teilaufgabe 1.3 sowie den Schnittwinkel zwischen  $h$  und  $E$ .
- [ Teilergebnis:  $S(1; -1; 1)$  ]
- 7 2.2 Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden  $h^*$ , die durch Spiegelung der Geraden  $h$  an der Ebene  $E$  entsteht.
- 5 2.3 Bestimmen Sie je eine Gleichung für die beiden winkelhalbierenden Geraden  $w_1$  und  $w_2$  der Geraden  $h$  und  $h^*$ .