

Prüfungen sind deshalb so scheußlich,  
weil der größte Trottel mehr fragen kann,  
als der klügste Mensch beantworten vermag.  
*(Charles C. Colton)*

## § 5 Potenzfunktionen

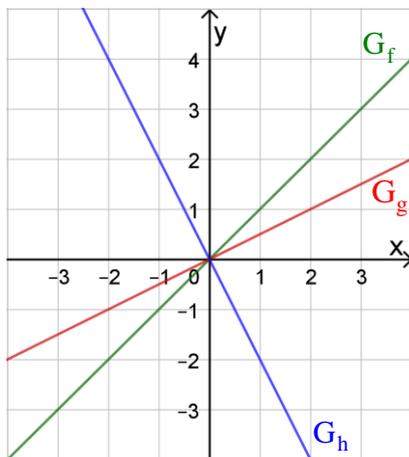
Definition: Funktionen der Form  $f : x \mapsto a_n \cdot x^n$ ;  $n \in \mathbb{N}$ ;  $a_n \in \mathbb{R}$  heißen Potenzfunktionen.

Als Definitionsmenge wählt man gewöhnlich  $\mathbb{D} = \mathbb{R}$ .

Der Exponent  $n$  heißt der Grad der Potenzfunktion;  $a_n$  heißt der Formfaktor.

Zeichnen Sie die Graphen der Potenzfunktionen  $f$ ,  $g$  und  $h$  in ein gemeinsames Koordinatensystem ein.

1.)  $f(x) = x$        $g(x) = \frac{1}{2}x$        $h(x) = -2x$

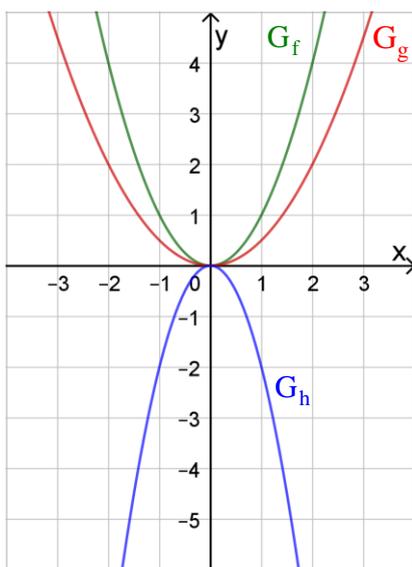


Bemerkung: Der Graph einer Potenzfunktion vom Grad 1 ist eine Gerade (Parabel 1. Ordnung).

Ist der Formfaktor (Steigung) positiv, so verläuft die Gerade von „links unten“ nach „rechts oben“. Man kann auch sagen, der Graph kommt von unten und verläuft nach oben.

Ist der Formfaktor negativ, so kommt der Graph von oben und verläuft nach unten.

2.)  $f(x) = x^2$        $g(x) = \frac{1}{2}x^2$        $h(x) = -2x^2$

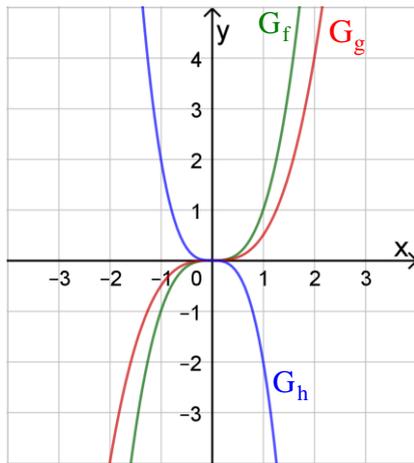


Bemerkung: Der Graph einer Potenzfunktion vom Grad 2 ist eine Parabel (Parabel 2. Ordnung).

Ist der Formfaktor positiv, so kommt der Graph von oben und verläuft nach oben.

Ist der Formfaktor negativ, so kommt der Graph von unten und verläuft nach unten.

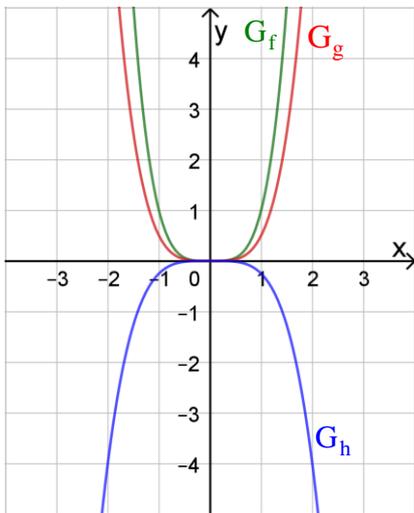
3.)  $f(x) = x^3$        $g(x) = \frac{1}{2}x^3$        $h(x) = -2x^3$



Bemerkung: Den Graph einer Potenzfunktion vom Grad 3 nennt man eine Parabel 3. Ordnung.

Ist der Formfaktor positiv, so kommt der Graph von unten und verläuft nach oben.  
Ist der Formfaktor negativ, so kommt der Graph von oben und verläuft nach unten.

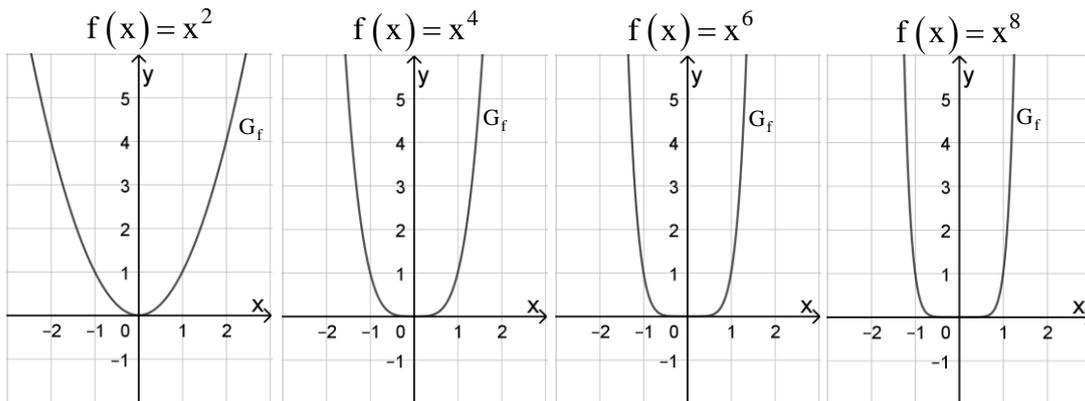
4.)  $f(x) = x^4$        $g(x) = \frac{1}{2}x^4$        $h(x) = -\frac{1}{4}x^4$



Bemerkung: Den Graph einer Potenzfunktion vom Grad 4 nennt man eine Parabel 4. Ordnung.

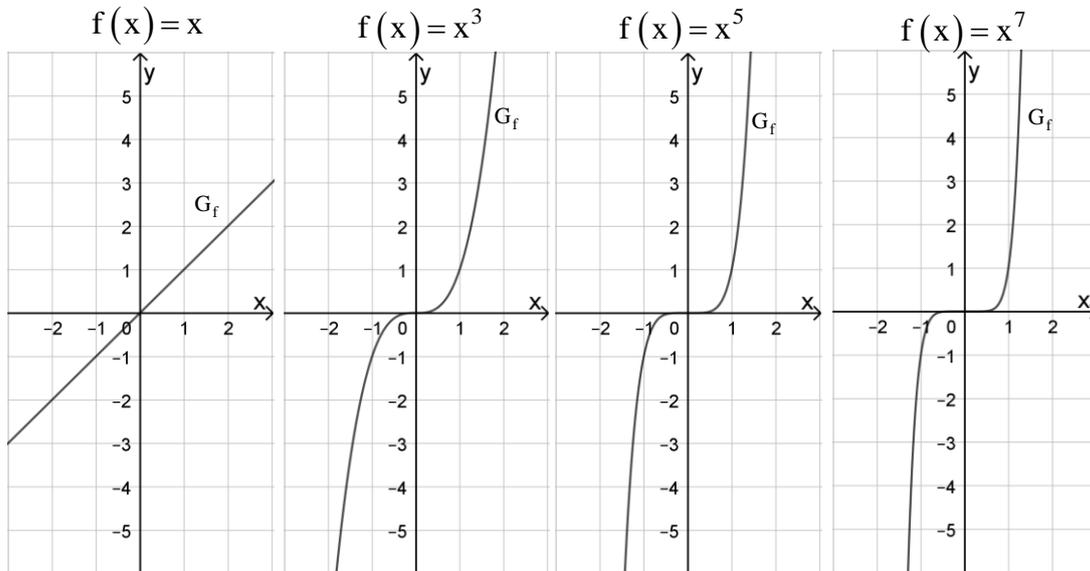
Ist der Formfaktor positiv, so kommt der Graph von oben und verläuft nach oben.  
Ist der Formfaktor negativ, so kommt der Graph von unten und verläuft nach unten.

Betrachtet man noch Potenzfunktionen mit geradzahligem Exponenten, so stellt man fest:



Die Graphen verlaufen achsensymmetrisch zur y-Achse und sind (bei positivem Formfaktor) alle vom Typ „kommt von oben geht nach oben“.

Betrachtet man noch Potenzfunktionen mit ungeradzahligem Exponenten, so stellt man fest:



Die Graphen verlaufen punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung und sind (bei positivem Formfaktor) alle vom Typ „kommt von unten geht nach oben“.

Zusammenfassend ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen dem Grad der Potenzfunktion, dem Vorzeichen des Formfaktors und dem Verlauf des Graphen der Funktion:

		Formfaktor	
		$a > 0$	$a < 0$
Grad n der Potenzfunktion	n geradzahlig	Graph kommt von oben geht nach oben	Graph kommt von unten geht nach unten
	n ungeradzahlig	Graph kommt von unten geht nach oben	Graph kommt von oben geht nach unten

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind

1. Jeder Graph einer Potenzfunktion verläuft durch den Koordinatenursprung
2. Hat die Potenzfunktion einen positiven Formfaktor, dann verläuft der Graph für positive  $x$ -Werte nach oben.
3. Hat eine Potenzfunktion einen negativen Formfaktor, dann verläuft der Graph der Funktion punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.
4. Jede Potenzfunktion mit ungeradem Grad hat die Wertemenge  $W = \mathbb{R}$ .
5. Jede Potenzfunktion mit dem Formfaktor  $a = 1$  verläuft durch den Punkt  $P(1|1)$ .
6. Eine Potenzfunktion mit der Definitionsmenge  $D = \mathbb{R}$  hat genau dann die Wertemenge  $W = [0; \infty[$ , wenn  $n$  gerade und  $a > 0$  ist.