Musterlösung der Abschlussprüfung 2006 Teil 1

1.1 $F = m \cdot a = m \cdot \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \dfrac{v_A}{\Delta t} = 40\,\text{kg} \cdot \dfrac{2{,}3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}90\,\text{s}} = 102\tfrac{2}{9}\,\text{N} \approx \underline{\underline{1{,}0 \cdot 10^2\,\text{N}}}$

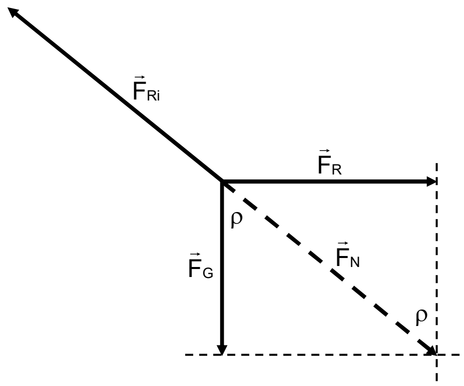
1.2 Für die beschleunigende Kraft F gilt:

$$F = F_H$$
$$m \cdot a = m \cdot g \cdot \sin\alpha$$
$$a = g \cdot \sin\alpha = 9{,}81\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \sin 35° \approx \underline{\underline{5{,}6\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$$

1.3
$$E_{Ges,A} = E_{Ges,D}$$
$$E_{kin,A} + E_{pot,A} = E_{kin,D} + \underbrace{E_{pot,D}}_{0}$$
$$\tfrac{1}{2}mv_A^2 + mgh = \tfrac{1}{2}mv_D^2$$
$$v_D = \sqrt{v_A^2 + 2gh}$$
$$v_D = \sqrt{\left(2{,}3\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}81\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 5{,}6\,\text{m}} = 10{,}731...\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{11\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

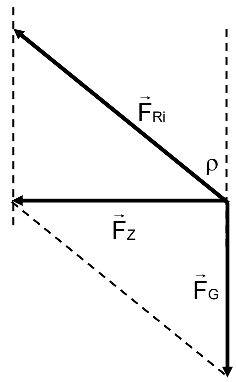
1.4.1 Im mitbewegten Bezugssystem gilt:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{F}_R + \vec{F}_G + \vec{F}_{Ri} = 0$$



Im ruhenden Bezugssystem gilt:

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_Z = \vec{F}_{Ri} + \vec{F}_G$$



1.4.2 $F_R = m \cdot \dfrac{v_D^2}{r}$

$$\tan\rho = \frac{F_R}{F_G} = \frac{m\frac{v^2}{r}}{mg} = \frac{v^2}{rg} \quad \Rightarrow \quad \rho = \arctan\frac{v^2}{rg} = \arctan\frac{\left(11\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{10\,\text{m} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx \underline{\underline{51°}}$$

$$F_N^2 = F_{Res}^2 = F_G^2 + F_R^2 \quad \Rightarrow \quad F_N = \sqrt{F_G^2 + F_R^2} = \sqrt{(mg)^2 + \left(\tfrac{mv^2}{r}\right)^2}$$

$$F_N = \sqrt{\left(40\,\text{kg} \cdot 9{,}81\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)^2 + \left(\frac{40\,\text{kg} \cdot \left(11\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{10\,\text{m}}\right)^2} = 623{,}084...\tfrac{\text{m}}{\text{s}} \approx \underline{\underline{0{,}62\,\text{kN}}}$$

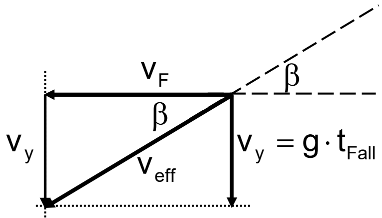
Alternativ:

$$\cos\rho = \frac{F_G}{F_N} \quad \Rightarrow \quad F_N = \frac{F_G}{\cos\rho} = \frac{mg}{\cos\rho} = \frac{40\,\text{kg} \cdot 9{,}81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\cos 51°} = 623{,}5297...\text{N} \approx \underline{\underline{0{,}62\,\text{kN}}}$$

1.5 Für die Fallzeit t_{Fall} gilt: $h = \frac{1}{2} g t_{Fall}^2 \Rightarrow t_{Fall} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = ... \approx 0{,}32\,\mathrm{s}$

Für den in der Zeit t_{Fall} zurückgelegten (horizontalen) Weg s gilt:

$$s = v_F \cdot t_{Fall} = v_F \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 11\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}50\,\mathrm{m}}{9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 3{,}512...\mathrm{m} \approx \underline{\underline{3{,}5\,\mathrm{m}}} \quad (3{,}52\mathrm{m})$$



Für den Auftreffwinkel β gilt:

$$\tan\beta = \frac{v_y}{v_F} = \frac{g \cdot t_{Fall}}{v_F} = \frac{g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}}{v_F} = \frac{\sqrt{2hg}}{v_F}$$

$$\Rightarrow \quad \beta = \arctan\frac{\sqrt{2hg}}{v_F} = \arctan\frac{\sqrt{2 \cdot 0{,}50\,\mathrm{m} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}}{11\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 15{,}89...° \approx \underline{\underline{16°}}$$

2.1 Für ein außenstehendes Bezugssystem gilt:
Die für die Kreisbahn erforderliche Zentralkraft $\vec{F}_Z$ wird gerade durch die Coulombkraft $\vec{F}_C$, die der Atomkern (Proton) auf das Elektron ausübt, aufgebracht.
Das Elektron fällt nicht in den Kern, weil die Coulombkraft gerade ausreicht, das Elektron auf der Kreisbahn zu halten.

2.2 Mit $Q = q = e$ folgt:

$$F_{Z_1} = F_{el_1}$$

$$m_e \cdot \frac{v_1^2}{r_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_1^2}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot m_e \cdot r_1}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{\left(1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\right)^2}{4\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot 5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}}} = 2{,}1858...\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx \underline{\underline{2{,}2 \cdot 10^6\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}}$$

Einheitenvergleich:

$$\left[\sqrt{\frac{\mathrm{C}^2}{\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{F} \cdot \mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{(\mathrm{As})^2}{\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{V}} \cdot \mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{VAs}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

$$\text{ODER: } \left[\sqrt{\frac{\mathrm{C}^2}{\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{A}^2\mathrm{s}^2\mathrm{V}}{\mathrm{As} \cdot \mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{VAs}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}}{\mathrm{kg}}} = \sqrt{\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}} = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$$

2.3 $F_{Z_n} = F_{el_n}$

$$m_e \cdot \frac{v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2}$$

$$v_n = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot m_e \cdot r_n}} = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot m_e \cdot r_1 \cdot n^2}} = \underbrace{\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot m_e \cdot r_1}}}_{=v_1} \cdot \frac{1}{n} = v_1 \cdot \frac{1}{n}$$

$$E_{kin_n} = \tfrac{1}{2} m_e v_n^2 = \tfrac{1}{2} m_e v_1^2 \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$E_{kin_n} = \tfrac{1}{2} \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} \cdot \left(2{,}2 \cdot 10^6\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \cdot \frac{1}{n^2} = 2{,}204... \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J} \cdot \frac{1}{n^2} \approx \underline{\underline{2{,}2 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J} \cdot \frac{1}{n^2}}}$$

ODER:

$$F_{Z_n} = F_{el_n}$$

$$m_e \cdot \frac{v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \frac{v_n^2}{r_n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v_n^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_1} \cdot \frac{1}{n^2}$$

$$E_{kin_n} = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_1} \cdot \frac{1}{n^2} = ... \approx 2{,}2 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J} \cdot \frac{1}{n^2}$$

2.4.1 Eine Äquipotentialfläche ist eine Fläche gleichen Potentials.

2.4.2 $\varphi_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e}{r_1} \cdot \frac{1}{n^2}$ mit $r_n = r_1 \cdot n^2$

$$\varphi_n = \frac{1}{4\pi \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}} \cdot \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}{5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}} \cdot \frac{1}{n^2} = 27{,}1667...\mathrm{V} \cdot \frac{1}{n^2} \approx \underline{\underline{27\,\mathrm{V} \cdot \frac{1}{n^2}}}$$

2.5.1 Für die Gesamtenergie auf der ersten Kreisbahn gilt:

$$E_{Ges_1} = E_{kin_1} + E_{pot_1} = E_{kin_1} - e \cdot \varphi_1$$

$$E_{Ges_1} = 2{,}2 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J} - 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 27\,\mathrm{V} = -2{,}1254 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J} \approx \underline{\underline{-2{,}1 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}}} \quad (-13{,}3\,\mathrm{eV})$$

2.5.2 Für die Ionisierungsenergie E_{ion} für ein Wasserstoffatom gilt:

$$E_{ion} = E_{Ges_\infty} - E_{Ges_1} = \underbrace{E_{kin_\infty}}_{0} + \underbrace{E_{pot_\infty}}_{0} - E_{Ges_1} = -E_{Ges_1} = \underline{\underline{2{,}1 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}}} \quad (13{,}3\,\mathrm{eV})$$