

12.10 Die magnetische Flussdichte einer langgestreckten leeren Spule

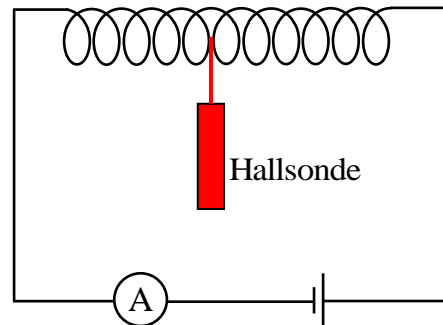
Wir wollen nun untersuchen, von welchen Größen das homogene Feld einer leeren Spule abhängt. Dazu verwenden wir nur langgestreckte Spulen, bei denen der Spulenradius klein gegenüber der Länge der Spule ist.

Versuchsaufbau:

Mit Hilfe einer Hallsonde kann der Betrag der magnetischen Flussdichte im Inneren der Spule direkt gemessen werden.

Vermutet wird eine Abhängigkeit des Betrages der magnetischen Flussdichte von folgenden Größen:

- Spulenstromstärke I_{Sp}
- Querschnittsfläche A
- Windungszahl N_{Sp}
- Länge ℓ_{Sp} der Spule



Zur Untersuchung dieser Zusammenhänge sind vier Versuchsreihen nötig.

Versuch 1:

Untersuchung der magnetischen Flussdichte in Abhängigkeit vom Strom I_{Sp} , der in der Spule fließt. Folgende Größen werden dabei konstant gehalten:

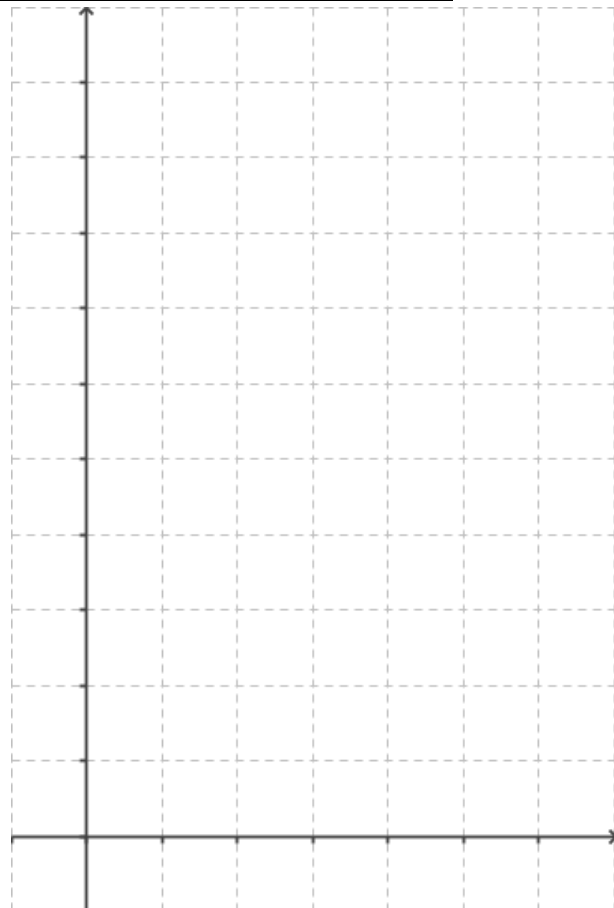
$$A = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2; N_{Sp} = 600; \ell_{Sp} = 14 \text{ cm}$$

Messwerttabelle:

I_{Sp} in A	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
B in mT	0	2,3	4,3	6,4	8,4	10,5

Versuchsauswertung:

Tragen Sie Ihrer Messwerte in ein $I_{Sp} - B$ - Diagramm ein.



Ergebnis:

Im Rahmen der Zeichen- und Messgenauigkeit liegen die Werte auf einer Ursprungshalbgeraden. Somit gilt:

$$B \sim I_{Sp} \quad (1)$$

Versuch 2:

Untersuchung der magnetischen Flussdichte in Abhängigkeit von der Windungszahl N_{Sp} .

Folgende Größen werden dabei konstant gehalten:

$$A = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2; I_{Sp} = 1,0 \text{ A}; \ell_{Sp} = 14 \text{ cm}$$

Messwerttabelle:

N_{Sp}	600	1200	1800
B in mT	4,4	8,5	13,4
$\frac{B}{N_{Sp}}$ in			

Versuchsauswertung: (Rechnerische Versuchsauswertung)

Bilden Sie den in obiger Tabelle angegebenen Quotienten.

Ergebnis:

Im Rahmen der Mess- und Rundungsgenauigkeit gilt:

$$B \sim N_{Sp} \quad (2)$$

Versuch 3:

Untersuchung der magnetischen Flussdichte in Abhängigkeit von der Spulenlänge ℓ_{Sp} .

Folgende Größen werden dabei konstant gehalten:

$$A = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2; I_{Sp} = 1,0 \text{ A}; N_{Sp} = 1200$$

Messwerttabelle:

ℓ_{Sp} in cm	28	14	7,0		
B in mT	4,8	8,9	18,6		
$B \cdot \ell_{Sp}$ in					

Versuchsauswertung:

Man stellt fest, dass bei abnehmender Spulenlänge ℓ_{Sp} die Magnetfeldstärke B zunimmt.

Daher vermutet man eine indirekte Proportionalität (Halbierung der Spulenlänge bringt Verdopplung der Magnetfeldstärke).

Wenn die beiden Größen aber indirekt proportional zueinander sind, dann müssen die beiden Messgrößen produktgleich sein. Man bildet daher das Produkt $B \cdot \ell_{Sp}$

Ergebnis:

Das Produkt $B \cdot \ell_{Sp}$ ist im Rahmen der Mess- und Rechengenauigkeit konstant. Somit gilt:

$$B \sim \frac{1}{\ell_{Sp}} \quad (3)$$

Versuch 4:

Untersuchung der magnetischen Flussdichte in Abhängigkeit von der Querschnittsfläche A der Spule. Im folgenden Versuch verwendet man Spulen mit unterschiedlichen Durchmessern d. Die Spulenfläche errechnet sich dann mit $A = r^2 \cdot \pi = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi = \frac{1}{4} d^2 \cdot \pi$

Folgende Größen werden dabei konstant gehalten:

$$N_{Sp} = 120 ; I_{Sp} = 5,0 \text{ A} ; \ell_{Sp} = 60 \text{ cm}$$

Messwerttabelle:

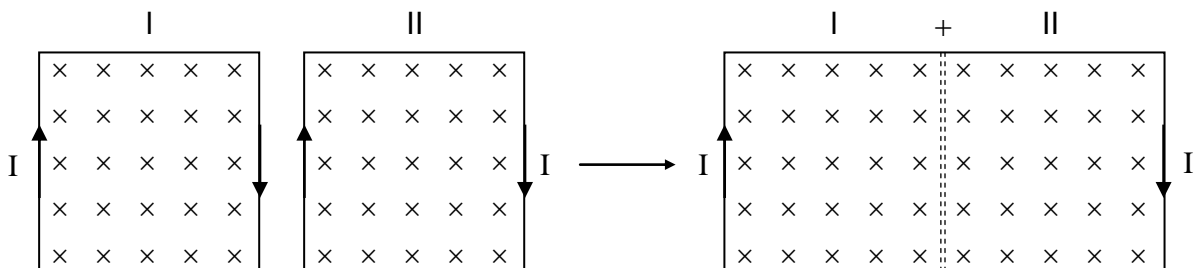
d in cm	12	7,0
A_{Sp} in m^2	$1,1 \cdot 10^{-2}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$
B in mT	1,3	1,3

Ergebnis:

Der Betrag der magnetischen Flussdichte B im homogenen Magnetfeld einer langgestreckten Spule ist unabhängig von der Querschnittsfläche A der Spule.

Zum besseren Verständnis dieses Ergebnisses dient das folgende Gedankenexperiment.

Zwei gleiche Spulen mit rechtwinkligen Querschnitt, die von Strom gleicher Stromstärke I durchflossen werden, legt man so aneinander, dass sich die Leiter berühren. Nun kann man die sich berührenden Leiterteile herausnehmen, ohne die Feldstärke im Inneren zu ändern, da sie von gleichen Strömen in entgegengesetzter Richtung durchflossen werden. Die dadurch geschaffene Spule besitzt bei gleicher magnetischer Flussdichte die doppelte Fläche. Folglich muss die magnetische Flussdichte unabhängig von A sein.



Zusammenfassung der Versuchsergebnisse:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \quad B \sim I_{Sp} \\ (2) \quad B \sim N_{Sp} \\ (3) \quad B \sim \frac{1}{\ell_{Sp}} \end{array} \right\} B \sim \frac{I_{Sp} \cdot N_{Sp}}{\ell_{Sp}} \Rightarrow B = k \cdot \frac{I_{Sp} \cdot N_{Sp}}{\ell_{Sp}}$$

Die Proportionalitätskonstante k ist eine Zustandgröße des magnetischen Feldes und heißt magnetische Feldkonstante μ_0 . (Permeabilität des leeren Raumes)

Die Berechnung der magnetischen Feldkonstante mit den Daten aus Versuch 3, Messung 3 ergibt:

$$\mu_0 = k = \frac{B \cdot \ell_{Sp}}{I_{Sp} \cdot N_{Sp}} = \frac{0,50 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 0,40 \text{ m}}{5,0 \text{ A} \cdot 30} \approx 1,3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Ergebnis:

Für die magnetische Flussdichte im Inneren einer langgestreckten leeren Spule erhält man folgende Gleichung:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I_{Sp} \cdot N_{Sp}}{\ell_{Sp}} \quad (\text{ohne Materie})$$

Anmerkungen:

- Füllt man die Spule mit einem anderen Stoff (Fe, Ni, ...) aus, so ändert sich die magnetische Flussdichte teilweise beträchtlich. Diese Änderung wird durch die relative Permeabilitätszahl μ_r (ohne Einheit) erfasst.

$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \frac{I_{Sp} \cdot N_{Sp}}{\ell_{Sp}} \quad (\text{mit Materie})$$

- Der Wert der Permeabilität des leeren Raumes (magnetische Feldkonstante) ist aufgrund der Ampere-Definition genau festgelegt:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

Aufgaben

1. Eine zylindrische Spule mit der Länge $\ell = 30\text{cm}$, dem Durchmesser $d = 3,0\text{cm}$ und der Windungszahl $N = 1200$ wird von einem Strom der Stärke $I = 250\text{mA}$ durchflossen. Berechne den Betrag der magnetischen Flussdichte in der Mitte des Spuleninneren.
2. Welcher Strom fließt durch die 600 Windungen einer langgestreckten Zylinderspule ($\ell = 40\text{cm}$), wenn in der Mitte ein Magnetfeld der Flussdichte $B = 6,6 \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{m^2}$ besteht?
3. Eine 20cm lange Zylinderspule mit 300 Windungen hat in ihrem Inneren die gleiche Flussdichte wie eine halb so lange Spule mit 240 Windungen. Beide Spulen sind langgestreckt.
In welchem Verhältnis stehen die Stromstärken zueinander?
4. Eine langgestreckte, stromdurchflossene Zylinderspule der Länge $L = 48\text{cm}$ mit 720 Windungen wird einmal auf 42cm Länge gestaucht, dann auf 60cm gestreckt.
Auf welchen Prozentsatz des ursprünglichen Wertes ändert sich jeweils der Betrag der in der Spulenmitte herrschenden magnetischen Flussdichte?

Lösungen:

1. $B = 1,3 \cdot 10^{-3} \frac{Vs}{m^2}$
2. $I = 3,5\text{A}$
3. $I_1 : I_2 = 8 : 5$
4. B_1 ist 114% von B; B_2 ist 80% von B