

## 12.6 Magnetische Flussdichte

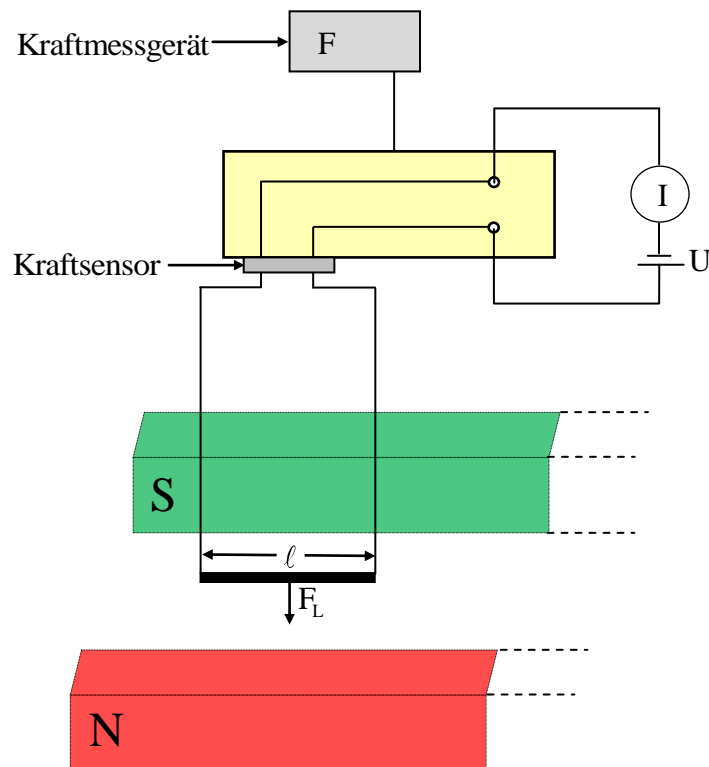
Die Gravitationsfeldstärke  $\vec{g}$  und die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  sind Größen, die die „Stärke“ eines Feldes beschreiben. Denkt man sich einen Probekörper bekannter Masse bzw. Ladung in dem jeweiligen Feld, dann kann man mit der Kenntnis der Feldstärke angeben, welche Kraft auf ihn ausgeübt wird.

Dass es solch eine Größe auch für das Magnetfeld gibt zeigt folgender

### Versuch:

Wir messen die Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld eines Hufeisenmagneten mit Hilfe einer „Stromwaage“.

### Versuchsaufbau:



Eine Leiterstück der Länge  $\ell$  befindet sich im (homogenen) Magnetfeld eines Hufeisenmagneten. Dieses Leiterstück ist Teil eines Leiterrahmens, welcher an einem Kraftsensor befestigt ist. Fließt durch den Leiter der Strom  $I$ , dann wirkt auf ihn (bei obiger Anordnung) nach der 3-Finger-Regel die Lorentzkraft nach unten. Die Größe dieser Kraft wird mit dem Kraftsensor ermittelt und über ein Kraftmessgerät angezeigt.

### *Vorüberlegung:*

Auf die Leiterschleife im Magnetfeld wirken drei Kräfte.

Für die resultierende Kraft gilt:

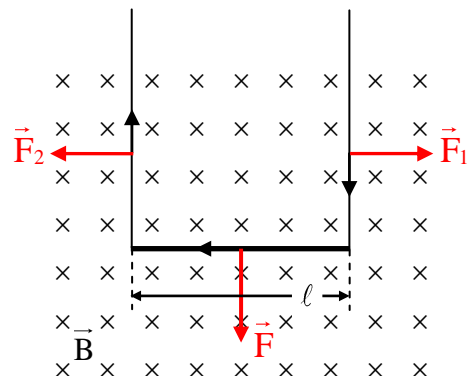
$$\vec{F}_{\text{Ges}} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}$$

Aus der Zeichnung erkennt man:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Somit folgt für die resultierende Kraft:  $\vec{F}_{\text{Ges}} = \vec{F}$

Die Leiterschleife wird also mit der Kraft  $\vec{F}$  in das Magnetfeld hineingezogen.



### 1. Versuch:

Die Kraft  $\vec{F}$  wird in Abhängigkeit des Leiterstroms  $I$  bestimmt. Die Leiterlänge  $\ell$  ist dabei konstant.

I in A	0	2,0	4,0	6,0	8,0	10	
F in mN	0	0,34	0,72	1,03	1,42	1,86	
$\frac{F}{I}$ in $\frac{\text{mN}}{\text{A}}$	-	0,17	0,18	0,17	0,18	0,18	

Der Quotient  $\frac{F}{I}$  ergibt im Rahmen der Messgenauigkeit eine Konstante.

Durch graphische Auswertung im  $I$ - $F$ -Diagramm erhält man eine Ursprungshalbgerade. D.h. es liegt eine direkte Proportionalität vor.

$$F \sim I \quad (1)$$

### 2. Versuch:

Die Kraft  $\vec{F}$  wird in Abhängigkeit der Leiterlänge  $\ell$  bestimmt. Der Leiterstrom  $I$  ist dabei konstant.

$\ell$ in mm	20	40	80	
F in mN	0,44	0,93	1,86	
$\frac{F}{\ell}$ in $\frac{\text{mN}}{\text{m}}$	22	23	23	

Der Quotient  $\frac{F}{\ell}$  ergibt im Rahmen der Messgenauigkeit eine Konstante.

Durch graphische Auswertung im  $\ell$ - $F$ -Diagramm erhält man eine Ursprungshalbgerade. D.h. es liegt eine direkte Proportionalität vor.

$$F \sim \ell \quad (2)$$

Fasst man beide Ergebnisse zusammen, so folgt:

$$F \sim I \cdot \ell \Rightarrow \frac{F}{I \cdot \ell} = \text{konst.}$$

### Definition:

Ein Leiter der Länge  $\ell$ , der senkrecht zu den magnetischen Feldlinien steht und vom Strom  $I$  durchflossen wird, erfährt eine Kraft  $F$ .

Man nennt

$$B = \frac{F}{I \cdot \ell}$$

die magnetische Flussdichte des Feldes.

Die magnetische Flussdichte ist ein Vektor und zeigt in Richtung der magnetischen Feldlinien.

$$[B] = 1 \cdot \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}} = 1 \cdot \text{T} \quad (\text{Tesla})$$

### Einige magnetische Flussdichten:

Erdmagnetfeld bei 50° nördlicher Breite:	$4 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
zugehörige Horizontalkomponente:	$2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$
Hufeisenmagnet (homogenes Feld):	0,02T
Magnetfeld von Sonnenflecken:	1T
Rekord für supraleitenden Elektromagneten im Dauerbetrieb:	20T

Das oben gefundene Ergebnis setzt voraus, dass der stromdurchflossene Leiter und die magnetischen Feldlinien im rechten Winkel zueinander stehen.

In einem weiteren Versuch kann man nämlich zeigen, dass der Leiter keine Kraftwirkung erfährt, wenn die Stromrichtung und die Richtung der magnetischen Feldlinien parallel gerichtet sind.

### Magnetfeldrichtung und Stromrichtung schließen einen Winkel $\rho$ ein

Lässt man nun einen beliebigen Winkel zwischen der Stromrichtung und der Feldrichtung zu, so kommt man zu folgender Verallgemeinerung:

Der Strom  $I$  schließt mit den magnetischen Feldlinien den Winkel  $\rho$  ein. Der Vektor der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$  lässt sich in zwei Komponenten  $\vec{B}_p$  und  $\vec{B}_s$  zerlegen. In Richtung der Komponente  $\vec{B}_p$  erfährt der Leiter keine Kraft.

Lediglich für die Komponente  $\vec{B}_s$  erhält man eine Kraft (aus der Zeichenebene heraus!).

Für die Komponente  $\vec{B}_s$  erhält man aus der Zeichnung:

$$\sin \rho = \frac{B_s}{B} \quad \Rightarrow \quad B_s = B \cdot \sin \rho$$

Für den Betrag der Kraft auf den Leiter folgt somit:

$$F = I \cdot \ell \cdot B_s = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin \rho$$

Diese Gleichung gibt den Betrag der Kraft auf den stromdurchflossenen Leiter richtig an. Um die Richtung zu erhalten macht man nun eine kleine mathematische Überlegung:

Das Vektorprodukt zweier Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  ergibt ebenfalls einen Vektor:

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

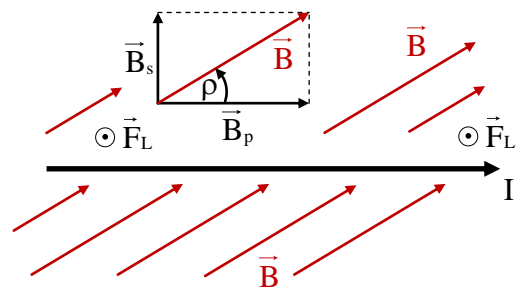
Dieser Vektor steht senkrecht auf der Ebene, die von den beiden Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  aufgespannt wird. Für den Betrag gilt allgemein:

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \rho \quad \rho = \sphericalangle(\vec{a}; \vec{b})$$

Wendet man diese Zusammenhänge auf unser Problem an und berücksichtigt die U-V-W-Regel, so erhält man schließlich folgenden Zusammenhang:

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{\ell} \times \vec{B})$$

Der Vektor  $\vec{\ell}$  zeigt dabei in die technische Stromrichtung, seine Länge ist gleich der Leiterlänge  $\ell$ .



## 12.7 Der magnetische Fluss

Der magnetische Fluss  $\Phi$  eines homogenen Magnetfeldes  $\vec{B}$  durch ein ebenes Flächenstück  $A$ , das die Feldlinien senkrecht schneidet, ist dem Betrage nach gleich dem Produkt aus dem Flächeninhalt  $A$  und dem Betrag der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$ .

$$\Phi = B \cdot A$$

Ordnet man der Fläche  $A$  einen Vektor  $\vec{A}$  zu, der auf ihr senkrecht steht, so sind zwei Fälle möglich:

1. Fall: Die Vektoren  $\vec{A}$  und  $\vec{B}$  sind gleich gerichtet  $\Rightarrow \Phi > 0$
2. Fall: Die Vektoren  $\vec{A}$  und  $\vec{B}$  sind gegengleich gerichtet  $\Rightarrow \Phi < 0$

Allgemein:

$$\Phi = \vec{B} \circ \vec{A}; \quad \Phi = B \cdot A \cdot \cos \rho \quad \rho = \sphericalangle(\vec{A}; \vec{B})$$

$$[\Phi] = 1 \cdot \text{T} \cdot \text{m}^2 = 1 \cdot \text{V} \cdot \text{s} = 1 \cdot \text{Wb} \quad (\text{Weber})$$

Vergleiche Skalarprodukt mit dem Vektorprodukt:

Aufgabe:

Ein rechteckiger stromdurchflossener Leiterraum der Breite  $\ell = 5,0 \text{ cm}$  taucht senkrecht zu den Feldlinien in das homogene Magnetfeld einer stromdurchflossenen Feldspule ein. Die Stromstärke im Leiterraum beträgt  $I = 8,70 \text{ A}$ .

- a) Wie groß ist die magnetische Flussdichte  $B$  im Inneren der Feldspule, wenn der Leiterraum mit einer Kraft von  $F = 13 \text{ mN}$  in das Magnetfeld gezogen wird?

$$B = \frac{F}{I \cdot \ell} = \dots \approx 30 \text{ mT}$$

- b) Mit welcher Kraft wird der Leiterraum von a) in das Innere der Feldspule bei einer Flussdichte von  $B = 45 \text{ mT}$  hineingezogen, wenn der Winkel zwischen Leiterraum und Magnetfeldlinien  $\rho = 75^\circ$  beträgt?

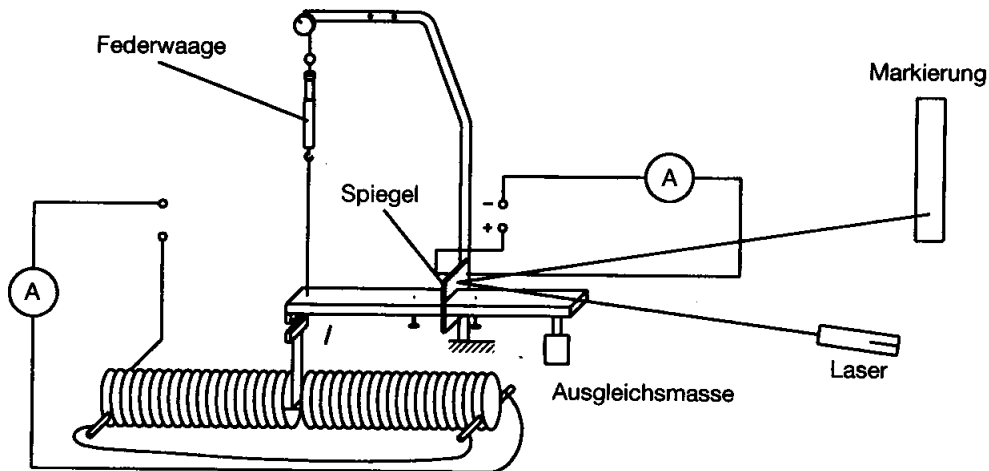
$$F = I \cdot \ell \cdot B_s = I \cdot \ell \cdot B \cdot \sin \rho = \dots \approx 19 \text{ mN}$$

## ALT:

### Versuch:

Wir messen die Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld einer leeren Spule (Luftspule) mit Hilfe einer Stromwaage.

### Versuchsaufbau:



Eine Leiterschleife, die sich an einem Ende eines horizontal ausgerichteten Waagebalkens befindet, taucht in eine langgestreckte stromdurchflossene Spule ein. Die Spule wird von einem konstanten Spulenstrom  $I_{sp}$  durchflossen, so dass sich im Inneren der Spule ein homogenes Magnetfeld aufbaut. Die Gleichgewichtslage des Waagebalkens wird nun mit Hilfe des am Spiegel reflektierten Laserstrahl am Maßstab festgehalten (Das Kraftmessgerät zeigt keine Kraft an). Lässt man nun durch die Leiterschleife einen Strom konstanter Stromstärke fließen, dann wird bei richtiger Polung die Leiterschleife in das Magnetfeld der stromdurchflossenen Spule hineingezogen. Die linke Seite des Waagebalkens neigt sich nach unten, der reflektierte Laserstrahl wandert nach oben. Verkürzt man den Aufhängefaden des Kraftmessgerätes, so kann die ursprüngliche Gleichgewichtslage wieder eingestellt werden. Der reflektierte Laserstrahl befindet sich wieder an der markierten Stelle am Maßstab. Am Kraftmessgerät kann nun die Kraft, die eine stromdurchflossene Leiterschleife im homogenen Magnetfeld erfährt, abgelesen werden.