

11.22 Bewegung eines geladenen Teilchens längs eines homogenen elektrischen Feldes

Wir betrachten ein Elektron, das sich an der negativen Platte eines Plattenkondensators befindet. Durch die Feldkraft \vec{F} erfährt das Elektron wegen seiner negativen Ladung eine Beschleunigung parallel zu den Feldlinien in Richtung der positiven Platte; also ist $\vec{F} = -e \cdot \vec{E}$.

Für den Betrag a der Beschleunigung erhält man:

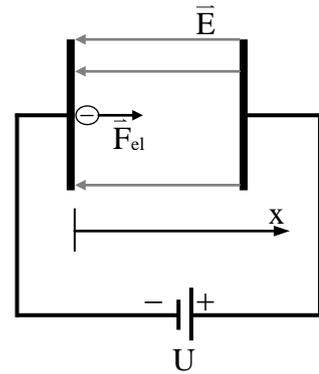
$$F_{\text{Beschl}} = F_{\text{el}}$$

$$m \cdot a = eE$$

$$m \cdot a = e \cdot \frac{U}{d}$$

$$a = \frac{e}{m} \cdot \frac{U}{d}$$

Beschleunigung eines Elektrons im elektrischen Längsfeld



Die Elektronen unterliegen auch der Gravitationskraft. Da diese gegenüber der elektrischen Kraft aber außerordentlich klein ist, werden die Elektronen durch die Gravitationskraft nicht aus ihrer geraden Bahn abgelenkt.

Die Gleichung für die Beschleunigung a enthält den Quotienten $\frac{e}{m}$, den man als spezifische Ladung des Elektrons bezeichnet.

Da es nicht gelingt die Beschleunigung a des Elektrons aus Messungen zu gewinnen, kann an dieser Stelle die spezifische Ladung $\frac{e}{m}$ nicht experimentell bestimmt werden. Dies gelingt erst später bei der Behandlung des magnetischen Feldes (Fadenstrahlrohr).

Das Elektron wird in einem Längsfeld durch die Spannung U beschleunigt. Hat es das Längsfeld durchflogen, dann sagt man auch, das Elektron hat die Spannung U durchlaufen.

Die Geschwindigkeit, die das ursprünglich ruhende Elektron nach durchlaufen der Spannung U erreicht (Geschwindigkeit, mit der es auf die positive Kondensatorplatte auftrifft), erhält man aus der 3. Bewegungsgleichung:

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad \Rightarrow \quad v^2 = 2ax = 2ad = 2 \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{U}{d} \cdot d = 2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U$$

$$\Rightarrow \quad v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U} \quad \text{Geschwindigkeit eines ursprünglich ruhenden Elektrons nach Durchlaufen der Spannung } U$$

Bemerkenswert ist, dass die Geschwindigkeit v nicht vom Plattenabstand d abhängt.

Quadriert man obige Gleichung und formt sie etwas um, so folgt:

$$v = \sqrt{2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U}$$

$$v^2 = 2 \cdot \frac{e}{m} \cdot U$$

$$\frac{1}{2} mv^2 = eU \quad \text{Kinetische Energie eines ursprünglich ruhenden Elektrons nach Durchlaufen der Spannung } U$$

Diese Gleichung ist der Energieerhaltungssatz für den besprochenen Fall.

Auf der linken Seite der Gleichung steht die kinetische Energie des Elektrons nach Durchlaufen der Spannung U . Auf der rechten Seite steht die potentielle Energie, die das

Elektron vor dem Durchlaufen der Spannung hatte (bzw. die vom elektrischen Feld verrichtete Verschiebearbeit), denn es gilt:

$$E_p = |Q|Es = e \frac{U}{d} d = eU = W_{12}$$

Das Elektron, das die potentielle Energie eU hatte, wurde durch die Feldkraft beschleunigt und bekam die kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$.

In der Atomphysik wird die Energie eines Teilchens häufig in der Einheit Elektronenvolt (eV) angegeben; das ist die Energie, die der Träger einer Elementarladung erhält, wenn er aus der Ruhe die Spannung 1 V durchläuft.

$$1\text{eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ CV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Aufgabe:

1. Welche Spannung beschleunigt Elektronen aus der Ruhe auf 10% der Lichtgeschwindigkeit? Welche kinetische Energie (in eV) haben die Elektronen nach der Beschleunigung?

Werden Elektronen aus der Ruhe durch Spannungen größer als 3 kV beschleunigt, dann sind bei einem Genauigkeitsanspruch von zwei geltenden Ziffern relativistische Korrekturen notwendig. (**nicht bei uns im LP**)

Hat ein Elektron schon die Anfangsgeschwindigkeit v_0 , so gewinnt oder verliert es beim Durchlaufen der Spannung U die kinetische Energie eU .

Wenn das Elektron kinetische Energie gewinnt gilt:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = eU$$

Es lässt sich zeigen:

Auch wenn das Feld nicht homogen ist, gewinnt oder verliert ein Elektron beim Durchlaufen der Spannung U die kinetische Energie eU .

Aufgaben:

- 2.0 Ein Elektron mit $v_0 = 1,0 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ soll durch ein homogenes elektrisches Längsfeld abgebremst werden.
 - 2.1 Wie müssen Feldrichtung und Bewegungsrichtung zueinander orientiert sein?
 - 2.2 Wie stark ist das Feld, wenn das Elektron nach einer Flugstrecke von 10cm im Feld seine Bewegungsrichtung umkehrt?
3. Geladene Teilchen sollen in einem homogenen elektrischen Feld aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit v beschleunigt werden. In welchem Verhältnis stehen die Beschleunigungsspannungen für ein Proton und ein Elektron, wenn beide Teilchen gleiche Geschwindigkeit erreichen sollen?