

## 11.16 Schaltung von Kondensatoren

1.0 Gegeben sind drei Kondensatoren mit den Kapazitäten  $C_1 = 8,16 \text{ nF}$ ,  $C_2 = 5,44 \text{ nF}$  und  $C_3 = 1,36 \text{ nF}$ .

1.1 Wie muss man die drei Kondensatoren schalten um 1. die größte, 2. die kleinste Kapazität zu erhalten? Wie groß sind diese Kapazitäten?

Die größte Kapazität erhält man, wenn man die drei Kondensatoren parallel schaltet. Somit gilt für die Gesamtkapazität dieser Schaltung:

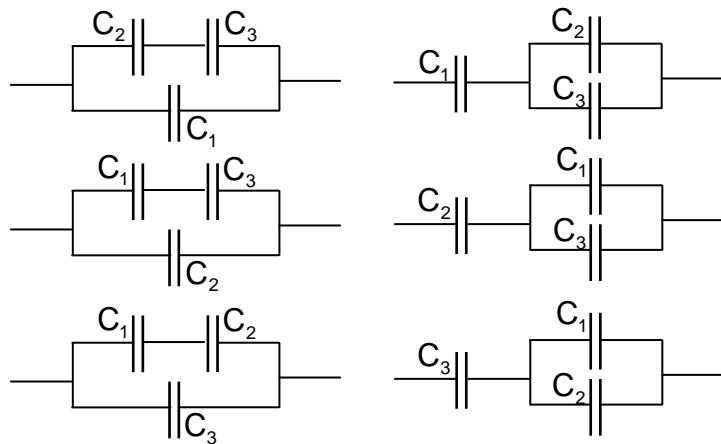
$$C_{\text{Ges}} = C_1 + C_2 + C_3 = \dots = 14,96 \text{ nF}$$

Die kleinste Kapazität erhält man, wenn die drei Kondensatoren in Reihe schaltet. Dann folgt für die Gesamtkapazität dieser Schaltung:

$$\frac{1}{C_{\text{Ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \Rightarrow C_{\text{Ges}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}} = \dots = 0,96 \text{ nF}$$

1.2 Wie viele unterschiedliche Kapazitäten lassen sich aus diesen drei Kondensatoren herstellen, wenn für eine Schaltung immer alle drei Kondensatoren verwendet werden und diese parallel und/oder in Reihe geschaltet werden?

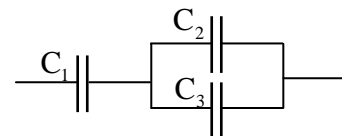
Es gibt insgesamt 8 verschiedene Möglichkeiten die drei Kondensatoren zu verschalten und somit lassen sich 8 verschiedene Kapazitäten bilden.



1.3 Berechnen Sie für folgende Schaltung die Gesamtkapazität!

$$C_{23} = C_2 + C_3 = \dots = 6,8 \text{ nF}$$

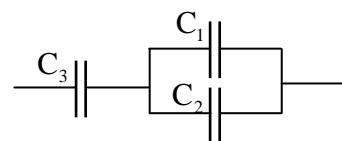
$$\frac{1}{C_{\text{Ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} \Rightarrow C_{\text{Ges}} = \frac{C_1 \cdot C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \dots \approx 3,71 \text{ nF}$$



1.4 Für einen Versuch wird ein Kondensator der Kapazität  $C = 1,20 \text{ nF} \pm 5\%$  benötigt. Wie schaltet man die drei Kondensatoren, um die gewünschte Kapazität zu bekommen? Wie groß ist diese Kapazität?

$$C_{12} = C_1 + C_2 = \dots = 13,6 \text{ nF}$$

$$\frac{1}{C_{\text{Ges}}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{12}} \Rightarrow C_{\text{Ges}} = \frac{C_3 \cdot C_{12}}{C_3 + C_{12}} = \dots \approx 1,24 \text{ nF}$$



### 11.17 Energieinhalt eines Kondensatorfeldes (homogenes Feld)

2.1 Welche Energie speichert der Kondensator eines Elektronenblitzgerätes bei  $U = 600 \text{ V}$  und  $C = 80 \mu\text{F}$ ?

$$E_{\text{el}} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot (600 \text{ V})^2 = 14,4 \text{ J}$$

2.2 Wie groß ist die mittlere Lichtleistung in Watt, wenn die Lampe mit dieser Energie eine Zeit von  $t = \frac{1}{500} \text{ s}$  lange brennt und ca. 15% der Energie in Licht verwandelt werden?

$$P = 0,15 \cdot \frac{W}{t} = 0,15 \cdot \frac{14,4 \text{ J}}{0,002 \text{ s}} = 1,08 \text{ kW}$$

3.0 Zwei Aluminiumfolien der Länge  $\ell = 3,0 \text{ m}$  und der Breite  $b = 5,0 \text{ cm}$  werden durch Wachspapier der Dicke  $d = 50 \mu\text{m}$  gegeneinander isoliert und zu einem Blockkondensator aufgewickelt. Dabei werden beide Seiten jeder Folie wirksam.

3.1 Berechnen Sie die Kapazität dieses Kondensator, wenn die relative Dielektrizitätskonstante des Wachspapiers  $\epsilon_r = 2,4$  ist?

$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 2,4 \cdot \frac{2 \cdot 0,05 \text{ m} \cdot 3,0 \text{ m}}{0,00005 \text{ m}} = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ F}$$

3.2 Welche Ladung und welche Energie speichert der Kondensator bei einer Spannung von  $U = 200 \text{ V}$ ?

$$Q = C \cdot U = 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ F} \cdot 200 \text{ V} = 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$
$$E_{\text{el}} = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \cdot 1,3 \cdot 10^{-7} \text{ F} \cdot (200 \text{ V})^2 = 2,6 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

### 11.18 Energieänderung des Kondensatorfeldes beim Plattenkondensator durch Verschieben der Platten; Kraft zwischen den Platten

4.0 An einem Plattenkondensator mit einer Plattenfläche von  $A = 0,90 \text{ m}^2$  und einem Plattenabstand  $d_1 = 2,00 \text{ mm}$  wird eine Spannung von  $U = 480 \text{ V}$  angelegt. Dielektrikum ist Luft. Danach werden die Platten von der Spannungsquelle getrennt.

4.1 Wie groß ist die aufgenommene Ladung?

$$Q = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} U = 1,91 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$

4.2 Mit welcher Kraft ziehen sich die Platten gegenseitig an?

$$F_{\text{el}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 A \frac{U^2}{d_1^2} = 0,23 \text{ N}$$

4.3 Wie groß ist die im Kondensator gespeicherte Energie  $E_1$  beim Abstand  $d_1$ ?

$$E_1 = \frac{1}{2} CU^2 = 4,59 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

4.4 Anschließend zieht man die Platten auf den größeren Abstand  $d_2 = 4,00\text{ mm}$  auseinander. Welche Arbeit ist dazu erforderlich?

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 - \frac{1}{2} C_1 U_1^2 \stackrel{E=\text{konst}}{=} \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 \frac{A}{d_2} \cdot E^2 d_2^2 - \epsilon_0 \frac{A}{d_1} \cdot E^2 d_1^2 \right)$$

$$\Delta W = \frac{1}{2} \epsilon_0 A \cdot E^2 (d_2 - d_1) = \frac{1}{2} \epsilon_0 A \cdot \left( \frac{U}{d_1} \right)^2 (d_2 - d_1) = \dots = 4,59 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

4.5 Wie groß ist jetzt die Kraft zwischen den beiden Platten? Stelle  $F$  in Abhängigkeit von  $d$  graphisch dar (ohne Maßstab)!

$$F_{\text{el.}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 A \frac{U^2}{d^2} = \frac{1}{2} \epsilon_0 A E^2 = \dots = 0,23 \text{ N} \quad (\text{da } E = \text{konst.})$$

4.6 Beim Plattenabstand  $d_2$  werden die beiden Platten leitend miteinander verbunden. Berechne die elektrische Energie, die dabei in Wärmeenergie umgesetzt wird!

$$E_{\text{el}} = E_1 + \Delta W = \dots = 9,2 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

5.0 Der Plattenkondensator von Aufgabe 4.0 bleibt nach dem Anlegen der Spannung ( $U = 480\text{ V}$ ) mit der Spannungsquelle verbunden:

5.1 Welche Änderung der Feldenergie ergibt sich, wenn man die Platten von Abstand  $d_1 = 2,00\text{ mm}$  auf den Abstand  $d_2 = 4,00\text{ mm}$  auseinanderzieht?

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 - \frac{1}{2} C_1 U_1^2 \stackrel{U_1=U_2=U=\text{konst}}{=} \frac{1}{2} U^2 (C_2 - C_1) = \frac{1}{2} U^2 \left( \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d_2} - \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d_1} \right)$$

$$\Delta W = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r A \cdot U^2 \left( \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) = \dots = -2,30 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

5.2 Wie groß ist jetzt der Energieinhalt des Kondensators beim Abstand  $d_2 = 4,00\text{ mm}$ ? Vergleiche mit dem Energieinhalt bei  $d_1 = 2,00\text{ mm}$ !

$$E_2 = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d_2} \cdot U_2^2 = \dots = 2,30 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$E_1 = \frac{1}{2} C_1 U_1^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \frac{A}{d_1} \cdot U_1^2 = \dots = 4,59 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

5.3 Wohin geht die elektrische Energie, um die der Energieinhalt des Kondensators abnimmt, und die mechanische Energie, die für das Trennen der Platten aufgewendet wurde?

Die Energie wird über die Spannungsquelle an das öffentliche Netz abgegeben.

5.4 Wie groß ist jetzt die Kraft zwischen den Platten bei  $d_2 = 4,00\text{ mm}$ ? Stelle  $F$  in Abhängigkeit von  $d$  graphisch dar (ohne Maßstab)!

$$\Delta W = F \cdot \Delta s \Rightarrow F = \frac{\Delta W}{\Delta s} = \frac{\Delta E}{\Delta s} = \stackrel{\Delta s \rightarrow 0}{=} \frac{dE}{ds}$$

$$E = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{s} U^2 \Rightarrow F = \frac{dE}{ds} = -\frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{s^2} U^2$$

Da die Richtung der Kraft hier nicht interessiert sondern nur der Betrag folgt:

$$F = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{s^2} U^2 = \dots = 0,57 \text{ N}$$

