

AP 2007 II Lösung

2.1 Für die Kapazität C_1 gilt:

$$C_1 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{d_1} = \epsilon_0 \cdot \frac{\ell^2}{d_1} = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot \frac{(0,32 \text{ m})^2}{2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}$$

Für die Ladung Q_1 folgt:

$$Q_1 = C_1 \cdot U_1 = 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ F} \cdot 40 \text{ V} = 1,8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$$

2.2 Es gilt: $Q = C \cdot U \Rightarrow U = \frac{Q}{C}$ (3)

Für die Änderung des Energieinhalts des elektrischen Feldes im Kondensator gilt:

$$\Delta W_{\text{el}} = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 - \frac{1}{2} C_1 U_1^2 \stackrel{(3)}{=} \frac{1}{2} \cdot C_2 \cdot \left(\frac{Q_2}{C_2} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot C_1 \cdot \left(\frac{Q_1}{C_1} \right)^2 \stackrel{Q_1=Q_2}{=} \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_1^2}{C_2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_1^2}{C_1}$$

$$\Delta W_{\text{el}} = \frac{Q_1^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_1} \right) = \frac{Q_1^2}{2} \cdot \left(\frac{d_2}{\epsilon_0 \cdot \ell^2} - \frac{d_1}{\epsilon_0 \cdot \ell^2} \right) = \frac{Q_1^2}{2 \cdot \epsilon_0 \cdot \ell^2} \cdot (d_2 - d_1) \quad \text{Di}$$

$$\Delta W_{\text{el}} = \frac{(1,8 \cdot 10^{-8} \text{ C})^2}{2 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot (0,32 \text{ m})^2} \cdot (3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} - 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}) = 2,7 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

e Zunahme des Energieinhalts des elektrischen Feldes entspricht der mechanischen Arbeit, die beim Auseinanderziehen der Platten gegen die Anziehungskräfte der ungleichnamig geladenen Platten verrichtet wird.

2.3.1 Werden die beiden Platten parallel geschaltet, so bleibt die Gesamtladung erhalten. Also gilt:

$$Q_1 = Q_{\text{Ges}}^* = C_{\text{Ges}}^* \cdot U^* = (C_1 + C_p) \cdot U^* \Rightarrow U^* = \frac{Q_1}{C_1 + C_p}$$

$$U^* = \frac{1,8 \cdot 10^{-8} \text{ V}}{4,5 \cdot 10^{-10} \text{ F} + 7,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}} = 15 \text{ V}$$

2.3.2 Nach dem Trennen tragen die beiden Kondensatoren die Ladungen

$$Q_1^* = C_1 \cdot U^* \quad \text{und} \quad Q_2^* = C_p \cdot U^*$$

Wird nun die positive Platte des einen Kondensators mit der negativen Platte des anderen Kondensators verbunden, so findet ein teilweiser Ladungsaustausch statt. Für die Gesamtladung Q^{**} gilt dann:

$$Q^{**} = Q_2^* - Q_1^*$$

Für die Spannung U^{**} zwischen den Platten folgt:

$$U^{**} = \frac{Q^{**}}{C_{\text{Ges}}} = \frac{Q_2^* - Q_1^*}{C_{\text{Ges}}} = \frac{C_p \cdot U^* - C_1 \cdot U^*}{C_p + C_1} = \frac{C_p - C_1}{C_p + C_1} \cdot U^*$$

$$U^{**} = \frac{7,5 \cdot 10^{-10} \text{ F} - 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}}{7,5 \cdot 10^{-10} \text{ F} + 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ F}} \cdot 15 \text{ V} = 3,75 \text{ V} \approx 3,8 \text{ V}$$