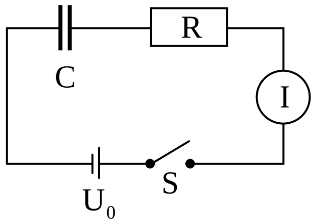
2006 Aufgabe 3 Lösung

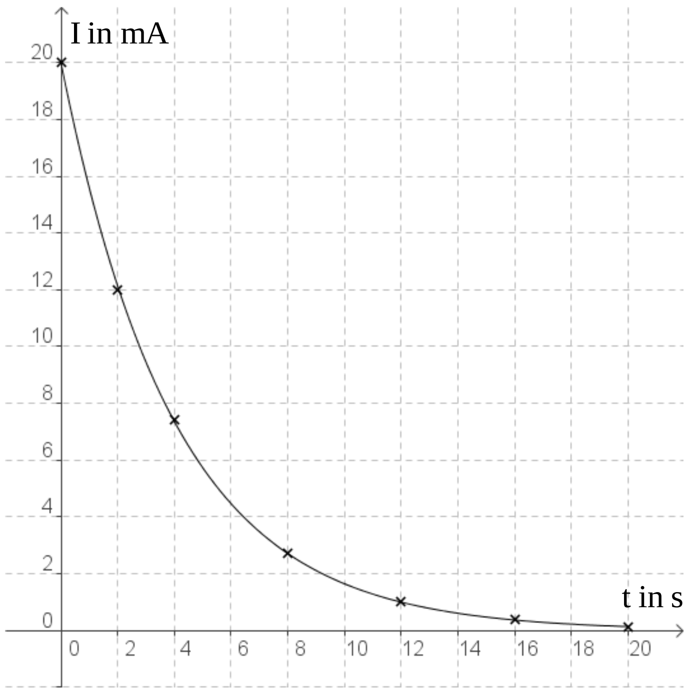
2.1 Schaltskizze:



Zusätzlich ist noch ein Uhr nötig um die Zeit zu messen.

2.2 Zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,s$ trägt der Kondensator noch keine Ladung. Somit fließt die gesamte Stromstärke durch den Wiederstand R. Somit folgt für die Aufladestromstärke I_0:

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{2{,}00 \cdot 10^3\,V}{100 \cdot 10^3\,\Omega} = \underline{\underline{20{,}0\,mA}}$$



2.3 Im Stromkreis gilt für die Spannungsabfälle: $U_0 = U_C(t) + U_R(t)$

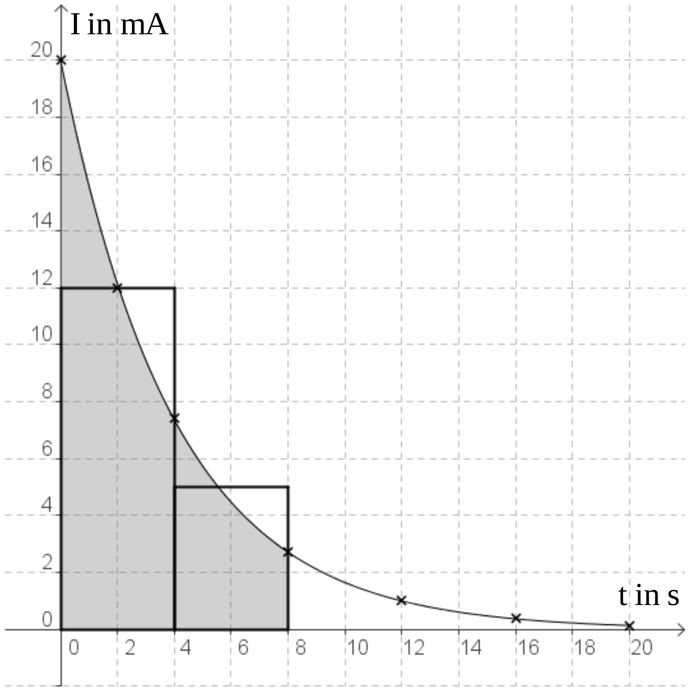
Hieraus folgt: $U_C(t) = U_0 - U_R(t)$

Zum Zeitpunkt $t_1 = 8{,}0\,s$ liegt dann die Spannung

$U_C(t_1) = U_0 - U_R(t_1) = U_0 - R \cdot I_R(t_1)$ am Kondensator an. Also:

$$U_C(8{,}0\,s) = 2{,}00 \cdot 10^3\,V - 100 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 2{,}7 \cdot 10^{-3}\,A = \underline{\underline{1{,}73 \cdot 10^3\,V}}$$

2.4 Die Ladungsmenge Q entspricht der Fläche im $t-I-$Diagram. Die graue Fläche ist somit ein Maß für die bis zum Zeitpunkt t_1 geflossene Ladungsmenge Q.
Da der Funktionsterm nicht bekannt ist, muss die Fläche näherungsweise berechnet werden. Dazu zeichnet man Quadrate (oder auch Dreiecke oder Trapeze) so ein, dass „wegfallende" Teilflächen durch „überstehende" Teilflächen ersetzt werden.



Für die Ladungsmenge Q erhält man somit:
$Q = 4,0\,s \cdot 12 \cdot 10^{-3}\,A + 4,0\,s \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,A = 68 \cdot 10^{-3}\,C = 68\,mC$

2.5 Für den Plattenkondensator gilt:
$$Q(t_1) = C \cdot U_C(t_1) \;\Rightarrow\; C = \frac{Q(t_1)}{U_C(t_1)} = \frac{68 \cdot 10^{-3}\,C}{1,73 \cdot 10^3\,V} = 39 \cdot 10^{-6}\,F = \underline{\underline{39\,\mu F}}$$

3.1 Für die Ladungsmenge Q gilt:
$$Q = C_0 \cdot U_0 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} \cdot U_0$$
$$Q = 8,854 \cdot 10^{-12}\,\tfrac{As}{Vm} \cdot 1,0 \cdot \frac{720 \cdot 10^{-4}\,m^2}{8,0 \cdot 10^{-3}\,m} \cdot 2,00 \cdot 10^3\,V = \underline{\underline{1,6 \cdot 10^{-7}\,C}}$$
Somit folgt dann für den Energieinhalt W_{el}:
$$W_{el} = \tfrac{1}{2} \cdot Q \cdot U_0 = \tfrac{1}{2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-7}\,C \cdot 2,00 \cdot 10^3\,V = \underline{\underline{1,6 \cdot 10^{-4}\,J}}$$

3.2.1 Da $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$, erhöht sich beim Einschieben der Kunststoffplatte die Kapazität C des Kondensators.
Der Kondensator bleibt an der Spannungsquelle angeschlossen (U ist somit konstant). Somit fließen nach $Q = C \cdot U$ Ladungen aus der Spannungsquelle auf den Kondensator, es fließt ein Ladestrom.

3.2.2 $$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_2 - Q_1}{\Delta t} = \frac{C_2 \cdot U - C_1 \cdot U}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} \cdot U - \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U}{\Delta t} = \frac{(\varepsilon_r - 1) \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U}{\Delta t}$$
$$\bar{I} = \frac{(5,4-1) \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm} \cdot \frac{720 \cdot 10^{-4}\,m^2}{8,0 \cdot 10^{-3}\,m} \cdot 2,00 \cdot 10^3\,V}{5,0\,s} = \underline{\underline{1,4 \cdot 10^{-7}\,A}}$$