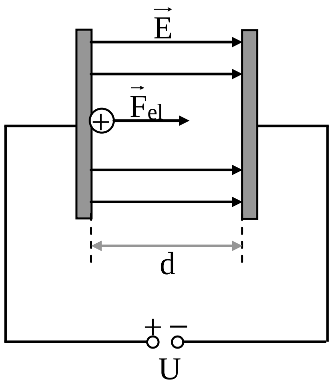
11.14 Zusammenhang von elektrischer Feldstärke und Spannung eines Plattenkondensators



An die positive Platte eins Kondensators, der mit einer Stromquelle der Spannung U verbunden ist, wird ein zunächst elektrisch neutrales Teilchen gebracht. Das Teilchen nimmt beim Berühren der Platte die positive Ladung q auf. Die Feldkraft $\vec{F}$ beschleunigt dann dieses Teilchen zur negativen Platte, wo es die Ladung q an diese Platte und damit an die Stromquelle abgibt. Im Stromkreis ist damit die Ladung q geflossen.
Wird die Ladung q aufgrund der Spannung U vom Pluspol zum Minuspol transportiert, dann wird die elektrische Arbeit

$$W_{12} = U_{12} \cdot q = U \cdot q \quad \left(\text{da } U_{12} = \tfrac{W_{12}}{q} = U\right)$$

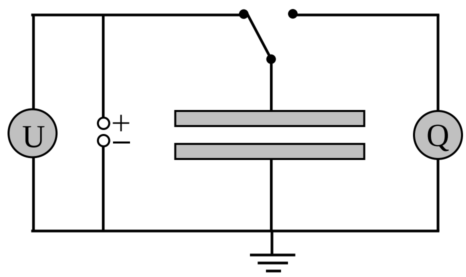
verrichtet.
Diese Arbeit ist aber gleich der vom Feld verrichteten Arbeit $W_{12} = F_{el} \cdot d = qEd$.
Setzt man beide gleich, so folgt:

$$qEd = Uq$$

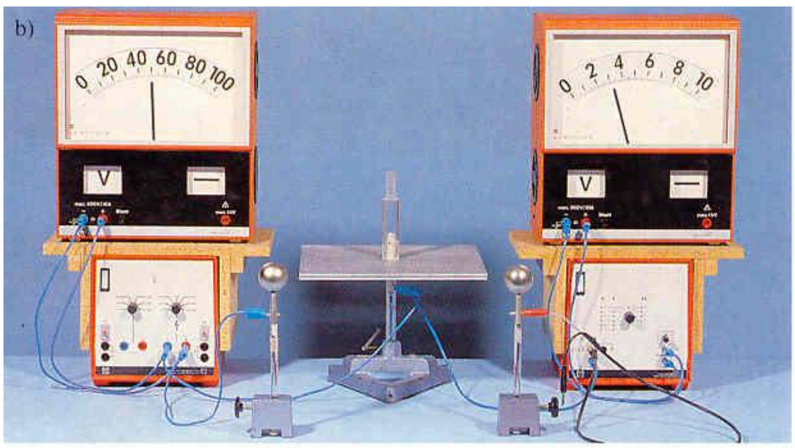
$$\boxed{E = \frac{U}{d}}$$ Elektrische Feldstärke im homogenen Feld eines Plattenkondensators

Damit lässt sich für das homogene Feld eines Plattenkondensators der Betrag E der elektrischen Feldstärke aus der angelegten Spannung U und dem Plattenabstand d berechnen.

11.15 Kapazität eines Kondensators



Wir legen in einem Versuch Gleichspannung U an einen Kondensator. Die am Minuspol angeschlossene Platte wird geerdet, wodurch erreicht wird, dass die gesamte Kondensatorladung auf der positiven Platte sitzt.
Trennt man nun den Kondensator von der Stromquelle und entlädt sie über ein Ladungsmessgerät (MV), so kann die Ladungsmenge Q der positiven Platte ermittelt werden.



Durch Variation der angelegten Spannung ergeben sich folgende Werte (der Plattenabstand $d = 0,5\,\text{mm}$ ist bei allen Messungen konstant):

U in V	30	40	50	60
Q in 10^{-8}C	4,6	6,2	8,0	9,8

Tragen Sie obige Messwerte in ein $U - Q - \text{Diagramm}$ ein. Was folgern Sie daraus?
Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit liegen die Messwerte auf einer Ursprungshalbgeraden, somit folgt: $Q \sim U$, also $\frac{Q}{U} = \text{konstant}$.
Diese Konstante charakterisiert das Speichervermögen des benutzten Kondensators für elektrische Ladungen und wird deshalb **Kapazität** C genannt. Je größer sie ist, umso mehr Ladungen kann man bei gleicher Spannung auf den Kondensator bringen.

$$\boxed{C = \frac{Q}{U}} \qquad \text{Definition der Kapazität}$$

$[C] = 1\tfrac{C}{V} = 1\tfrac{As}{V} = 1F\,(1\,\text{Farad})$
Diese Einheit wird zu Ehren von Michael Faraday (1791-1867), engl. Physiker und Chemiker, so genannt.

Da die Einheit $1F$ sehr groß ist, verwendet man bei technischen Kondensatoren meist kleinere Einheiten.

$$1\,\text{Mikrofarad} = 1\mu F = 1 \cdot 10^{-6} F$$
$$1\,\text{Nanofarad} = 1nF = 1 \cdot 10^{-9} F$$
$$1\,\text{Pikofarad} = 1pF = 1 \cdot 10^{-12} F$$

Von welchen „geometrischen“ Größen die Kapazität abhängt wollen wir nun untersuchen.

Zusammenhang zwischen Kapazität und Plattenfläche
Es ist naheliegend, dass die von einem Kondensator aufgenommene Ladung bei konstanter Spannung und konstantem Plattenabstand direkt proportional zu seiner wirksamen Plattenfläche A ist:

$$Q \sim A$$

Man kann sich experimentell von der Gültigkeit dieser Überlegung überzeugen: Verdoppelt man die wirksame Plattenfläche verdoppelt sich auch die Ladung, falls man die angelegte Spannung und den Plattenabstand konstant lässt.
Aus $Q \sim A$ folgt mit $C = \frac{Q}{U}$ bei konstantem U:

$$C \sim A \qquad (1)$$

Zusammenhang zwischen Kapazität und Plattenabstand
Versuch: Man legt an einen Kondensator eine konstante Spannung $U = 80\,V$ und misst die auf den Kondensator fließende Ladung bei verschiedenen Abständen d der Kondensatorplatten (Plattenfläche bleibt ebenfalls konstant).

Dabei erhält man folgende Messergebnisse:

d in mm	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Q in 10^{-8} As	6,6	4,7	3,6	2,9	2,4
$C = \frac{Q}{U}$ in 10^{-10} F	8,3	5,9	4,5	3,6	3,0
$\frac{1}{d}$ in $\frac{1}{mm}$	1,0	0,67	0,50	0,40	0,33

Tragen Sie die Messwerte in ein $\frac{1}{d} - C - \text{Diagramm}$ ein. Was folgern Sie daraus?

Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit gilt:

$$C \sim \frac{1}{d} \qquad (2)$$

und somit $C \cdot d = \text{konstant}$
(Die leichte Zunahme des Produkts liegt vermutlich am zunehmenden Streufeld an den Rändern der Platten; dadurch erhöht sich die Kapazität des Kondensators etwas.)

Folgerung:

$$\left.\begin{array}{ll} (1) & C \sim A \\ (2) & C \sim \frac{1}{d} \end{array}\right\} \Rightarrow C \sim \frac{A}{d} \Rightarrow C = k \cdot \frac{A}{d}$$

Die Proportionalitätskonstante k lässt sich aus den Messwerten berechnen, wenn man noch die Plattenfläche A bestimmt.
Es folgt:

$$k = ... = \varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \, \frac{As}{Vm}$$

Die Proportionalitätskonstante k hängt nicht vom verwendeten Kondensator ab; sie ist die bereits beim Coulomb-Gesetz vorkommende <u>elektrische Feldkonstante</u> ε_0.

Somit folgt für die Kapazität eines Plattenkondensators.

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}} \qquad \text{Kapazität eines Plattenkondensators}$$

Streng genommen gilt die Konstante ε_0 für die Kapazität eines Plattenkondensators nur für das Vakuum. Durch Luft wird die Kapazität zwischen den Platten aber kaum verändert, wohl aber durch andere Stoffe (Dielektrika).
Bringt man eine Dielektrikum zwischen die Platten eines Plattenkondensators, so erhöht sich dessen Kapazität. Hierfür gilt:

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Der Erhöhungsfaktor ε_r, der vom Dielektrikum abhängt, wird relative Dielektrizitätszahl genannt.
(Dielektrizitätszahlen siehe Formelsammlung Seite 113!)

Aufgabe: Ein Plattenkondensator mit der Fläche $A = 5{,}0\,\text{dm}^2$ und dem Plattenabstand $d = 4{,}0\,\text{cm}$ ist mit einer Stromquelle der Gleichspannung $U = 100\,\text{V}$ verbunden.

a) Berechne die Kapazität des Kondensators, seine Ladung und den Betrag der Feldstärke im homogenen Feld.

b) Wie ändern sich Kapazität, Ladung und Betrag der Feldstärke, wenn der Plattenabstand der n-te Teil des ursprünglichen Abstandes wird und der Kondensator mit der Stromquelle verbunden bleibt.
Die ursprünglichen Größen werden jetzt mit C_0, Q_0 und E_0 bezeichnet, die neuen mit C_1, Q_1 und E_1.

Technische Ausführungen von Kondensatoren

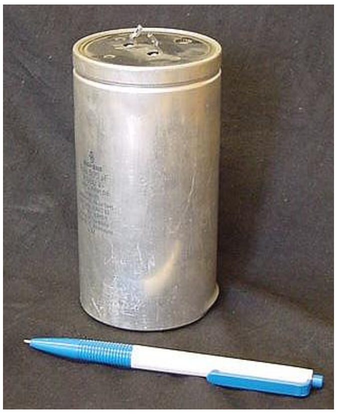
Kondensatoren sind wichtige Bauelemente der Elektrotechnik; sie bestehen wie Plattenkondensatoren im Prinzip immer aus zwei voneinander isolierten Leiterflächen. Zur Erzielung großer Kapazitäten müssen die Leiteroberflächen groß, der Plattenabstand klein und ε_r des verwendeten Dielektrikums möglichst groß sein.

Beispiel:

- Bei Folienkondensatoren bestehen die „Platten" aus Metallfolien; als Dielektrikum werden Papier- oder Kunststofffolien verwendet. Neuerdings benützt man auch eine Kunststofffolie, auf die auf beiden

Seiten Metallschichten aufgedampft werden. Eine Metallschicht erhält einen isolierten Überzug und dann werden die Folien zu Rollen aufgewickelt und in einem kleinen Kunststoffbecher luftdicht vergossen (Kapazitätsbereich: $1\,\text{pF}$ bis $1\,\mu\text{F}$).

- Bei Elektrolytkondensatoren (Elkos) besteht die „positive Platte" aus einer Aluminiumfolie, die mit einer Oxidschicht $\left(Al_2O_3\right)$ als Dielektrikum überzogen ist. Eine Elektrolytflüssigkeit bildet zusammen mit einer weiteren Alufolie die „negative Platte". Um die Oberfläche noch zu vergrößern werden die Folien durch Ätzen aufgeraut.



Zusammen mit einer Isolationsfolie werden die Alufolien aufgewickelt und in einem Alubecher luftdicht verschlossen (Kapazitätsbereich: $1\,\mu\text{F}$ bis $1\,\text{F}$).

- Bei Keramikkondensatoren werden auf Keramik-Hohlzylinder als Dielektrikum außen und innen Metallschichten aufgedampft; die äußere Metallschicht erhält noch einen isolierenden Überzug (Kapazitätsbereich: $10\,\text{pF}$ bis $0{,}5\,\mu\text{F}$).