11.11 Das elektrische Potential ρ

Wie wir im vorigen Abschnitt gesehen haben kann einer Probeladung q in jedem Punkt P eines elektrischen Feldes $\vec{E}$ einer felderzeugenden Ladung Q eindeutig eine potentielle Energie E_{pot} zugeordnet werden. Diese ist abhängig von der Größe der Probeladung q sowie der Wahl des Nullniveaus.
Wie schon bei der elektrischen Feldstärke E kann man auch hier den Quotienten aus der potentiellen Energie E_{pot} und der Probeladung q bilden. Man erhält so eine weitere (skalare) feldbeschreibende Größe, die von der Probeladung q unabhängig ist.

$$\rho = \frac{E_{pot}}{q} = \frac{\frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

falls das Nullniveau im Unendlichen liegt, bzw.

$$\rho = \frac{E_{pot}}{q} = \frac{\frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}\right)$$

falls das Nullniveau auf der Oberfläche der felderzeugenden Ladung mit dem Radius r_0 liegt.
Man nennt ρ das <u>elektrische Potential</u> im Punkt P.

Es gilt: $[\rho] = 1\frac{J}{C} = 1\frac{Nm}{As} = 1\frac{\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot m}{As} = \frac{kg \cdot m^2}{As^3} = 1V\,(\text{Volt})$

Somit lässt sich jedem einzelnen Feldpunkt ein elektrisches Potential zuordnen. Im Vergleich zur elektrischen Feldstärke ist das Potential eine skalare Größe.
Da das Potential jedoch von der Wahl des Nullniveaus abhängt legt man in der Elektrostatik das Nullniveau ins Unendliche. Mit dieser Vereinheitlichung gilt also:

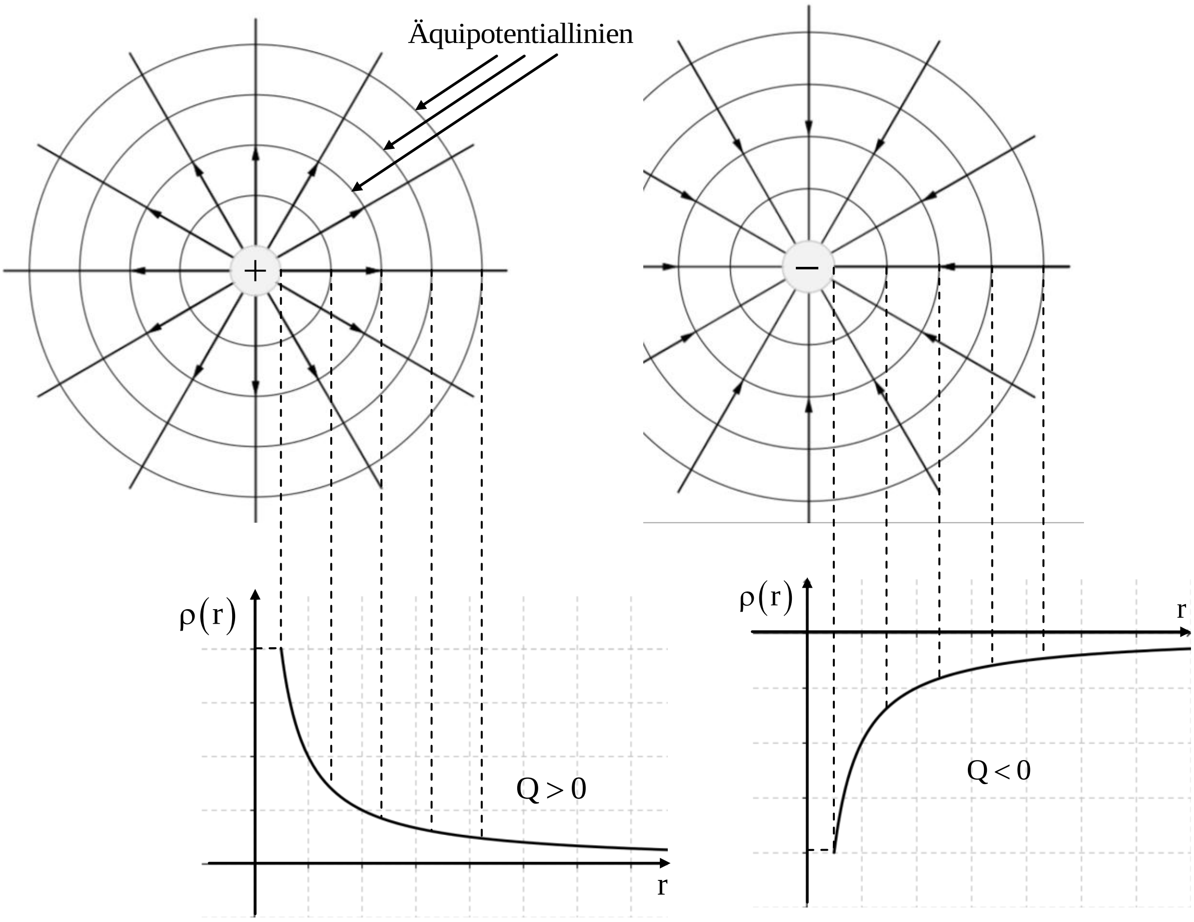
$$\rho(r \to \infty) = 0\,V$$

Dies realisiert man in der Technik dadurch, dass jeder mit der „Erde“ leitend verbundene Punkt das Potential null hat.
Verbindet man alle Punkte eines elektrischen Feldes mit gleichem elektrischem Potential, so erhält man die „Äquipotentiallinien“ bzw. „Äquipotentialflächen“.

Potentialverlauf im radialsymmetrischen elektrischen Feld

Legt man das Nullniveau ins Unendliche, dann gilt:

$$\rho(r) = \frac{E_{pot}(r)}{q} = \frac{\frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r} \quad\Rightarrow\quad \rho(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q}{r}$$



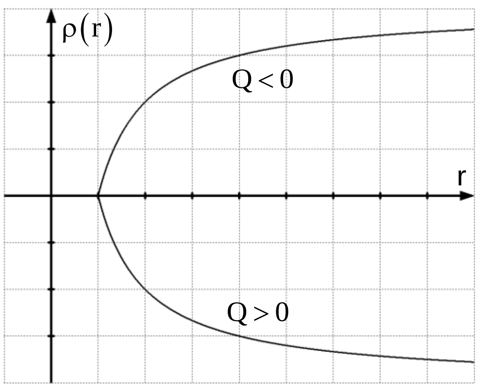
Man zeichnet hier zwar Äquipotentiallinien, aber in Wirklichkeit handelt es sich hier um Äquipotentialflächen (Kugelschalen).

Man stellt fest, dass das Potenzial in Richtung der positiven Ladung hin zunimmt.

Im Innenraum einer Hohlkugel mit dem Radius r_0 ist das Potenzial gleich dem Potenzial an der Oberfläche und ist somit konstant. $\left(\rho(r) = \rho(r_0) \text{ für } r \le r_0\right)$

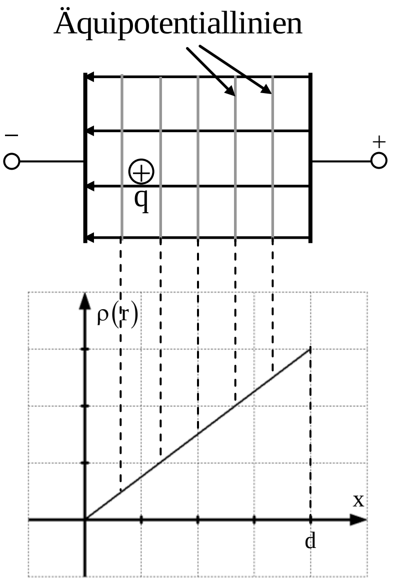
Legt man das Nullniveau auf die Oberfläche der Ladung Q, dann gilt:

$$\rho(r) = \frac{E_{pot}(r)}{q} = \frac{-\frac{Q\cdot q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r}\right)}{q} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot Q\cdot\left(\frac{1}{r_0}-\frac{1}{r}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot Q\cdot\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{r_0}\right)$$



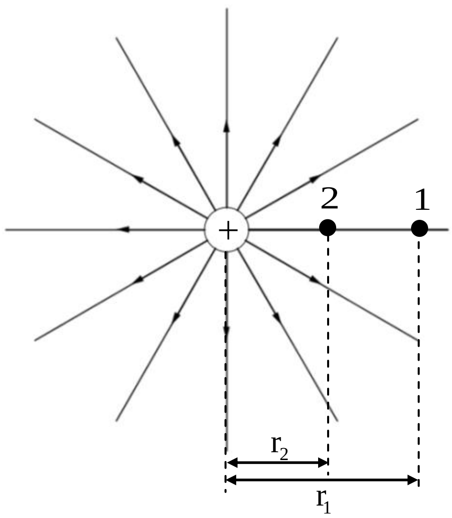
Potentialverlauf im homogenen elektrischen Feld
Das Nullniveau legt man auf die negativ geladene (geerdete) Platte.
Für die potentielle Energie gilt hier: $E_{pot}(x) = qEx$
Somit folgt für das Potential:

$$\rho(x) = \frac{E_{pot}(x)}{q} = \frac{qEx}{q} = Ex$$



11.12 Die elektrische Spannung

Um die (positive) Probeladung q gegen das elektrische Feld E vom Punkt 1 zum Punkt 2 zu verschieben ist die Verschiebearbeit $W_{12} = \frac{Qq}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$ nötig. Bildet man nun, wie schon oben, den Quotienten aus der Verschiebearbeit W_{12} und der Probeladung q, so erhält man die feldbeschreibende Größe U_{12}, die von der Probeladung q unabhängig ist.



$$U_{12} = \frac{W_{12}}{q} = \frac{\frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)}{q} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$$

Man nennt U_{12} die <u>elektrische Spannung</u> zwischen den Positionen 1 und 2.

Es gilt: $[U] = 1\frac{J}{C} = 1\frac{Nm}{As} = 1\frac{\frac{kg \cdot m}{s^2} \cdot m}{As} = \frac{kg \cdot m^2}{As^3} = 1V\,(\text{Volt})$

Elektrische Spannungen entstehen also immer durch Verschiebung von Ladungen in elektrischen Feldern, d.h. durch Ladungstrennung. Sie lassen sich sinnvoll nur zwischen zwei Feldpunkten angeben, weil Verschiebearbeit ja auch nur sinnvoll zwischen diesen angegeben werden kann.
Die Spannung zwischen zwei Punkten ist unabhängig von der Wahl des Bezugspunktes.

Zusammenhang zwischen Spannung U und elektrischem Potential ρ

Für die Verschiebearbeit W_{12} gilt:

$$W_{12} = \Delta E_{pot_{12}}$$
$$W_{12} = E_{pot_2} - E_{pot_1}$$
$$\frac{W_{12}}{q} = \frac{E_{pot_2}}{q} - \frac{E_{pot_1}}{q}$$

Somit besteht zwischen dem Potential ρ und der elektrischen Spannung U folgender Zusammenhang:

$$U_{12} = \rho_2 - \rho_1 = \Delta\rho_{12}$$

Beachte: $U_{12} = -U_{21}$

Die elektrische Spannung zwischen zwei Feldpunkten ist immer gleich der Differenz der Potentiale an diesen Feldpunkten. Deshalb wird in der Technik häufig statt dem Spannungsbegriff der Begriff der Potentialdifferenz verwendet. Beide Begriffe bedeuten aber das Selbe (Synonym).

Aufgabe zum elektrischen Potential

1.0 Eine felderzeugende Ladung $Q = \pm 5,0 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}$ ist auf eine Konduktorkugel mit dem Radius $R = 1,0\,\mathrm{cm}$ aufgebracht.

1.1 Stellen Sie in einem $r - \rho -$ Diagramm den Potentialverlauf für $r > R$ dar!

1.2 Geben Sie das elektrische Potential an der Kugeloberfläche an!

1.3 Geben Sie den Potentialverlauf im inneren der Konduktorkugel an!
Im Inneren der Kugel gilt:

1.4 Welche elektrische Spannung besteht zwischen den Feldpunkten $P_1\left(r_1 = 1,0\,\mathrm{cm}\right)$ und $P_2\left(r_2 = 12\,\mathrm{cm}\right)$ bei negativer felderzeugender Ladung?

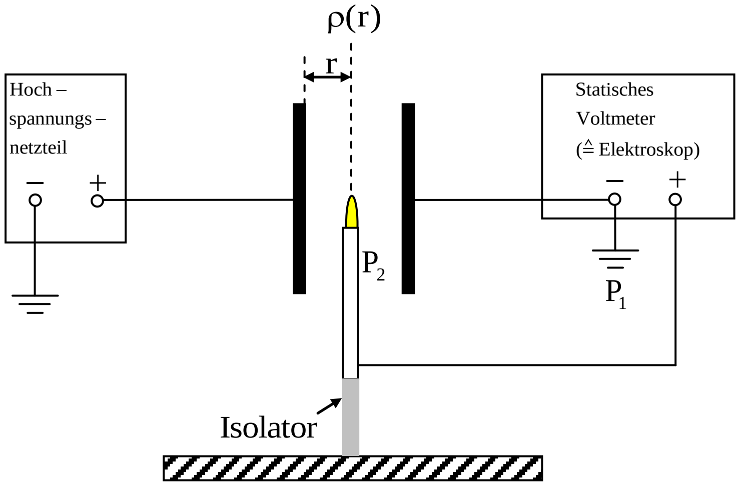
1.5 Welche Arbeit ist zu verrichten, um ein Proton vom Feldpunkt P_1 zum Feldpunkt P_2 zu bringen $\left(Q < 0\right)$?

1.6 Mit welcher Geschwindigkeit v prallt ein Proton auf die Konduktorkugel auf, wenn man es vom Punkt P_2 aus loslässt $\left(Q < 0\right)$?

2. Die Kugel eines Bandgenerators trägt die Ladung $Q = 3,0 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{As}$. Im Abstand $s_A = 40\,\mathrm{cm}$ vom Kugelmittelpunkt befindet sich der Punkt A, im Abstand $s_B = 60\,\mathrm{cm}$ vom Kugelmittelpunkt der Punkt B. Von A und B aus geht man jeweils $10\,\mathrm{cm}$ radial nach außen und gelangt zu den Punkten C und D.
Wie groß sind die Spannungen U_{AC} und U_{DB} im elektrischen Feld des Bandgenerators?

11.13 Messung von elektrischen Potentialen mit der Flammsonde

Versuchsaufbau:

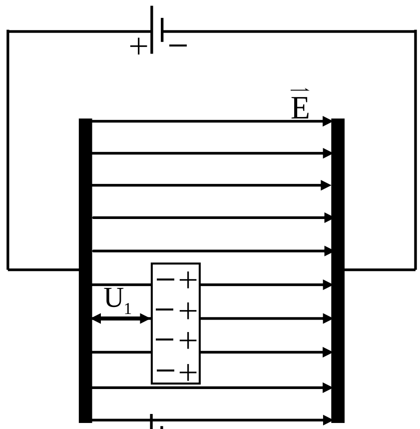


Funktionsweise:

Eine Platte eines Plattenkondensators (Plattenabstand d) ist an den Pluspol einer Hochspannungsquelle angeschlossen. Die andere Platte ist geerdet. Legt man das Nullniveau der potentiellen Energie ins Unendliche, dann hat die geerdete Platte das Potential $\rho_1 = 0\,\mathrm{V}$. Man bringt nun eine Flammensonde in das homogene elektrische Feld des Kondensators. Der Abstand zur geerdeten Platte beträgt r. Die Flammensonde ist mit einem statischen Voltmeter verbunden. Dieses zeigt die Potentialdifferenz $U_{12} = \Delta\rho_{12} = \rho_2 - \rho_1 = \rho_2$ zwischen dem Feldpunkt P_2 am Ort der Flammensonde und dem Feldpunkt P_1 an der geerdeten Platte dar. Die Flamme der Flammensonde dient dazu, störende Influenzladungen an der Sonde an die Luft abzuführen, da diese Ladungen ansonsten das zu messende Potential stören würden.

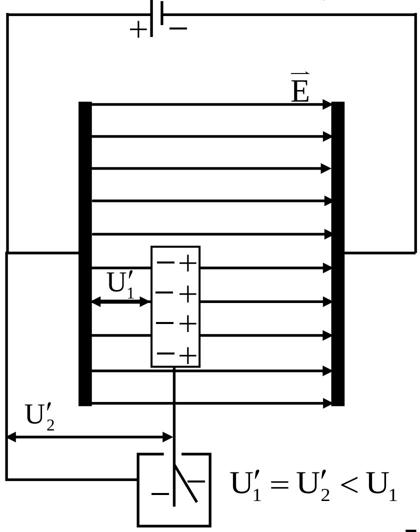
Bemerkungen:

1. Wird eine Sonde (dünne Metallplatte) in ein el. Feld gebracht, so erscheinen durch Ladungstrennung (Influenz) el. Ladungen an der Sondenoberfläche.

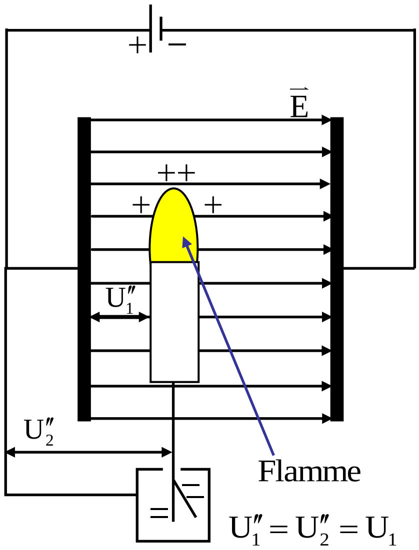


2. Wird die Sonde an ein Elektrometer (Voltmeter) angeschlossen, dann fließen so lange negative Ladungen von der Sonde auf das Zeigersystem des Elektrometers, bis auf der leitenden Verbindung zwischen Sonde und Zeigersystem keine Potentialdifferenz mehr auftritt $\left(U_1' = U_2'\right)$.

   Allerdings bleibt dann auf der Sonde ein Überschuss an positiven Ladungen zurück, d.h. die Sonde ist jetzt positiv aufgeladen und stört die ursprüngliche Potentialverteilung des äußeren el. Feldes.



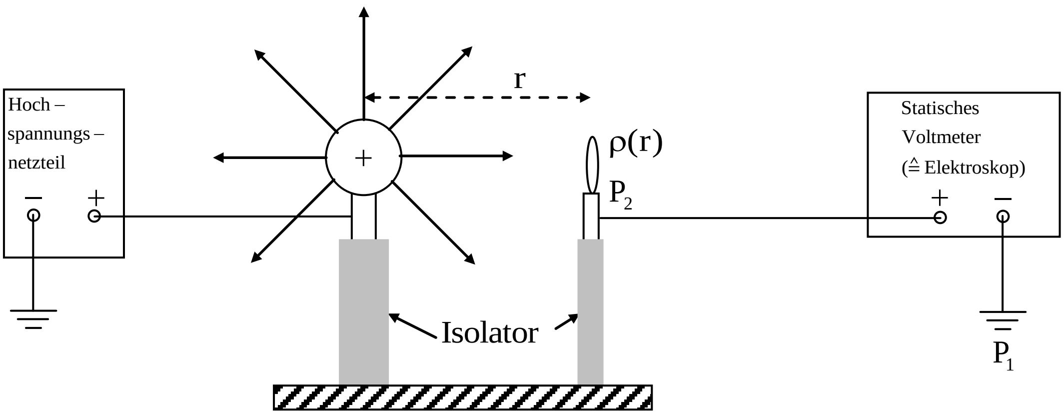
3. Durch Zünden einer Gasflamme wandern die überschüssigen positiven Ladungen der Sonde an die Oberfläche der Flamme und entfernen sich mit den Flammgasen.
   Die Sonde bleibt insgesamt neutral und stört das äußere el. Feld nicht mehr.



Versuchsdurchführung und Beobachtung:

1. Wir messen das Potenzial $\rho\,(\rho = Ex)$ des elektrischen Feldes in Abhängigkeit vom Abstand r $(x = r)$ zur geerdeten Kondensatorplatte. Dabei wird die Flammsonde längs der elektrischen Feldlinien verschoben.
   Vergrößert man den Abstand r, so vergrößert sich das Potential ρ.
   Man stellt fest, dass gilt:
   $$\rho \sim r$$
2. Die Flammsonde wird senkrecht zu den elektrischen Feldlinien verschoben, der Abstand zur Kondesatorplatte ändert sich dabei nicht.
   Das Potential ändert sich nicht, da man die Sonde längs der Äquipotentialflächen verschoben hat.

Versuchsaufbau für ein radialsymmetrisches Feld



3.0 Die Kugel eines Van-de-Graaf Generators (Hochspannungsquelle) hat einen Durchmesser von $R = 30\,\text{cm}$. Die Kugel wird nun laufend auf einer Spannung von $U = 12\,\text{kV}$ gehalten.
3.1 Welche Ladung trägt die Kugel?
3.2 Wie groß ist der Betrag der Feldstärke in einer Entfernung von $r = 60\,\text{cm}$ vom Kugelmittelpunkt?
3.3 Welche Spannung würde dort ein Flammsondenpaar von $d = 2{,}0\,\text{cm}$ Sondenabstand anzeigen?
3.4 Wie groß ist der Betrag der Feldstärke in einem Abstand von $r = 90\,\text{cm}$?

AP 2006 I

2.0 Nach dem bohrschen Atommodell für das Wasserstoffatom kann das Elektron den Atomkern, der aus einem Proton besteht, nur auf bestimmten Kreisbahnen umlaufen. Für den Radius r_n einer solchen Kreisbahn gilt: $r_n = r_1 \cdot n^2$ mit $n \in \mathbb{N}$ und $r_1 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\text{m}$. Im Grundzustand des Wasserstoffatoms $(n = 1)$ bewegt sich das Elektron auf der Kreisbahn mit dem kleinsten Radius $r_1 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\text{m}$.
Gravitationskräfte werden im bohrschen Atommodell vernachlässigt.

2.1 Das Elektron befindet sich auf der Kreisbahn mit dem Radius $r_1 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\text{m}$. Das Elektron und der Atomkern tragen ungleichnamige Ladungen; dennoch fällt das Elektron nicht in den Kern.
Erläutern Sie diesen Sachverhalt.

2.2 Berechnen Sie den Betrag v_1 der Geschwindigkeit, mit der das Elektron den Atomkern auf der Kreisbahn mit dem Radius r_1 umläuft.

2.3 Bewegt sich das Elektron auf einer Kreisbahn mit dem Radius r_n $\left(r_n = r_1 \cdot n^2\right)$, so besitzt es die kinetische Energie $E_{kin,n}$.
Zeigen Sie, dass gilt: $E_{kin,n} = 2{,}2 \cdot 10^{-18}\,\text{J} \cdot \frac{1}{n^2}$

2.4.0 $\varphi(r)$ sei das elektrische Potenzial, das der Atomkern des Wasserstoffatoms in der Entfernung r vom Atomkern erzeugt. Das elektrische Potenzial in unendlich großer Entfernung vom Atomkern sei gleich null.
2.4.1 Erläutern Sie, was man unter einer Äquipotenzialfläche versteht.
2.4.2 Zeigen Sie, dass für das elektrische Potenzial φ_n, das der Atomkern auf der Kreisbahn mit dem Radius r_n erzeugt, gilt: $\varphi_n = 27\,\text{V} \cdot \frac{1}{n^2}$

2.5.0 Die potenzielle Energie des Elektrons im elektrischen Feld des Atomkerns sei in unendlich großer Entfernung vom Atomkern gleich null.
2.5.1 Berechnen Sie die Gesamtenergie $E_{Ges,1}$ eines Elektrons, das sich auf der Kreisbahn mit dem Radius r_1 befindet.
2.5.2 Dem Elektron auf der Kreisbahn mit dem kleinsten Radius r_1 muss eine Mindestenergie zugeführt werden, damit es den Anziehungsbereich des Atomkerns verlassen kann. Man bezeichnet diese Mindestenergie als Ionisierungsenergie.
Bestimmen Sie mit Hilfe eines Energieansatzes die Ionisierungsenergie E_{ion} für das Wasserstoffatom.