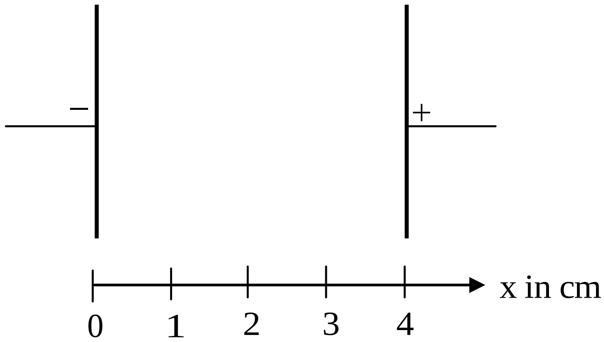
Aufgaben

1. Ein radialsymmetrisches elektrisches Feld wird durch die Ladung $Q = 1{,}0\,\text{nC}$ erzeugt. Die Ladung befindet sich auf einer Metallkugel mit dem Radius $r_0 = 1{,}0\,\text{cm}$. In das elektrische Feld wird eine Probeladung $q = 4{,}0\,\text{pC}$ gebracht. Berechnen Sie die Feldarbeit W, um die Probeladung vom Punkt P_1 mit $r_1 = 2{,}0\,\text{cm}$ zum Punkt P_2 mit $r_2 = 4{,}0\,\text{cm}$ zu verschieben.

$$W_{12} = -\frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = ... = -9{,}0 \cdot 10^{-10}\,\text{J} \left(\text{Feld verrichtet Arbeit}\right)$$

2.0 Im Innenraum eines Plattenkondensators herrscht ein homogenes Feld mit der elektrischen Feldstärke $E = 1{,}0 \cdot 10^5\,\frac{\text{N}}{\text{C}}$. Die Platten haben einen Abstand von $d = 4{,}0\,\text{cm}$. Ein Körper mit der Ladung $q = 1{,}0\,\text{nC}$ soll von der negativen Platte zur positiven Platte verschoben werden.



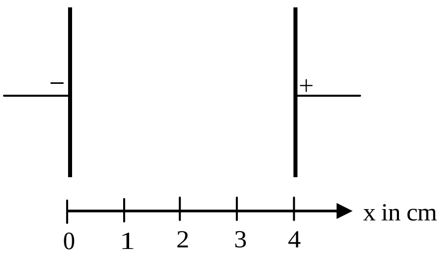
2.1 Stellen Sie die potentielle Energie E_{pot} der Ladung q in Abhängigkeit vom Abstand x graphisch dar, wenn das Nullniveau der potenziellen Energie auf der negativen Platte liegt.

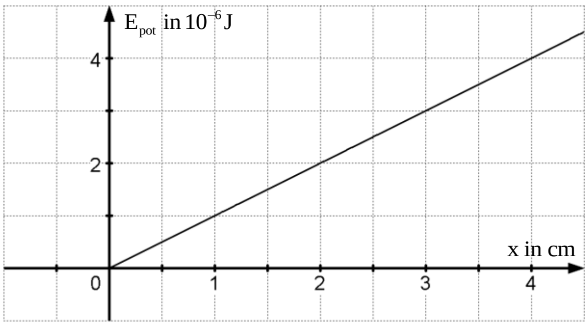
Lösung:

$$\left.\begin{aligned} W_{0x} &= -\vec{F}_C \cdot \vec{s} = -q \cdot \vec{E} \cdot \vec{s} = qE\left(x - 0\right) = qEx \\ W_{0x} &= \Delta E_{pot} = E_{pot}(x) - \underbrace{E_{pot}(0)}_{=0} = E_{pot}(x) \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{pot}(x) = qEx$$

Bemerkung: $\vec{E}$ und $\vec{s}$ sind entgegengesetzt gerichtet!

$$E_{pot}(x) = 1{,}0 \cdot 10^{-9}\,\text{C} \cdot 1{,}0 \cdot 10^5\,\tfrac{\text{N}}{\text{C}} \cdot x = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\,\text{N} \cdot x$$





Alternativ:

$$\left.\begin{aligned} W_{0r} &= -\int_0^x \vec{F}_C \cdot d\vec{r} = -\int_0^x -F_C \cdot dr = F_C \int_0^x dr = qE \cdot \left[r\right]_0^x = qEx \\ W_{0x} &= \Delta E_{pot} = E_{pot}(x) - \underbrace{E_{pot}(0)}_{=0} = E_{pot}(x) \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{pot}(x) = qEx$$

$\vec{F}_C \cdot d\vec{r} = -F_C \cdot dr$ da $\vec{F}_C$ und $d\vec{r}$ entgegengesetzt gerichtet sind

2.2 Der Körper mit der Ladung q wird bei $x = d$ aus dem Ruhezustand freigegeben. Berechnen Sie die Auftreffgeschwindigkeit v_E auf der negativ geladenen Kondensatorplatte und die Flugdauer t_F des Körpers, wenn dieser die Masse $m = 2,0\,\mu g$ hat.

Lösung: Es gilt für die Beschleunigungsarbeit W_a

$$W_a = W_{0x} = E_{pot}(x)$$
$$\tfrac{1}{2} m v_E^2 = qEx$$
$$v_E = \sqrt{\tfrac{2qEx}{m}}$$
$$v_E = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-9}\,C \cdot 1,0 \cdot 10^5\,\tfrac{N}{C} \cdot 4,0 \cdot 10^{-2}\,m}{2,0 \cdot 10^{-9}\,kg}} \approx 63\,\tfrac{m}{s}$$

Die beschleunigende Kraft F_a auf die Ladung q ist die Coulombkraft F_C. Es gilt:

$$F_a = F_C$$
$$ma = qE$$
$$a = \tfrac{qE}{m}$$

Es gilt: $v_E = at_F \quad \Rightarrow \quad t_F = \dfrac{v_E}{a} = \dfrac{mv_E}{qE} = \dfrac{2,0 \cdot 10^{-9}\,kg \cdot 63,3\,\tfrac{m}{s}}{1,0 \cdot 10^{-9}\,C \cdot 1,0 \cdot 10^5\,\tfrac{N}{C}} \approx 1,3 \cdot 10^{-3}\,s$

3.0 Nach der Bohr'schen Theorie für das Wasserstoffatom kann das Elektron den Atomkern (Proton) nur auf bestimmten Kreisbahnen, den so genannten Quantenbahnen, umlaufen. Die kleinste Kreisbahn des Elektrons (1. Quantenbahn) hat den Radius $r_1 = 5,3 \cdot 10^{-11}\,m$

3.1 Berechnen Sie die Geschwindigkeit v_1 des Elektrons auf der 1. Quantenbahn.

$$\left|\vec{F}_Z\right| = \left|\vec{F}_C\right|$$
$$m \cdot \frac{v_1^2}{r_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_1^2} \quad \Rightarrow \quad m \cdot v_1^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_1} \quad \Rightarrow \quad E_{kin} = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = \frac{1}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_1}$$
$$v_1 = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot m \cdot r_1}} = \sqrt{\frac{\left(1,602 \cdot 10^{-19}\,C\right)^2}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12}\,\tfrac{As}{Vm} \cdot 9,109 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 5,3 \cdot 10^{-11}\,m}} = 2,2 \cdot 10^6\,\tfrac{m}{s}$$

3.2 Berechnen Sie die Gesamtenergie E_{Ges} des Elektrons auf der 1. Quantenbahn
Hinweis: Das Nullniveau der potentiellen Energie soll im Unendlichen liegen.

$$\left.\begin{aligned} W_{\infty r} &= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot Q \cdot q \left(\frac{1}{r_\infty} - \frac{1}{r}\right) = \frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \\ W_{\infty r} &= \Delta E_{pot} = E_{pot}(r) - \underbrace{E_{pot}(r_\infty)}_{=0} = E_{pot}(r) \end{aligned}\right\} \Rightarrow E_{pot}(r) = \frac{Q \cdot q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

$$E_{Ges}(r_1) = E_{pot}(r_1) + E_{kin}(r_1) = \frac{-e \cdot e}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_1} + \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_1} = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 \cdot r_1}$$

$$E_{Ges} = -\frac{\left(1,602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\right)^2}{8\pi\cdot 8,854\cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}\cdot 5,3\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}} = -2,18\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$$

$$E_{Ges} = -\frac{1,602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot e}{8\pi\cdot 8,854\cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}\cdot 5,3\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}} = -13,6\,\mathrm{eV}$$

3.3 Berechnen Sie die Energiedifferenz ΔE, um das Elektron von der 1. Quantenbahn ins Unendliche zu bringen.
Welche Bedeutung hat dieser Energiebetrag für das Wasserstoffatom?

$\Delta E = E_{Ges} \quad \hat{=}$ Ionisierungsenergie

3.4 Berechnen Sie, welche Arbeit verrichtet werden muss, um das Elektron von der Umlaufbahn r_1 in die nächste Umlaufbahn (2. Quantenbahn) $r_2 = 2,1\cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}$ zu bringen.

$$W = \Delta E = E_{Ges}(r_2) - E_{Ges}(r_1) = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0\cdot r_2} - \left(-\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0\cdot r_2}\right) = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$W = -\frac{\left(1,602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\right)^2}{8\pi\cdot 8,854\cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}}\cdot\left(\frac{1}{5,3\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}} - \frac{1}{2,1\cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}}\right) \approx 1,6\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$$

$$W = \frac{1,602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\cdot e}{8\pi\cdot 8,854\cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}}\cdot\left(\frac{1}{5,3\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}} - \frac{1}{2,1\cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}}\right) \approx 10,1\,\mathrm{eV}$$