

## 11.2 Coulomb'sches Gesetz

Wir haben gelernt, dass sich zwei gleichartige Ladungen abstoßen und zwei ungleichartige Ladungen einander anziehen. Von welchen Größen diese abstoßende bzw. anziehende Kraft jedoch abhängt wollen wir nun etwas genauer untersuchen.

### Torsionsdrehwaage nach Coulomb und Schürholz

**Versuch:** Bestimmung der Kraft zwischen zwei Punktladungen mit Hilfe einer Torsionsdrehwaage.

**Versuchsaufbau:** Zwischen zwei vertikal eingespannten Torsionsdrähten ist ein Drehkörper befestigt. Zur Beobachtung und Messung der Drehbewegungen ist am Drehkörper ein Spiegel angebracht, über den ein Lichtstrahl auf eine Skala abgebildet werden kann. Die Torsion der Drähte lässt sich durch Verdrehen einer mit einer Winkelskala versehenen Trommel an der oberen Befestigung verstellen. Der Drehkörper trägt einen waagrechten Isolierstab, an dessen Ende eine Metallkugel  $K_1$  mit der Ladung  $Q_1$  isoliert angebracht ist.

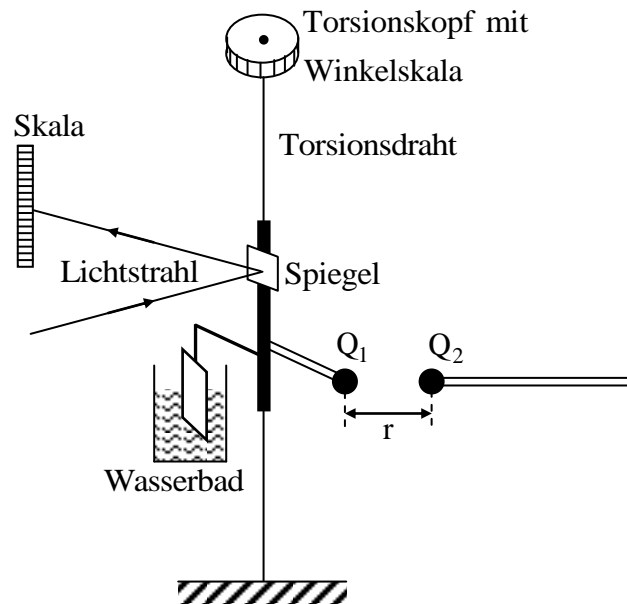
In gleicher Höhe wie  $K_1$  und in veränderbarem Abstand zu  $K_1$  befindet sich eine isoliert

aufgestellte, gleich große Metallkugel  $K_2$  mit der Ladung  $Q_2$ . Am Stativ, das die Kugel  $K_2$  trägt, ist ein Maßstab angebracht, mit dem die Entfernung  $r$  der Kugelmittelpunkte ermittelt werden kann.

Zunächst sind die beiden Metallkugeln  $K_1$  und  $K_2$  ungeladen. Man markiert auf der Skala die Nulllage des Lichtzeigers. Die beiden Metallkugeln werden nun durch kurzzeitiges Verbinden mit einer Hochspannungsquelle oder durch Berühren mit einer durch Reibungselektrizität aufgeladenen dritten Metallkugel gleichnamig aufgeladen. Durch die elektrischen Kräfte stoßen sich die beiden Kugeln gegenseitig ab, und der Draht verdreht sich soweit, bis Gleichgewicht herrscht zwischen abstoßender Coulombkraft und rückdrehender Torsionskraft. Zum möglichst schnellen Dämpfen und Einpendeln des Drehkörpers in diese Gleichgewichtslage dient eine am Drehkörper gefestigte Dämpfungsfahne, die in ein Wasserbad eingetaucht wird. Durch Drehen des Torsionskopfes wird die ursprüngliche Nulllage des Lichtzeigers wiederhergestellt. Die Metallkugel  $K_1$  befindet sich damit wieder in ihrer Ausgangslage. Der Verdrehungswinkel  $\alpha$  kann abgelesen werden und in eine entsprechende Kraft  $F$  umgerechnet werden.

Zur Festlegung der Ausgangslage für die folgenden Messungen werden nun folgende Schritte durchgeführt:

- Beide Kugeln werden entladen.
- Man bestimmt den Durchmesser  $d$  einer Kugel
- Beide Kugeln berühren sich, die Markierung des Haltestabs wird auf Null gestellt.
- Der Lichtstrahl eines Lasers wird von einem am Torsionsdraht befestigten Spiegel reflektiert. Die Ruhelage des Systems wird an einem Maßstab festgehalten.



**Vermutung:** Der Betrag  $F$  der elektrischen Kraft zwischen den Kugeln ist abhängig vom Betrag und dem Vorzeichen der Ladungen, die beide Kugeln tragen und vom Abstand der beiden Kugelmittelpunkte  $r$ .

Zur Vereinfachung und aus Symmetriegründen wird hier nur die Abhängigkeit von den Beträgen der Ladungen untersucht.

Dazu sind drei Versuchreihen nötig.

**Versuch 1:** Beide Kugeln erhalten die gleiche Ladung ( $Q_1 = Q_2 = 50\text{nC}$ ), die während des Versuchs nicht verändert wird. Der Abstand der beiden Kugelmittelpunkte  $r$  wird verändert ( $K_2$  wird verschoben und der Abstand der Kugeln direkt an der Millimeterskala eingestellt) und der sich einstellende Verdrehungswinkel  $\alpha$  bestimmt und daraus die dazugehörige Kraft  $F$  berechnet.

**Messwerttabelle:**

r in cm	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
F in mN	25	14	9,0	6,2	4,6

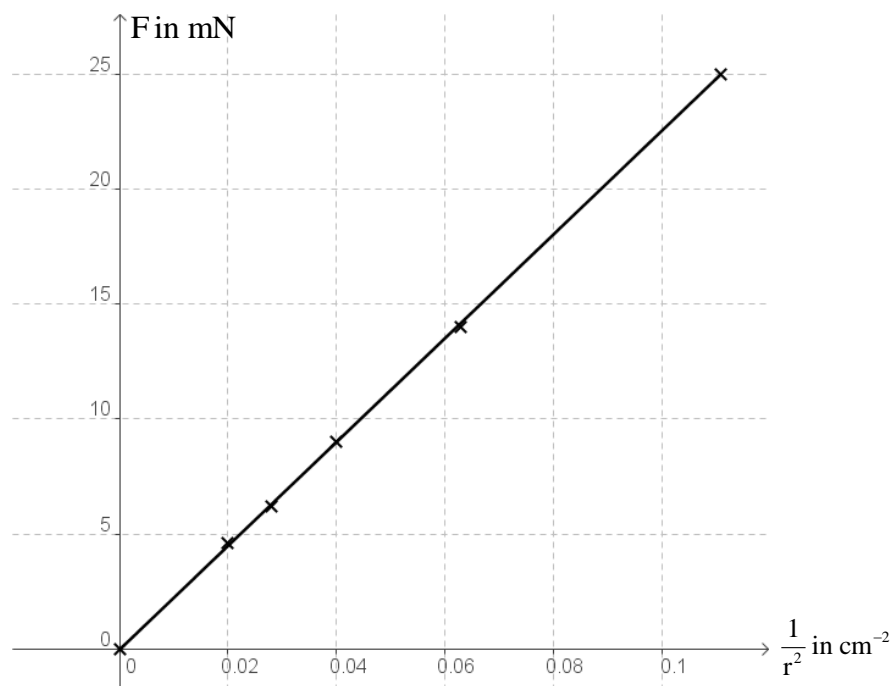
Da mit größer werdendem  $r$  sich der Verdrehungswinkel  $\alpha$  verkleinert vermutet man zunächst, dass die beiden Größen indirekt proportional zueinander sind.

Bei genauere Betrachtung aber stellt man fest, dass eher gelten muss:  $F \sim \frac{1}{r^2}$

Dazu müssen wir unsere Messwerttabelle um eine Zeile erweitern.

r in cm	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
F in mN	25	14	9,0	6,2	4,6
$\frac{1}{r^2}$ in $\text{cm}^{-2}$	0,111	0,063	0,040	0,028	0,020

Zeichnen Sie nun ein  $\frac{1}{r^2} - F$ -Diagramm



**Ergebnis:** Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit erhält man im  $\frac{1}{r^2}$ -F-Diagramm eine Ursprungshalbgerade, somit sind die beiden Größen direkt proportional zueinander. Also gilt:

$$F \sim \frac{1}{r^2}$$

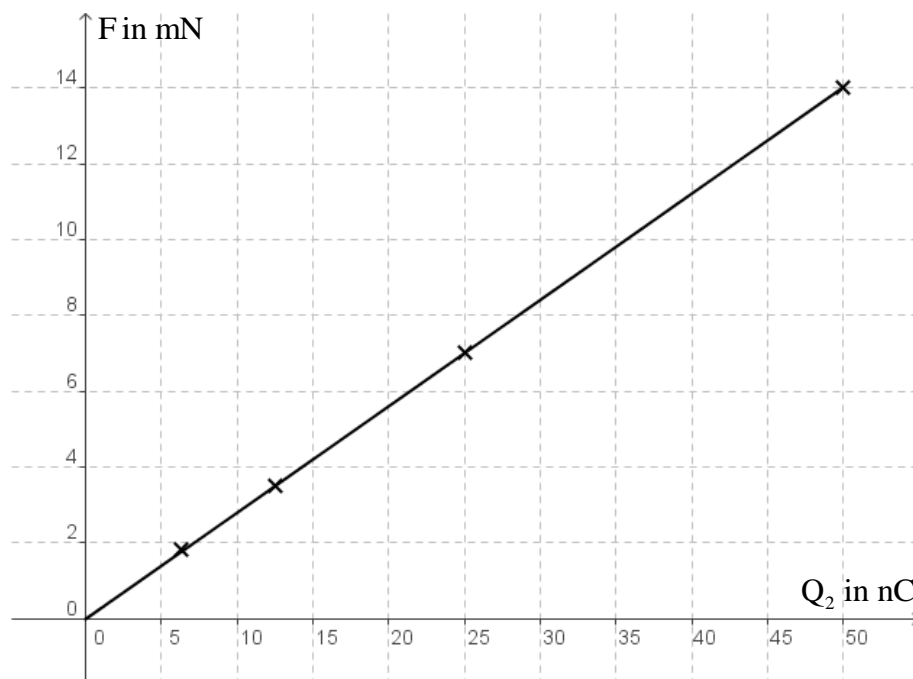
**Versuch 2:** Der Abstand der beiden Kugelmittelpunkte und der Betrag der Ladung  $Q_1$  bleiben konstant ( $r = 4,0\text{ cm}$ ), es wird lediglich der Betrag der Ladung  $Q_2$  verändert. Dazu verwendet man eine gleich große dritte Kugel, die zunächst neutral ist. Berührt man mit dieser dritten Kugel die Kugel  $K_2$ , so verteilt sich die Ladung der Kugel  $K_2$  auf beide Kugeln. Trennt man die beiden Kugeln, so hat sich die Ladung der Kugel  $K_2$  halbiert. ...

**Messwerttabelle:**

$Q_2$ in nC	50	25	12,5	6,3
F in mN	14,0	7,0	3,5	1,8

Da mit kleiner werdender Ladung  $Q_2$  sich auch der Kraft F verkleinert vermutet man, dass die beiden Größen direkt proportional zueinander sind.

Zeichnen Sie nun ein  $Q_2$ -F-Diagramm



**Ergebnis:** Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit erhält man im  $Q_2$ -F-Diagramm eine Ursprungshalbgerade, somit sind die beiden Größen direkt proportional zueinander. Also gilt:

$$F \sim Q_2$$

**Versuch 3: (Gedankenversuch)** Vertauscht man die Ladungen  $Q_1$  und  $Q_2$  und führt den Versuch 2 erneut aus, so erhält man als Ergebnis:

$$F \sim Q_1$$

**Zusammenfassung der Versuchsergebnisse:**

$$\left. \begin{array}{l} F \sim \frac{1}{r^2} \\ F \sim Q_2 \\ F \sim Q_1 \end{array} \right\} \Rightarrow F \sim \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \Rightarrow F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

Dabei ist  $k$  eine Proportionalitätskonstante, sie beschreibt die Kraftwirkung zwischen zwei punktförmigen Ladungen.

Genauere Messungen der Kräfte und Ladungen ergeben:

$$k = 8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{As}} = 8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$$

Später kann gezeigt werden, dass für die Proportionalitätskonstante  $k$  gilt:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Somit lautet das Coulombgesetz für punktförmige Ladungen im Vakuum:

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$$

mit der elektrischen Feldkonstanten:  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$

Die Richtung der Coulombkraft hängt von der Art der Ladungen ab. Dabei gibt es zwei Fälle.

- Sind die beiden Ladungen gleich geladen, so stoßen sie sich ab.

$$F_C > 0$$

- Sind die beiden Ladungen entgegengesetzt geladen, so ziehen sie sich an.

$$F_C < 0$$

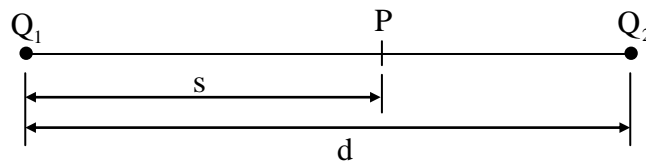
### Aufgaben zum Coulomb'schen Gesetz

- 1.1 Berechne den Betrag der elektrischen Kraft zwischen Atomkern und Elektron bei einem Wasserstoffatom! (Geg.:  $r_1 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ )
- 1.2 Vergleiche den Wert von 1.1 mit der Gravitationskraft zwischen Atomkern und Elektron! Welche Folgerung kann man daraus ziehen?
- 1.3 Mit welcher Bahngeschwindigkeit  $v$  umkreist das Elektron den Atomkern?
- 1.4 Wie viele Umläufe um den Atomkern vollzieht das Elektron in einer Sekunde?
- 1.5 (**2006 Aufgabe I Nr. 2.3**) Nach dem Bohr'schen Atommodell kann das Elektron den Atomkern nur auf bestimmten Bahnen umlaufen. Für den Radius  $r_n$  einer solchen Kreisbahn gilt:  $r_n = r_1 \cdot n^2$  mit  $n \in \mathbb{N}$ .

Bewegt sich das Elektron auf einer Kreisbahn mit dem Radius  $r_n$  ( $r_n = r_1 \cdot n^2$ ), so besitzt es die kinetisch Energie  $E_{\text{kin},n}$ . Zeigen Sie, dass gilt:

$$E_{\text{kin},n} = 2,2 \cdot 10^{-18} \text{ J} \cdot \frac{1}{n^2}$$

- 2.0 Zwei Massenpunkte mit den Massen  $m_1 = m_2 = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$  tragen die Ladungen  $Q_1 = 1,00 \cdot 10^{-13} \text{ C}$  und  $Q_2$ .
- 2.1 Wie groß muss  $Q_2$  sein, damit sich Gravitationskraft und elektrische Kraft gegenseitig aufheben?
- 2.2 Für welchen Abstand gilt dieses Kräftegleichgewicht?
3. Zwei Kugeln mit den Massen  $m_1 = m_2 = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$  sind an Fäden mit je der Länge  $\ell = 1,00 \text{ m}$  an einem gemeinsamen Aufhängepunkt befestigt. Sie tragen dieselbe elektrische Ladungsmenge gleichen Vorzeichens. Die Kugeln haben wegen der elektrostatischen Abstoßung den Abstand  $d = 0,200 \text{ m}$  voneinander. Berechnen Sie den Betrag der sich auf den Kugeln befindenden Ladungsmenge!
4. Gegeben sind zwei positive Ladungen  $Q_1 = 8,5 \text{ nC}$  und  $Q_2 = 5,5 \text{ nC}$ . Auf der Verbindungstrecke der beiden Ladungen befindet sich im Abstand  $s = 10,0 \text{ cm}$  von der Ladung  $Q_1$  ein Punkt P, in dem die elektrische Feldstärke null ist. Berechnen Sie den Abstand der beiden Punktladungen.



### 1996 Aufgabe III

- 1.0 Die Abhängigkeit des Betrags der Coulombkraft  $\vec{F}_C$  von den Punktladungen  $Q_1$ ,  $Q_2$  und ihrem Abstand  $r$  im Vakuum wird durch das Coulombgesetz

$$|\vec{F}_C| = F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|Q_1 \cdot Q_2|}{r^2}$$

erfasst, wobei  $\epsilon_0$  = elektrische Feldkonstante.

- 1.1 Beschreiben Sie anhand einer beschrifteten Skizze einen geeigneten Versuchsaufbau, mit dem die Abhängigkeit des Betrags der Coulombkraft  $F_C$  vom Abstand  $r$  untersucht wird.

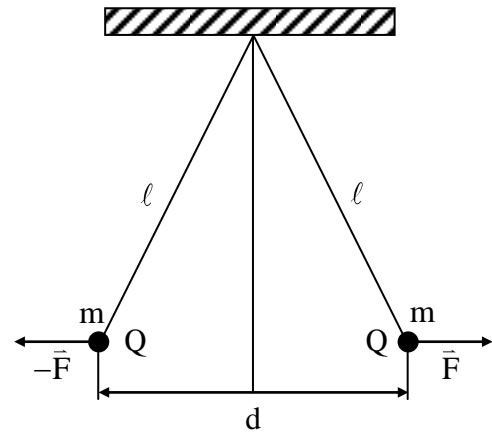
- 1.2.0 Im Versuch 1.1 ergibt sich für  $Q_1 = Q_2 = 27 \text{ nC}$  die folgende Messreihe:

Messung Nr.	1	2	3	4
r in cm	4,0	5,0	6,0	7,0
$F_C$ in mN	4,0	2,6	1,8	1,4

- 1.2.1 Ermitteln Sie durch graphische Auswertung der Messreihe die Abhängigkeit des Betrags der Kraft  $F_C$  vom Abstand  $r$ .

- 1.2.2 Geben Sie diese Abhängigkeit in Form einer Gleichung an, und bestimmen Sie die auftretende Proportionalitätskonstante  $k$  mit Hilfe des Diagramms von Aufgabe 1.2.1.
- 1.2.3 Berechnen Sie aus der Konstanten  $k$  die elektrische Feldkonstante.

- 1.3.0 Im Vakuum befinden sich zwei identische Metallkugeln (Masse  $m = 0,50\text{ g}$ ), welche die gleiche Ladung  $Q$  tragen. Sie sind an zwei gleich langen Fäden (Pendellänge  $\ell = 1,00\text{ m}$ ) befestigt und an demselben Aufhängepunkt angebracht. Auf die geladenen Kugeln wirkt unter anderem die Abstoßungskraft  $\vec{F}$  bzw.  $-\vec{F}$ . In der Gleichgewichtslage beträgt der Mittelpunktsabstand der Kugeln  $d = 16\text{ cm}$  (s. Skizze). Die Abmessungen der Kugeln sind zu vernachlässigen.



- 1.3.1 Berechnen Sie – ausgehend von einem Kräfteplan, der die auf eine geladene Metallkugel einwirkenden Kräfte enthält – den Betrag der Abstoßungskraft  $\vec{F}$  bzw.  $-\vec{F}$ .

[Ergebnis :  $F = 0,39\text{ mN}$ ]

- 1.3.2 Berechnen Sie den Betrag der Ladung, die eine der beiden Kugeln trägt.