

2007 A III

- 1.1 Für alle Körper, die sich antriebslos auf einer Kreisbahn mit dem Radius R und der Umlaufdauer T um ein Zentralgestirn bewegen, gilt das dritte keplersche Gesetz $T^2 = C \cdot R^3$, wobei C eine Konstante ist.
Zeigen Sie mit Hilfe des Gravitationsgesetzes, dass die Konstante C nur von der Masse m_z des Zentralgestirns abhängig ist.
- 1.2.0 Der Planet Venus hat die Masse $m_V = 4,87 \cdot 10^{24}$ kg und den Radius $r_V = 6,05 \cdot 10^6$ m.
- 1.2.1 Berechnen Sie die Konstante C_V des dritten keplerschen Gesetzes für Körper, die sich antriebslos um die Venus bewegen. [Ergebnis: $C_V = 1,21 \cdot 10^{-13} \frac{s^2}{m^3}$]
- 1.2.2 Berechnen Sie den Betrag g_V der Gravitationsbeschleunigung \vec{g}_V , die ein Körper an der Venusoberfläche erfährt.
- 1.3.0 Eine Sonde mit der Masse m_s bewegt sich antriebslos auf einer elliptischen Bahn um die Venus.
Im Punkt A der Ellipsenbahn ist der Abstand der Sonde zur Venusoberfläche am geringsten und beträgt $h_A = 250$ km. Den Punkt A passiert die Sonde mit einer Geschwindigkeit vom Betrag $v_A = 8,48 \frac{km}{s}$.
- 1.3.1 Die Umlaufdauer der Sonde auf der elliptischen Bahn beträgt $T = 3,16$ h.
Im Punkt B erreicht die Sonde die größte Höhe h_B über der Venusoberfläche.
Berechnen Sie mit Hilfe der Konstanten C_V die Höhe h_B .
[Ergebnis: $h_B = 8,10 \cdot 10^6$ m]
- 1.3.2 v_B ist der Betrag der Geschwindigkeit \vec{v}_B , mit der die Sonde den Punkt B erreicht.
Zeigen Sie mithilfe des 2. keplerschen Gesetzes, dass gilt:

$$(r_V + h_A) \cdot v_A = (r_V + h_B) \cdot v_B$$

Berechnen Sie v_B .

- 1.3.3 Die Sonde wird durch ein geeignetes Steuermanöver im Punkt A von der elliptischen Bahn auf eine Kreisbahn in der Höhe $h_A = 250$ km über der Venusoberfläche gelenkt. Auf dieser Kreisbahn umrundet die Sonde dann die Venus ohne Antrieb. Bei diesem Steuermanöver wird der Betrag v der Geschwindigkeit der Sonde um Δv verändert.
Berechnen Sie Δv .

- 1.4 Geben Sie an, welche der drei nebenstehend skizzierten Kreisbahnen eine Sonde nicht ohne Antrieb durchlaufen kann.
Begründen Sie Ihre Antwort.

