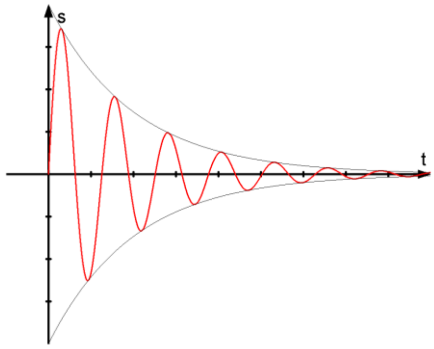
9.14 Freie und erzwungene Schwingungen

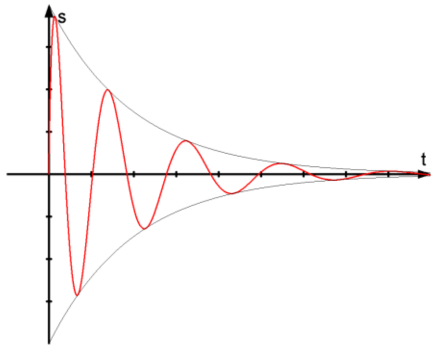
Schwingt eine schwingungsfähiges System nach einer einmaligen Auslenkung ungestört (reibungsfrei), mit unverminderter Amplitude weiter, so spricht man von einer freien Schwingung. Diese besitzt die Eigenfrequenz $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$.

In der Realität wird der frei schwingende Körper durch die unvermeidliche Reibung gedämpft. Seine mechanische Schwingungsenergie nimmt ab, was sich in der Abnahme der Schwingungsamplitude äußert. Je nach Stärke der Dämpfung unterscheidet man drei Fälle:

1.) *Schwingfall.*
Bei schwacher Dämpfung sind viele Schwingungsperioden zu beobachten. Die Periodendauer der schwach gedämpften Schwingung ist konstant und unterscheidet sich nicht von der Periodendauer der zugehörigen ungedämpften Schwingung.



Erhöht man die Dämpfung, so sind nur noch wenige Ausschläge beobachtbar. Die Schwingungsdauer nimmt merklich zu.



2.) *Aperiodischer Grenzfall:*
Hier ist die Dämpfung so groß, dass der Körper gerade keine ganze Schwingung mehr durchführt. Bei dieser Dämpfung erreicht das schwingungsfähige System seine Ruhelage nach kürzester Zeit wieder. (Wichtig für die Einstelldauer von Messgeräten; Stossdämpfer, ...)

3.) *Kriechfall:*
Bei noch größerer Dämpfung kriecht der Körper in seine Ruhelage zurück.

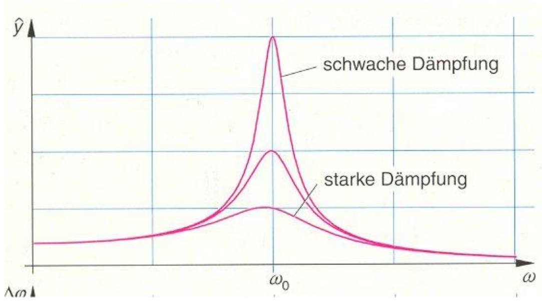
Um nun eine echte harmonische Schwingung über längere Zeit hinweg zu erhalten, muss dem schwingenden System von außen Energie zugeführt werden. Hierfür gibt es zwei Möglichkeiten:

1. Möglichkeit: Steuerung der Energiezufuhr vom schwingenden System aus.
Hierbei wird eine Energiequelle so an das schwingende System gekoppelt, dass sie zu geeigneten Zeiten mit geeigneten Energiebeträgen auf das schwingende System zurückwirkt. Diese Steuerungsart nennt man Rückkopplung, die so aufrecht erhaltene Schwingung, selbsterregte Schwingung. (Klingel, Uhr, ...)

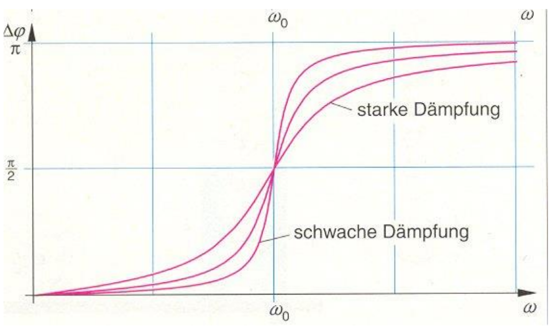
2. Möglichkeit: Steuerung unter Aufzwingung einer Frequenz von außen (**Erzwungene Schwingung**).
Eine äußere Kraft (**Erreger**) wirkt dabei periodisch auf ein System (**Resonator**), das für sich allein in der Lage ist Schwingungen auszuführen.
Wir wollen nun den Einfluss des Erregers auf einen Schwinger untersuchen.

Versuch: Erzwungene Schwingung mit einem Drehpendel

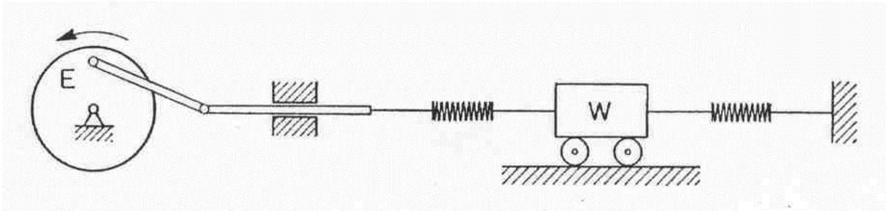
1. <u>Beobachtung</u>: Bei sehr kleinen Erregerfrequenzen f_e bewegt sich der Erreger und der Resonator mit gleicher Amplitude $\left(A_e \approx A_r\right)$. Mit zunehmender Erregerfrequenz nimmt die Amplitude des Resonators stetig zu (obwohl $A_e \approx \text{konst.}$) bis zum Erreichen eines Maximums, wobei $A_r \gg A_e$. Erhöht man die Erregerfrequenz weiter, dann nimmt die Resonatoramplitude wieder ab und strebt für sehr hohe Erregerfrequenzen gegen Null.
Die Resonatoramplitude erreicht dann ihr Maximum, wenn die Erregerfrequenz f_e gleich der Eigenfrequenz f_0 des Resonatorsystems ist. Diesen Fall bezeichnet man als Resonanz.



2. <u>Beobachtung</u>: Bei sehr niedrigen Erregerfrequenzen schwingen Erregersystem und Resonatorsystem gleichphasig, der Phasenunterschied $\Delta\rho = 0$.
Bei sehr hohen Erregerfrequenzen schwingen Erreger und Resonatorsystem gegenphasig, d.h. $\Delta\rho = \pi$.
Für den Resonanzfall, d.h. wenn $f_e = f_0$ beträgt der Phasenunterschied $\Delta\rho = \frac{\pi}{2}$ (Die Phase des Erregers liegt vor der Phase des Resonators).



1.0 Mit Hilfe eines Exzenters E, der von einem Elektromotor angetrieben wird, wird der Wagen W zu erzwungenen Schwingungen angeregt.



Eine Kraft von $F = 1{,}5\,\text{N}$ lenkt den Wagen der Masse $m = 200\,\text{g}$ um $2{,}0\,\text{cm}$ aus.

1.1 Bei welcher Frequenz tritt Resonanz auf?
1.2 Die Drehzahl wird von 0 aus gesteigert. Beschreibe mit Worten die Bewegung des Wagens (Amplitude und Phase)! Welche Änderung beobachtet man, wenn in einem zweiten Versuch die Masse des Wagens vergrößert wird?

1.1 $D = \frac{F}{s} = \frac{1{,}5\text{N}}{0{,}02\text{m}} = 75\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{75\,\frac{\text{N}}{\text{m}}}{0{,}2\text{kg}}} \approx 3{,}1\text{Hz}$$

1.2 Bei sehr kleinen Erregerfrequenzen f_e schwingt der Erreger und der Resonator gleichphasig und mit gleicher Amplitude $\left(A_e \approx A_r\right)$.
Mit zunehmender Erregerfrequenz nimmt die Amplitude des Resonators bis zum Erreichen eines Maximums (Resonanz) stetig zu $\left(A_r \gg A_e\right)$, die Erregerfrequenz f_e ist gleich der Eigenfrequenz f_0. Die Phase des Erregers liegt im Resonanzfall um $\Delta\rho = \frac{\pi}{2}$ vor der Phase des Resonators.
Erhöht man die Erregerfrequenz weiter, dann nimmt die Resonatoramplitude wieder ab und strebt für sehr hohe Erregerfrequenzen gegen Null. Erreger und Resonatorsystem schwingen gegenphasig, d.h. $\Delta\rho = \pi$.

Vergrößert man die Masse des Wagens, dann wird wegen $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$ die Eigenfrequenz (Resonanzfrequenz) kleiner, d.h. der Resonanzfall tritt eher ein.