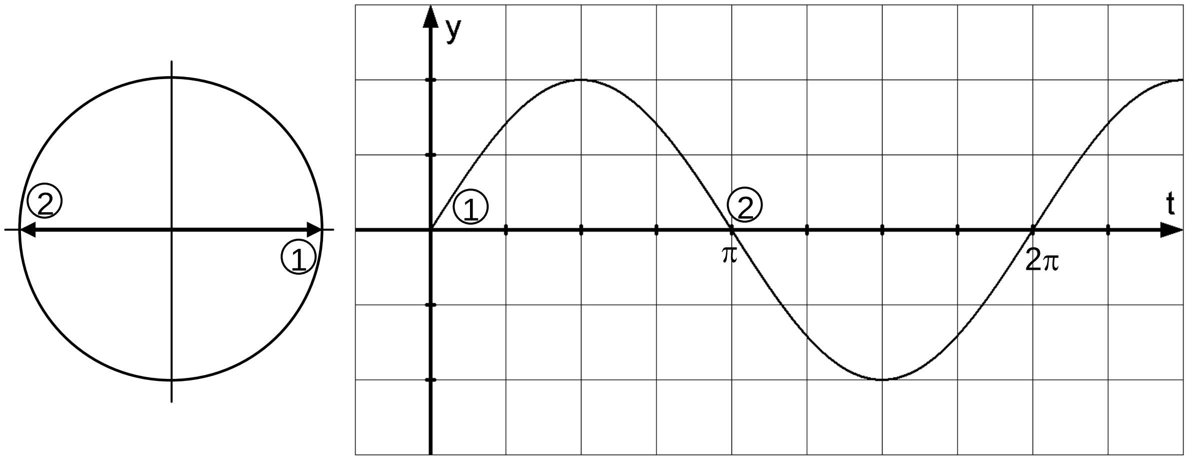
9.6 Aufstellen der Bewegungsgleichungen der harmonischen Schwingung bei unterschiedlichen Anfangsbedingungen mit Hilfe eines Zeiger- und Liniendiagramms

9.6.1 <u>Der schwingende Körper durchläuft zum Zeitnullpunkt seine Ruhelage</u>
Da man nicht weiß, in welche Richtung diese Bewegung erfolgt, muss man die beiden möglichen Fälle betrachten.



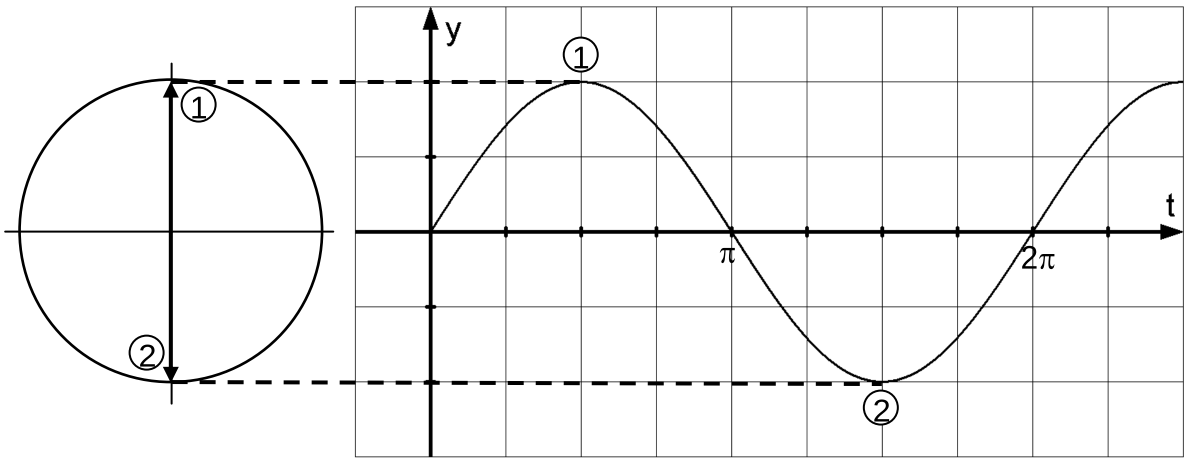
1. Fall: Der Körper schwingt in Richtung positiver Elongation
Das ist der uns schon bekannte Fall mit $\rho_1 = 0$

$$y(t) = A\sin(\omega t)$$
$$v(t) = A\omega\cos(\omega t)$$
$$a(t) = -A\omega^2\sin(\omega t)$$

2. Fall: Der Körper schwingt in Richtung negativer Elongation
Hier ist der Nullphasenwinkel $\rho_2 = \pi$

$$y(t) = A\sin(\omega t + \pi) = -A\sin(\omega t)$$
$$v(t) = -A\omega\cos(\omega t)$$
$$a(t) = A\omega^2\sin(\omega t)$$

9.6.2 <u>Zum Zeitnullpunkt ist die Elongation maximal, der Körper im Umkehrpunkt</u>
Da man auch hier nicht weiß, in welchem der beiden Umkehrpunkte sich der Körper befindet müssen auch hier wieder zwei Fälle unterschieden werden.



1. Fall: Der Körper befindet sich im oberen Umkehrpunkt
Hier gilt für den Nullphasenwinkel $\rho_1 = \frac{\pi}{2}$

$$y(t) = A\sin\left(\omega t + \tfrac{\pi}{2}\right) = A\cos(\omega t)$$
$$v(t) = -A\omega\sin(\omega t)$$
$$a(t) = -A\omega^2\cos(\omega t)$$

2. Fall: Der Körper befindet sich im unteren Umkehrpunkt
Hier gilt für den Nullphasenwinkel $\rho_2 = \frac{3\pi}{2}$

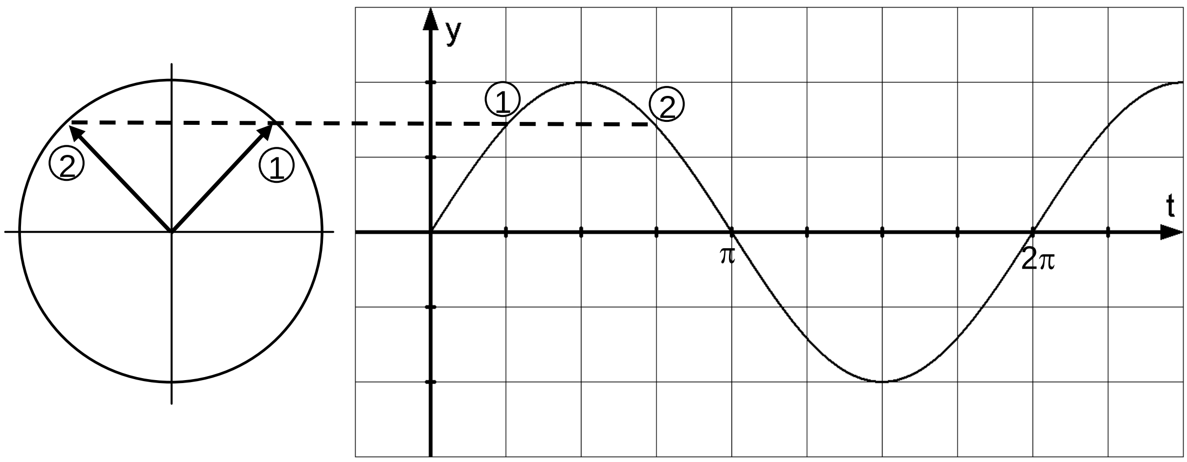
$$y(t) = A\sin\left(\omega t + \tfrac{3\pi}{2}\right) = -A\cos(\omega t)$$
$$v(t) = A\omega\sin(\omega t)$$
$$a(t) = A\omega^2\cos(\omega t)$$

9.6.3 Allgemeiner Fall

Hier ist in der Regel ein Wert für die Elongation $\left(y(0) = \frac{2}{3}A\right)$ zum Zeitpunkt $t = 0$ gegeben. Wie unschwer zu erkennen ist, sind zwei Fälle zu unterscheiden.

1. Fall: Allgemein gilt: $y(t) = A\sin(\omega t + \rho_1)$

$$y(0) = A\sin(\rho_1) = \tfrac{2}{3}A \quad \Rightarrow \quad \sin(\rho_1) = \tfrac{2}{3}$$
$\Rightarrow \quad \rho_1 = 41{,}8°$ Winkelmaß (TR auf DEG)
$\Rightarrow \quad \rho_1 = 0{,}730$ Bogenmaß (TR auf RAD)
$$y(t) = A\sin(\omega t + 0{,}730)$$



2. Fall: Die zweite Lösung erhält man nun aus dem Zeigerdiagramm, denn es gilt:

$$\rho_2 = \pi - \rho_1 = 2{,}412 \quad (\rho_2 = 138{,}2°)$$
$$y(t) = A\sin(\omega t + 2{,}412)$$

Aufgaben

2.0 Zum Zeitpunkt $t=0$ befindet sich die Pendelmasse mit 50% der Amplitude oberhalb der Nulllage auf dem Weg nach oben.

2.1 Berechne den Nullphasenwinkel ρ_0!

2.2 Die Amplitude der Schwingung betrage $30\,\mathrm{cm}$ und die Periodendauer sei $T=1,40\,\mathrm{s}$. Gib die Zeit-Orts-Funktion an und berechne die Startgeschwindigkeit der Masse.

2.3 Welche Elongation (Geschwindigkeit und Beschleunigung) erhält man nach $1,0\,\mathrm{s}$? Wo befindet sich die Pendelmasse und in welche Richtung bewegt sie sich?

2.4 Zu welchem Zeitpunkt beträgt die Elongation zum ersten mal $-10\,\mathrm{cm}$?

2.5 Zu welchem Zeitpunkt ist der Betrag der Geschwindigkeit zum ersten mal Maximal?

2.6 Zu welchen Zeiten befindet sich die Pendelmasse im oberen Umkehrpunkt?

2.7 Zu welchen Zeiten durchläuft die Pendelmasse die Ruhelage?

3.0 Ein harmonisch schwingender Körper befindet sich zum Zeitpunkt $t=0$ im unteren (negativen) Umkehrpunkt.

3.1 Stelle allgemein die Bewegungsgleichung für Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung des Körpers in Abhängigkeit von der Zeit auf.

3.2 Zeichne für $t=0$ das Zeigerdiagramm für Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung in ein Diagramm! (Zeigerlängen beliebig wählbar)

3.3 Zeichne für $0 \le t \le T$ das Liniendiagramm für Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung in ein Diagramm! (passend zu den in 3.2 gewählten Zeigern)

3.4 Gegeben sei $A=0,50\,\mathrm{m}$ und $T=1,0\,\mathrm{s}$. Berechne s, v und a für den Zeitpunkt $t=1,3\,\mathrm{s}$.

4.0 Ein Körper schwingt harmonisch mit der Schwingungsdauer $T=1,3\,\mathrm{s}$ und der Amplitude $A=12\,\mathrm{cm}$. Zum Zeitpunkt $t=0$ bewegt er sich nach unten und hat die Elongation $y_0=9,5\,\mathrm{cm}$.

4.1 Wie groß ist der Nullphasenwinkel?

4.2 Gib die Schwingungsgleichung an!

4.3 Zu welchem Zeitpunkt t_1 hat der Körper zum 2. Mal die Elongation $y_1=-5,6\,\mathrm{cm}$ erreicht?

4.4 Zu welchen Zeitpunkten t_2 und t_3 erreicht er diese Elongation zum 3. und 4. Mal?

Bei der Beschreibung der Bewegungen am Kreis bzw. bei der Schwingung treten gleiche Größen mit verschiedenen Bedeutungen auf.

Größe	**Kreisbewegung**	**Schwingung**
r; A; $\hat{y}$; $\hat{s}$	Kreisbahnradius	Amplitude
T	Umlaufdauer	Perioden- bzw. Schwingungsdauer
$f=\frac{1}{T}$	Frequenz	Frequenz
ρ	Drehwinkel	Phasenwinkel
$\omega=2\pi f$	Winkelgeschwindigkeit	Kreisfrequenz