§ 8 Impuls und Impulserhaltung

Aufgaben:

1. Auf einen ruhenden Golfball der Masse $m = 46\text{g}$ wirkt die Kraft $F = 24\text{ N}$ genau $0{,}050\text{ s}$ lang. Welche Geschwindigkeit erreicht er?

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_1}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{F \cdot \Delta t}{m} = \frac{24\,\text{N} \cdot 0{,}050\,\text{s}}{0{,}046\,\text{kg}} \approx 26\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

2. Welche Kraft muss wirken, um innerhalb einer Zehntelsekunde $(\Delta t = 0{,}10\,\text{s})$ die Geschwindigkeit eines fliegenden Fußballes der Masse $m = 450\text{ g}$ um $36\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}$ zu erhöhen?

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = ... = 45\text{ N}$$

3.0 Ein Ball $(m = 100\text{ g})$ trifft mit einer Geschwindigkeit von $v = 1{,}2\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$ senkrecht auf einer Wand auf und wird mit demselben Betrag der Geschwindigkeit zurückgeschleudert. Die Kontaktdauer mit der Wand beträgt 23ms.

3.1 Berechne die mittlere Stoßkraft der Mauer auf den Ball.

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t} \cdot (v_n - v_v) = \frac{0{,}100\text{kg}}{23 \cdot 10^{-3}\,\text{s}}\left(-1{,}2\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} - 1{,}2\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) \approx -10\text{N}$$

$$F \cdot \Delta t = m \cdot \Delta v = m \cdot (v_n - v_v) = ... = -0{,}24\,\text{Ns} \quad \text{(Kraftstoß!)}$$

3.2 Welche mittlere Beschleunigung hat der Ball während des Kontakts mit der Mauer erfahren?

$$a_{\text{Mittel}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-2{,}4\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}{23 \cdot 10^{-3}\text{s}} \approx -1{,}0 \cdot 10^2\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4.0 Eine Raumsonde der Masse 435 kg fliegt mit einer Geschwindigkeit von $8{,}4\,\tfrac{\text{km}}{\text{s}}$ im gravitationsfreien Raum. Um eine Begegnung mit einem Kleinplaneten nicht zu verfehlen muss die Geschwindigkeit der Raumsonde auf $8{,}1\,\tfrac{\text{km}}{\text{s}}$ reduziert werden. Das Steuertriebwerk hat eine Schubkraft von 15 N.

4.1 Berechne die notwendige Brenndauer des Steuertriebwerks.

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} = m \cdot \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \Delta t = m \cdot \frac{v_1 - v_0}{F} = ... = 8{,}7 \cdot 10^3\text{s}$$

4.2 Ermittle die Verzögerung sowie die Impulsänderung der Raumsonde.

$$F = m \cdot a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{-15\text{N}}{435\text{kg}} \approx -3{,}4 \cdot 10^{-2}\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta p = m \cdot \Delta v = m \cdot (v_1 - v_0) = 435\text{kg} \cdot \left(8{,}1\,\tfrac{\text{km}}{\text{s}} - 8{,}4\,\tfrac{\text{km}}{\text{s}}\right) \approx -1{,}3 \cdot 10^5\,\text{Ns}$$

5. Erklären Sie mit Hilfe der Beziehung $F = \dot{p}$ warum Metallplatten von Satelliten selbst von kleinsten Meteoriten durchschlagen werden können.

Diese kleinsten Meteoriten haben zwar eine sehr geringe Masse aber dafür eine hohe Relativgeschwindigkeit (bis zu $10^5\,\tfrac{\text{km}}{\text{s}}$) gegenüber dem Satelliten auf den sie auftreffen. Da $\Delta p = m \cdot \Delta v$ ist der Impuls des Meteoriten wegen der hohen Geschwindigkeit ebenfalls sehr groß.

Wegen $F = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta p}{\Delta t} = \dot{p}$ erhält man punktuell eine sehr große Kraft, dem das Material des Satelliten nicht stand hält.

6.0 Ein Güterwagen $\left(m_1 = 35\,\text{t}\right)$ rollt einen $2{,}0\,\text{m}$ hohen Rangierhügel herunter. Oben hatte er eine Geschwindigkeit von $0{,}75\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Er trifft unten auf einen anderen Güterwagen $\left(m_2 = 27\,\text{t};\ v_2 = 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$ mit dem er ankuppelt, so dass beide gemeinsam weiterrollen. Reibungskräfte sowie Energiebeiträge aus der Rotation bleiben unberücksichtigt.

6.1 Mit welcher Geschwindigkeit bewegen sich beide Güterwagen im angekuppelten Zustand weiter?

$$E_v = E_n \quad \Rightarrow \quad \tfrac{1}{2} m_1 \cdot v_0^2 + m_1 g h = \tfrac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \overset{v_2=0}{=} \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \ldots \approx 3{,}6\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

6.2 Berechnen Sie die Impulsänderung, die der 1. Wagen beim Stoßvorgang erfahren hat.

$$\Delta p = m_1 \cdot \Delta v = m_1 \left(u - v_1\right) = m_1 \left(\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} - v_1 \right) = m_1 v_1 \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} - 1 \right) =$$

$$= m_1 v_1 \frac{m_1 - \left(m_1 + m_2\right)}{m_1 + m_2} = m_1 v_1 \frac{m_1 - m_1 - m_2}{m_1 + m_2} = -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1 =$$

$$= -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \ldots \approx -9{,}6 \cdot 10^4\,\text{Ns}$$

6.3 Was lässt sich über den Energieerhaltungssatz beim Stoß aussagen? (rechnerische Überprüfung)

$$E_{kin,v} = \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 \overset{v_2=0}{=} \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 = \tfrac{1}{2} m_1 \left(v_0^2 + 2gh\right) =$$

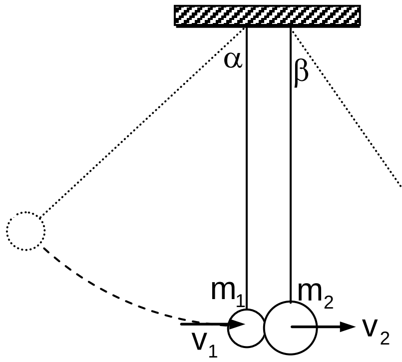
$$= \ldots \approx 6{,}9 \cdot 10^5\,\text{J}$$

$$E_{kin,n} = \tfrac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right) u^2 = \tfrac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right)\left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot \sqrt{v_0^2 + 2gh} \right)^2 =$$

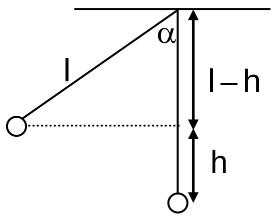
$$\tfrac{1}{2} \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} \left(v_0^2 + 2gh\right) = \ldots \approx 4{,}0 \cdot 10^5\,\text{J}$$

$$\Rightarrow E_{kin,v} > E_{kin,n} \quad \Rightarrow \quad \text{Energieerhaltungssatz gilt nicht!}$$

7.0 Zwei Kugeln hängen wie dargestellt je an einem Faden der Länge $l = 50\,\text{cm}$. Ihre Massen verhalten sich wie $m_1 : m_2 = 1:2$. Kugel 1 wird unter einem Winkel von $\alpha = 55°$ ausgelenkt und dann losgelassen.



7.1 Berechnen Sie die Geschwindigkeit v_1, mit der die Kugel 1 auf die Kugel 2 trifft.



$$\cos\alpha = \frac{l-h}{l} \Rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{h}{l} \Rightarrow \frac{h}{l} = 1 - \cos\alpha$$

$$\Rightarrow h = l \cdot (1 - \cos\alpha) \qquad (1)$$

$$E_{\text{vorh.}} = E_{\text{nachh.}}$$

$$m_1 g h = \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{2gh} \overset{(1)}{\Rightarrow} v_1 = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} = ... \approx 2{,}0\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

7.2 Ermitteln Sie rechnerisch die Geschwindigkeit u_2 der Kugel 2 nach dem Stoß, wenn diese vorher in Ruhe war.

Für den elastischen Stoß gilt:

$$u_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} \overset{v_2=0}{=} \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2} \overset{m_2=2m_1}{=} \frac{2m_1v_1}{m_1 + 2m_1} = \tfrac{2}{3} v_1 = ... \approx 1{,}4\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

7.3 Berechnen Sie den Auslenkwinkel β der Kugel 2 nach dem Stoß.

Mit den gerundeten Werten:

$$E_{\text{vorh.}} = E_{\text{nachh.}}$$

$$\tfrac{1}{2} m_2 u_2^2 = m_2 g h_2$$

$$h_2 = \frac{u_2^2}{2g} = ... = 9{,}99 \cdot 10^{-2}\,\text{m}$$

$$\cos\beta = \frac{l - h_2}{l} \Rightarrow \beta = \arccos\left(\frac{l-h_2}{l}\right) = ... \approx 37°$$

Exakt:

$$E_{vorh.} = E_{nachh.}$$

$$\tfrac{1}{2} m_2 u_2^2 = m_2 g h_2$$

$$h_2 = \frac{u_2^2}{2g} = \frac{\tfrac{4}{9} v_1^2}{2g} = ... = 9,$$

$$\cos\beta = \frac{l - h_2}{l} = \frac{l - \tfrac{4}{9} l(1-\cos\alpha)}{l} = 1 - \tfrac{4}{9}(1-\cos\alpha) = \tfrac{5}{9} + \tfrac{4}{9}\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \beta = \arccos\left(\tfrac{5}{9} + \tfrac{4}{9}\cos\alpha\right) = ... \approx 36°$$

7.4 Entscheiden Sie, ob die Kugel 1 nach dem Stoß nach links oder nach rechts ausgelenkt wird. (rechnerische Begründung)

$$u_1 = \frac{2m_2 v_2 + (m_1 - m_2) v_1}{m_1 + m_2} \overset{v_2=0}{=} \frac{(m_1 - m_2) v_1}{m_1 + m_2} \overset{m_2=2m_1}{=} \frac{(m_1 - 2m_1) v_1}{m_1 + 2m_1} = -\tfrac{1}{3} v_1 = ... \approx -0{,}68 \,\tfrac{m}{s}$$

Da die Geschwindigkeit negativ ist, wird die Kugel 1 nach links ausgelenkt.

7.5 Berechnen Sie den Auslenkwinkel γ der Kugel 1 nach dem Stoß.

Mit den gerundeten Werten:

$$E_{vorh.} = E_{nachh.}$$

$$\tfrac{1}{2} m_1 u_1^2 = m_1 g h_1$$

$$h_1 = \frac{u_1^2}{2g} = 2{,}36 \cdot 10^{-2}\ m$$

$$\cos\gamma = \frac{l - h_1}{l} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \arccos\left(\frac{l - h_1}{l}\right) = ... \approx 18°$$

Exakt:

$$E_{vorh.} = E_{nachh.}$$

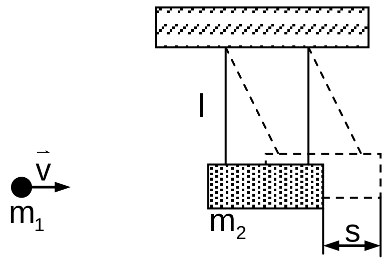
$$\tfrac{1}{2} m_1 u_1^2 = m_1 g h_1$$

$$h_1 = \frac{u_1^2}{2g} = \frac{\tfrac{1}{9} v_1^2}{2g} = \frac{\tfrac{1}{9} 2gl(1-\cos\alpha)}{2g} = \tfrac{1}{9} l(1-\cos\alpha)$$

$$\cos\gamma = \frac{l - h_1}{l} = \frac{l - \tfrac{1}{9} l(1-\cos\alpha)}{l} = 1 - \tfrac{1}{9}(1-\cos\alpha) = \tfrac{8}{9} + \tfrac{1}{9}\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \gamma = \arccos\left(\tfrac{8}{9} + \tfrac{1}{9}\cos\alpha\right) = ... \approx 18°$$

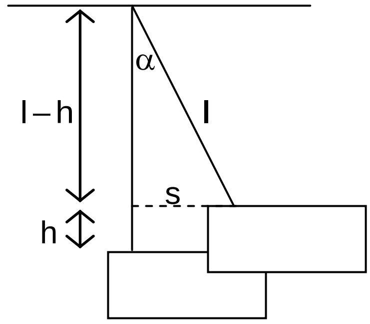
8.0 Zur Bestimmung der Geschwindigkeit einer Luftgewehrkugel mit der Masse $m_1 = 0{,}50\,g$ kann man ein ballistisches Pendel heranziehen. Das Pendel ist mittels zweier Fäden der Länge $l = 60\,cm$ aufgehängt und besteht aus Holz der Masse $m_2 = 650\,g$. Schießt man mit dem Luftgewehr darauf so bleibt die Kugel im Holz stecken, das dabei eine Auslenkung von $s = 3{,}6\,cm$ erfährt.



8.1 Berechne die Geschwindigkeit der Luftgewehrkugel

$\left[\text{Arbeite mit } v = 1{,}9 \cdot 10^2\,\frac{m}{s} \text{ weiter}\right]$

Es gilt:



$$s^2 + (l-h)^2 = l^2$$

$$l - h = \sqrt{l^2 - s^2}$$

$$h = l - \sqrt{l^2 - s^2} = ... = 1{,}08 \cdot 10^{-3}\,m \qquad (1)$$

Nach dem Stoß gilt der Energiesatz:

$$E_{kin} = E_{pot}$$

$$\tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 = (m_1 + m_2)gh$$

$$u = \sqrt{2gh} = ... = 0{,}146\,\tfrac{m}{s}$$

$$\text{mit } (1):\ u = \sqrt{2g\left(l - \sqrt{l^2 - s^2}\right)} \qquad (2)$$

Impulserhaltung für den zentralen unelastischen Stoß:

$$p_{1,v} + p_{2,v} = p_n$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u$$

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)u \qquad \text{da } v_2 = 0$$

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} u$$

$$\text{mit } (2) \text{ folgt}:\quad v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \cdot \sqrt{2g\left(l - \sqrt{l^2 - s^2}\right)} = ... \approx 1{,}9 \cdot 10^2\,\tfrac{m}{s}$$

8.2 Ermittle näherungsweise die durchschnittliche Kraft, mit der die Kugel auf das Holz während des Eindringens einwirkt, wenn die Eindringtiefe der Kugel in das Holz $s = 4{,}5\,mm$ beträgt.

Es gilt:

$$u^2 - v_1^2 = 2as \quad \Rightarrow a = \frac{u^2 - v_1^2}{2s}$$

$$F = m_1 a = m_1 \cdot \frac{u^2 - v_1^2}{2s} = ... \approx -2{,}0 \cdot 10^3\,N$$

8.3 Berechne die Rückstoßkraft des Luftgewehrs, wenn die Masse des Luftgewehrs $m_3 = 3{,}8\,\mathrm{kg}$, der Lauf des Luftgewehrs $42\,\mathrm{cm}$ beträgt und von einer konstanten Beschleunigung der Kugel ausgegangen werden kann.
Es gilt das 3. Newtonsche Gesetz:

$$\vec{F}_{Kugel} = -\vec{F}_{Gewehr}$$
$$F_K = F_G$$
$$m_1 a_K = F_G \qquad (1)$$

Aus der 3. Bewegungsgleichung erhält man:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_K s$$
$$a_K = \frac{v_1^2}{2s} \qquad (2)$$

Setzt man (2) in (1) ein, so folgt:

$$F_G = m_1 \frac{v_1^2}{2s} = ... \approx 21\mathrm{N}$$

9.0 Die Saturn V-Rakete hat $2890\,\mathrm{t}$ Startmasse und $35\,\mathrm{MN}$ Startschub.

9.1 Mit welcher Beschleunigung hebt die Rakete ab?

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_{Schub} + \vec{F}_G$$
$$F_{res} = F_{Schub} - F_G$$
$$ma_{res} = F_{Schub} - mg$$
$$a_{res} = \frac{F_{Schub}}{m} - g = ... \approx 2{,}3\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

9.2 Pro Sekunde werden $13.500\,\mathrm{kg}$ Treibstoff verbrannt. Wie groß ist die Geschwindigkeit der austretenden Verbrennungsgase?

$$F_S = ma = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = m\frac{v_G - v_0}{\Delta t} \overset{v_0=0}{=} m\frac{v_G}{\Delta t} \Rightarrow v_G = \frac{F_S \Delta t}{m} = ... \approx 2{,}6\,\tfrac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$$

10. Zeige, dass für die Energieübertragung beim vollkommen unelastischen Stoß $(\text{für } v_2 = 0)$ gilt:

$$E_{kin,n} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot E_{kin,v}$$

$$E_{kin,n} = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \overset{v_2=0}{=} \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)\frac{m_1^2 \cdot v_1^2}{(m_1 + m_2)^2} =$$
$$= \tfrac{1}{2}\frac{m_1}{m_1 + m_2} m_1 v_1^2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \cdot E_{kin,v}$$

11.0 Zwei Kugeln mit den beiden Massen $m_1 = m$ und $m_2 = 2m$ bewegen sich mit gleichem Geschwindigkeitsbetrag aufeinander zu. Welche Geschwindigkeiten ergeben sich für die beiden Massen nach dem Zusammenstoß, wenn dieser

11.1 elastisch,

Es gilt: $v_2 = -v_1$; $m_1 = m$; $m_2 = 2m$

$$u_1 = \frac{2m_2 v_2 + \left(m_1 - m_2\right) v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \cdot 2m(-v_1) + \left(m - 2m\right) v_1}{m + 2m} = -\tfrac{5}{3} v_1$$

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1 + \left(m_2 - m_1\right) v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2mv_1 + \left(2m - m\right)(-v_1)}{m + 2m} = \tfrac{1}{3} v_1$$

11.2 unelastisch erfolgt?

Es gilt: $v_2 = -v_1$; $m_1 = m$; $m_2 = 2m$

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m \cdot v_1 + 2m \cdot (-v_1)}{m + 2m} = -\tfrac{1}{3} v_1$$

11.3 Wie groß ist im Fall 11.2 der Energieverlust ΔE ?

$$\Delta E = E_{\text{vorh.}} - E_{\text{nachh.}} = \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 - \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 =$$

$$= \tfrac{1}{2} mv_1^2 + \tfrac{1}{2} \cdot 2m(-v_1)^2 - \tfrac{1}{2}(m + 2m)(-\tfrac{1}{3} v_1)^2 =$$

$$= \tfrac{1}{2} mv_1^2 + mv_1^2 - \tfrac{1}{6} mv_1^2 = \tfrac{4}{3} mv_1^2$$

12.0 Zwei aneinandergekoppelte Fahrzeuge der Masse $m_1 = 600\,\text{kg}$ und $m_2 = 800\,\text{kg}$ ruhen auf einer horizontalen Ebene. Zwischen beiden Fahrzeugen befindet sich eine (nicht befestigte) um die Länge $s = 16\,\text{cm}$ zusammengedrückte Feder der Federkonstanten $D = 40\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$. Nach Lösen der Kopplung entspannt sich die Feder.

12.1 Berechnen Sie, welche Geschwindigkeiten v_1 und v_2 die beiden Fahrzeuge nach dem Lösen der Kopplung besitzen?

Impulserhaltungssatz:

$$0 = m_1 v_1 + m_2 v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = -\frac{m_1}{m_2} v_1 \quad \Rightarrow \quad v_2 = -\tfrac{3}{4} v_1 \qquad (1)$$

Energieerhaltungssatz:

$$\tfrac{1}{2} Ds^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad \Rightarrow \quad Ds^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$$

$$\overset{(1)}{\Rightarrow} \quad Ds^2 = m_1 v_1^2 + m_2 \cdot \left(-\tfrac{3}{4} v_1\right)^2 \quad \Rightarrow \quad Ds^2 = \left(m_1 + \tfrac{9}{16} m_2\right) v_1^2$$

$$\Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{\frac{Ds^2}{m_1 + \frac{9}{16} m_2}} = ... \approx 0{,}99\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow \quad v_2 = -\tfrac{3}{4} v_1 = ... \approx -0{,}74\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}$$

13.0 Ein Hammer der Masse $m_H = 1,00\,kg$ kann sich um das Ende seines Stiels (Masse vernachlässigbar) reibungsfrei drehen. Der Hammer wird um einen bestimmten Winkel ausgelenkt und losgelassen. Er trifft im tiefsten Punkt seiner Bewegung zentral und vollelastisch auf eine Kugel der Masse $m_K = 300\,g$.

13.1 Berechne die Geschwindigkeit v_H, mit der der Hammer die Kugel trifft, wenn diese mit einer Geschwindigkeit von $v_K = 6,7\,\frac{m}{s}$ wegfliegt.

$$u_2 = \frac{2m_1v_1 + (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2} \overset{v_2=0}{=} \frac{2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow \quad v_1 = \frac{m_1 + m_2}{2m_1} \cdot u_2 = \frac{m_H + m_K}{2m_H} \cdot v_K = ... = 4,355\,\frac{m}{s} \approx 4,4\,\frac{m}{s}$$

13.2 Ermittle die mittlere Stoßkraft, wenn Hammer und Kugel 0,012 s in Kontakt sind.

$$u_1 = \frac{2m_2v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} \overset{v_2=0}{=} \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2} = ... = 2,345\,\frac{m}{s} \approx 2,3\,\frac{m}{s}$$

$$F = m_1a = m_1\frac{\Delta v}{\Delta t} = m_1\frac{u_1 - v_1}{\Delta t} = ... = -167,5\,N \approx -0,17\,kN$$

13.3 Nach dem Stoß schwingt der Hammer weiter nach rechts bis zum Umkehrpunkt. Berechne die Höhe dieses Umkehrpunkts über dem tiefsten Punkt.

$$E_{vorh.} = E_{nachh.} \quad \Rightarrow \quad \tfrac{1}{2}m_1u_1^2 = m_1gh \quad \Rightarrow h = \frac{u_1^2}{2g} = ... \approx 28\,cm$$

14. Ein Mann $(m_M = 70\,kg)$ springt aus einer Höhe von $h = 80\,cm$ horizontal von einem ruhenden Boot $(m_B = 90\,kg)$ ins Wasser und landet in einer Entfernung von $x = 2,0\,m$ vom Boot. Berechne die Energie, die der Mann beim Sprung aufwenden musste.

Weitere Aufgaben zum Impuls

1.0 Ein Junge wirft einen Tennisball mit der Geschwindigkeit $15\,\frac{m}{s}$ senkrecht auf die Rückwand eines Lastwagens, der mit der Geschwindigkeit $18\,\frac{km}{h}$ vorwärts fährt.

1.1 Welche Geschwindigkeit hat der Ball nach dem Aufprall?
$\left(-5,0\,\frac{m}{s}\right)$

1.2 Wie viel Prozent seiner Energie verliert der Ball beim Stoß? Wo verbleibt diese Energie?
(89%)
(Die Masse des Lastwagens ist sehr viel größer als die des Balles. Also kann die Masse des Balles im Vergleich zu der des Lastwagens null gesetzt werden.)

2. Die Masse m_1 stößt auf die ruhende Masse m_2. Nach dem Stoß bewegen sich beide Körper mit entgegengesetzt gleicher Geschwindigkeit auseinander. Was kann man über das Massenverhältnis der beiden Körper und ihre Geschwindigkeiten nach dem Stoß aussagen?
$\left(m_2 = 3m_1;\ |u_1| = |u_2| = \tfrac{1}{2}v_1\right)$

3. Eine Gewehrkugel trifft kurz nach Verlassen der Mündung mit der Geschwindigkeit $v_0 = 500\,\frac{m}{s}$ auf eine senkrecht aufgehängte kleine Stahlplatte (Länge der Aufhängung $l = 2{,}0\,m$, Plattenmasse $M = 5{,}0\,kg$) und prallt elastisch zurück. Wie stark (Höhe und Winkel) schlägt die aufgehängte Platte aus?
$\left(0{,}2\,m;\,26°\right)$

4.0 Beim U-Bahn-Bau werden zur Abdichtung gegen Grundwasser Eisenschienen $\left(m = 200\,kg\right)$ senkrecht in den Boden gerammt. In einem speziellen Fall trifft eine Masse von $280\,kg$ aus einer Höhe von $1{,}84\,m$ auf eine solche Schiene und treibt sie dabei $2{,}0\,cm$ in den Boden. Betrachte den Vorgang als unelastischen Stoß.

4.1 Welche Geschwindigkeit besitzen beide Massen unmittelbar nach dem Stoß?
$\left(3{,}5\,\frac{m}{s}\right)$

4.2 Innerhalb der $2{,}0\,cm$ werden die beiden Massen auf die Geschwindigkeit $0\,\frac{m}{s}$ abgebremst. Berechne die Verzögerung, die vorhandene Reibungskraft und den Energieverlust.
$\left(-306\,\frac{m}{s^2};\,2100\,J\right)$