§ 5 Energie

Die besprochenen Formen der Arbeit führen zu einer Änderung des Energieinhalts eines Körpers.

Definition: Energie ist die in einem Körper gespeicherte Arbeit.

$$\boxed{W = \Delta E = E_n - E_v}$$

Die Energie eines Körpers ist eine skalare Größe und kann in verschiedenen Formen auftreten. Eine dieser Formen ist die mechanische Energie eines Körpers, die wiederum zwei unterschiedliche Erscheinungsformen besitzt.

5.1 Kinetische Energie

Die Energie, die ein Körper aufgrund seines Bewegungszustandes besitzt, nennt man seine kinetische Energie. Befindet sich ein Körper in Ruhe, so ist seine kinetische Energie null. Um ihn von diesem Ausgangszustand auf die Geschwindigkeit v zu beschleunigen, muss die Beschleunigungsarbeit $W_{\text{Beschl.}} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m\underbrace{v_0^2}_{=0} = \frac{1}{2}mv^2$ aufgebracht werden. Diese Beschleunigungsarbeit ist dann in Form von kinetischer Energie im Körper gespeichert.
Es gilt:

$$W_a = \Delta E = E_{kin_n} - \underbrace{E_{kin_v}}_{0} = E_{kin_n} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{da } v_0 = 0$$

Somit folgt für die kinetische Energie:

$$\boxed{E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2}$$

$$\left[E_{kin}\right] = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} = N \cdot m = J$$

Bei positiver Beschleunigungsarbeit wächst die kinetische Energie, bei negativer Beschleunigungsarbeit nimmt die kinetische Energie ab.

5.2 Potentielle Energie

Man unterscheidet zwei Formen potentieller Energie

<u>*5.2.1 Die potentielle Energie der Erdanziehung (Lageenergie)*</u>

Die Energie, die ein Körper auf Grund seiner Lage (Höhe) hat nennt man potentielle Energie. Befindet sich der Körper auf der Erdoberfläche, so ist seine potentielle Energie null. Um ihn von der Erdoberfläche $(h_0 = 0)$ auf die Höhe h zu bringen muss die Hubarbeit $W_{Hub} = m \cdot g \cdot (h - h_0)$ aufgebracht werden. Diese Hubarbeit ist dann in Form von potentieller Energie im Körper gespeichert.
Es gilt:

$$W_{Hub} = \Delta E = E_{pot_n} - \underbrace{E_{pot_v}}_{0} = E_{pot_n} = mgh$$

Somit folgt für die potentielle Energie:

$$\boxed{E_{pot} = mgh}$$

$$\left[E_{pot}\right] = \frac{kg \cdot m \cdot m}{s^2} = N \cdot m = J$$

5.2.2 Die potentielle Energie der Elastizität (Spannenergie einer Feder)

Die Energie, die ein Körper an einer gespannten Feder hat nennt man potentielle Energie (Spannenergie). Befindet sich die Feder im ungedehnten Zustand, so ist seine potentielle Energie null. Um ihn von der Dehnung $s_0 = 0$ auf die Dehnung s zu bringen muss die Spannarbeit $W_{Spann} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot \left(s^2 - s_0^2\right)$ aufgebracht werden. Diese Spannarbeit ist dann in Form von potentieller Energie im Körper gespeichert.
Es gilt:

$$W_{Spann} = \Delta E = E_{pot_n} - \underbrace{E_{pot_v}}_{0} = E_{pot_n} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2$$

Somit folgt für die potentielle Energie der Feder:

$$\boxed{E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot D \cdot s^2}$$

$$\left[E_{pot}\right] = \frac{N \cdot m^2}{m} = N \cdot m = J$$

5.3 Wärmeenergie

Reibungsarbeit erhöht die Temperatur eines Körpers und ändert damit die innere Energie des Körpers (ist keine mechanische Energie).

5.4 Der Energieerhaltungssatz der Mechanik

In einem abgeschlossenen System, in dem nur konservative Kräfte wirken, ist die mechanische Gesamtenergie unveränderlich. Die Summe aus potentieller und kinetischer Energie ist zu jeder Zeit bzw. in jedem Bahnpunkt konstant. Es gilt:

$$\boxed{E_{Ges} = E_{pot} + E_{kin} = konst.}$$

$$\boxed{E_{Ges}^{voher} = E_{Ges}^{nachher}}$$

<u>Abgeschlossenes System</u>: Ein System heißt abgeschlossen, wenn zwischen den Körpern des Systems nur Kräfte wirken, die von den Körpern des Systems ausgehen. Diese Kräfte bezeichnet man als innere Kräfte.
<u>Innere konservative Kräfte</u>: Die Arbeit, die die Kräfte verrichten führt nur zu einer Umwandlung von kinetischer in potentieller Energie und umgekehrt. Die mechanische Energie bleibt erhalten.
Reibungskräfte sind keine konservativen Kräfte.

Aufgaben:

1. Ein Auto der Masse $m = 1,0\,t$ fährt mit der Geschwindigkeit von $72\,\frac{km}{h}$ ($144\,\frac{km}{h}$). Berechnen Sie die kinetische Energie des Fahrzeuges und bestimmen Sie die Höhe, aus der es senkrecht herunterfallen müsste um die gleiche Energie zu erhalten.

2. Mit der Geschwindigkeit von $18\,\frac{km}{h}$ fährt ein Auto gegen eine Betonwand und wird dabei um $0,50\,m$ zusammengedrückt (Knautschzone). Welche Kraft wird dabei auf einen angegurteten Insassen mit der Masse 75 kg ausgeübt, wenn die Kraft während des Abbremsvorgangs konstant ist?

3.0 Die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs der Masse $m = 1200\,kg$ wird erhöht. Berechnen Sie die zugehörige Beschleunigungsarbeit, wenn das Fahrzeug

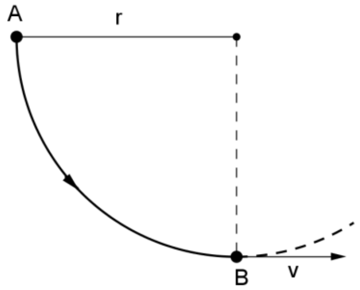
3.1 von $v_0 = 80\,\frac{km}{h}$ auf $v_1 = 100\,\frac{km}{h}$ beschleunigt wird.

3.2 von $v_1 = 100\,\frac{km}{h}$ auf $v_2 = 120\,\frac{km}{h}$ beschleunigt wird.

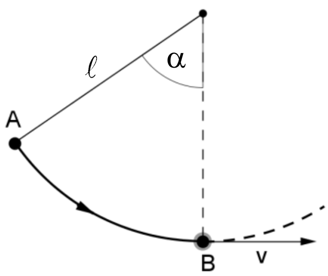
3.3 Zeichnen Sie für $0 \le v \le 120\,\frac{km}{h}$ das zugehörige $v - E_{kin} - \text{Diagramm}$.

4.0 Eine kleine Metallkugel hängt an einem 80 cm langen Faden. Die Kugel befindet sich zuerst im Punkt A und wird dann losgelassen.

4.1 Berechnen Sie die Geschwindigkeit mit der die Kugel durch B schwingt !



5. Eine Kugel, welche an einem Fadenpendel der Länge ℓ hängt wird um den Winkel α ausgelenkt und dann losgelassen. Berechne Sie allgemein die Geschwindigkeit v der Kugel im Punkt B.



6.0 Eine Kugel der Masse $m = 2,0\,kg$ rollt auf der horizontalen Strecke AB mit der konstanten Geschwindigkeit von $v_0 = 6,0\,\frac{m}{s}$. Bei B kommt die Kugel in eine nach oben führende Rinne BCD von Halbkreisform mit dem Radius $r = 0,50\,m$. Die Reibung und die Rotationsenergie der Kugel sollen vernachlässigt werden.

6.1 Berechnen Sie, welche Geschwindigkeit die Kugel im Punkt C bzw. D hat. In welche Richtung zeigt der Geschwindigkeitsvektor?

6.2 Dieselbe Kugel wird mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 6{,}0\,\frac{m}{s}$ senkrecht nach oben geworfen. Ermitteln Sie, welche Geschwindigkeit die Kugel in einer Höhe von $h = 1{,}0\,m$ hat? In welcher Höhe kehrt die Kugel um?

6.3 Welche Fallgeschwindigkeit hat die Kugel, nachdem Sie wieder $1{,}0m$ heruntergefallen ist?

7.0 Eine Federpistole kann mit der Kraft $F = 50\,N$ gespannt werden, wobei die Feder dabei um $s = 8{,}0\,cm$ verkürzt wird.

7.1 Welche maximale Steighöhe erreicht ein senkrecht abgeschossener Pfeil mit der Masse $m = 20\,g$?

7.2 Welche Energieumwandlungen spielen sich bei dem Vorgang ab?

7.3 Welche Anfangsgeschwindigkeit hat das Geschoss?

8. Auf einer Tischplatte ist eine lotrechte Spiralfeder $\left(D = 40\,\frac{N}{cm}\right)$ befestigt. Senkrecht über der Feder hängt eine Kugel $\left(m = 400g\right)$ in der Höhe $1{,}2m$. Diese Höhe ist vom oberen Federende bis zum tiefsten Kugelpunkt gemessen. Nun fällt die Kugel auf die Feder und staucht sie. (Seitliches Verbiegen ist durch eine Führung ausgeschlossen)
Berechne die maximale Stauchung s_{max} der Feder.

9. Ein Schifahrer $\left(m = 75\,kg\right)$ fährt einen Hang aus einer Höhe von 50m herunter $\left(\alpha_{ab} = 25°\right)$ und den gegenüberliegenden Hang bis zu einer Höhe von 40m wieder hinauf $\left(\alpha_{auf} = 25°\right)$. Wie groß ist die mittlere Reibungskraft und die mittlere Reibungszahl, wenn der Gesamtweg $s = 500\,m$ beträgt?

10. Ein Eisenbahnzug von $m = 4{,}0 \cdot 10^5\,kg$ wird abgebremst und vermindert auf einer Strecke von $x = 1{,}0\,km$ seine Geschwindigkeit von $v_0 = 7{,}0\,\frac{m}{s}$ auf $v_1 = 4{,}0\,\frac{m}{s}$. Wie groß war die Bremskraft und die dem System verlorengegangene Energie?

$$2a_B s = v_1^2 - v_0^2 \Rightarrow a_B = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2s}$$

$$F_B = ma_B = m\frac{v_1^2 - v_0^2}{2s} = 4{,}0 \cdot 10^5\,kg \cdot \frac{(4{,}0\,\frac{m}{s})^2 - (7{,}0\,\frac{m}{s})^2}{2 \cdot 1000m} = -6600N = -6{,}6 \cdot 10^3\,N$$

$$\Delta E = E_{kin}^n - E_{kin}^v = \tfrac{1}{2}mv_1^2 - \tfrac{1}{2}mv_0^2 = \tfrac{1}{2}m\left(v_1^2 - v_0^2\right)$$

$$\Delta E = \tfrac{1}{2} \cdot 4{,}0 \cdot 10^5\,kg\left(\left(4{,}0\,\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(7{,}0\,\tfrac{m}{s}\right)^2\right) = -6{,}6 \cdot 10^6\,J$$

11.0 Ein Körper wird mit der Geschwindigkeit v_0 senkrecht nach oben geworfen.

11.1 Stelle Sie die kinetische und die potentielle Energie in Abhängigkeit von der Wurfzeit t dar.

11.2 Zeige, dass für den Zeitpunkt, zudem die kinetische Energie genau so groß ist wie die potentielle Energie, gilt:

$$t_{1/2} = \left(1 \pm \tfrac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot \tfrac{v_0}{g}$$

12. Welche Anfangsgeschwindigkeit v_0 hat ein senkrecht nach oben abgeschossenes Teilchen, wenn in der Höhe $h = 2000\,\mathrm{m}$ kinetische und potentielle Energie gleich groß sind?

13. Eine Kugel fällt aus einer bestimmten Höhe frei herunter und kommt am Boden mit der Geschwindigkeit v an. In welcher Zwischenhöhe h_1 hat sie gerade den halben Betrag der Endgeschwindigkeit? Geben Sie h_1 in Abhängigkeit von h an.