

§ 2 Bewegung mit konstanter Beschleunigung

Aufgaben:

1. Beim Testen verschiedener Pkws wurden diese von

a) 0 auf $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ in 8,0s

$$a = 2 \frac{7}{9} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 2,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) 0 auf $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ in 12,3s

$$a \approx 2,26 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

c) $80 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ auf $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ in 15,5s (im fünften Gang)

$$a \approx 0,72 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

gebracht. Berechne die Beschleunigung der Fahrzeuge.

2. Eine Lokomotive erhält aus dem Stillstand eine konstante Beschleunigung von $0,750 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Nach welcher Zeit hat sie die Geschwindigkeit $65,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ erreicht?

$$t \approx 24,1\text{s}$$

3. Ein Porsche fährt mit einer Geschwindigkeit von $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Innerhalb von 3,0s kann das Fahrzeug komplett abgebremst werden. Berechne seine Verzögerung.

$$a = -9,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

- 4.0 Der Ferrari von Michael Schumacher beschleunigt in 2,81s von 0 auf $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

- 4.1 Welche Strecke legt er dabei zurück?

$$v(t) = at + v_0 \Rightarrow a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{100 \frac{\text{km}}{\text{h}} - 0 \frac{\text{km}}{\text{h}}}{2,81\text{s}} = \frac{(100 : 3,6) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,81\text{s}} = 9,89 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} at^2$$

0 0

$$x(2,81\text{s}) = \frac{1}{2} \cdot 9,89 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,81\text{s})^2 = 39,0\text{m}$$

- 4.2 Welche Strecke legt er zurück, wenn er sein Fahrzeug mit einer Verzögerung von $12,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ von $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ auf 0 abbremst?

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \Rightarrow x = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{\left(\left(100 : 3,6\right) \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot \left(-12,0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = \underline{\underline{32,2\text{m}}}$$

5.0 Eine U-Bahn fährt mit einer konstanten Beschleunigung von $0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ an. Die Zeitzählung beginnt bei der Ortsmarke Null.

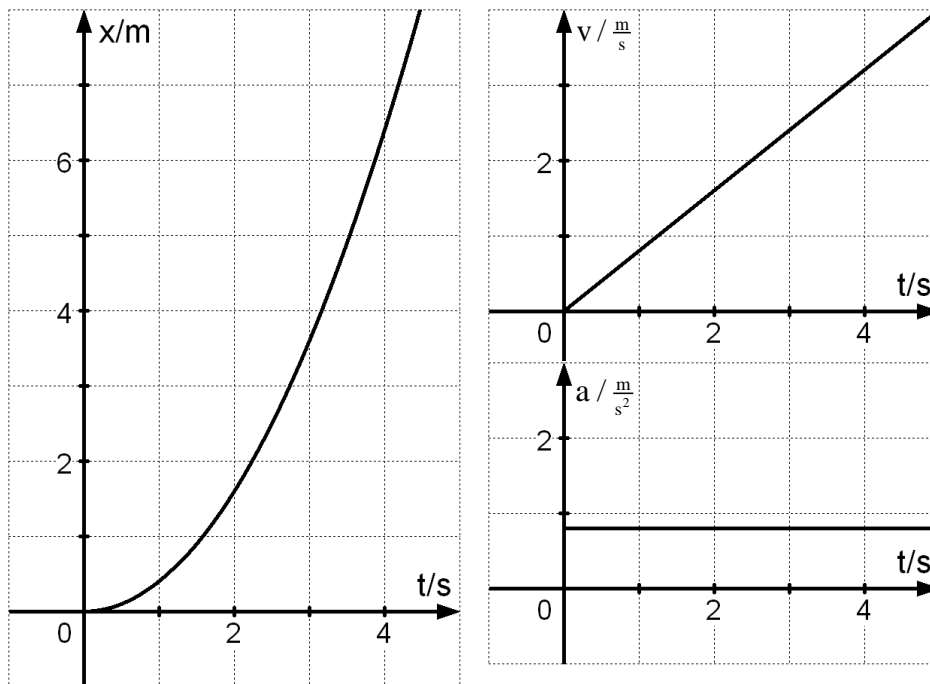
5.1 Gib die Zeit-Orts-Funktion, die Zeit-Geschwindigkeits-Funktion und die Zeit-Beschleunigungsfunktion für die Bewegung an.

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} a t^2 \quad \Rightarrow \quad x(t) = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$v(t) = a \cdot t + v_0 = a \cdot t \quad \Rightarrow \quad v(t) = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

$$a(t) = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

5.2 Zeichne das t-x-Diagramm, das t-v-Diagramm und das t-a-Diagramm für $0 \leq t \leq 5 \text{ s}$.



6.0 Ein Körper wird aus der Ruhe in 2,0 min mit konstanter Beschleunigung auf die Geschwindigkeit $12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gebracht.

6.1 Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf und berechnen Sie den bis dahin zurückgelegten Weg.

Anschließend fährt der Körper mit konstanter Geschwindigkeit weiter.

$$\text{Es gilt: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{120 \text{s} - 0 \text{s}} = 0,10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \Rightarrow \quad a_1(t) = 0,10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_1(t) = 0,10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t$$

$$x_1(t) = 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$$

$$x_1(120 \text{s}) = 0,05 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (120 \text{s})^2 = 720 \text{ m}$$

6.2 Stellen Sie für die Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit die entsprechenden Bewegungsgleichungen auf.

$$a_2(t) = 0$$

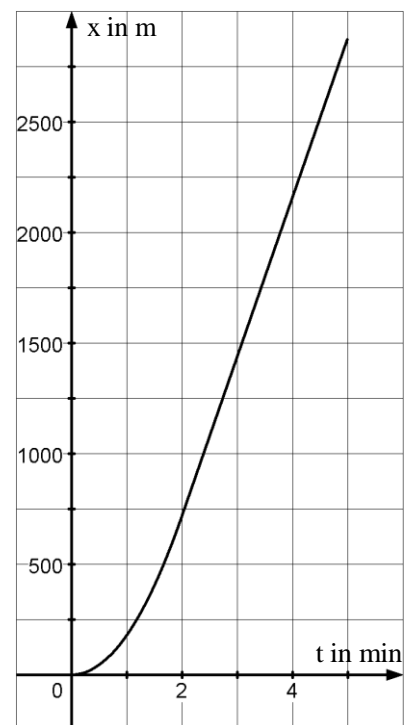
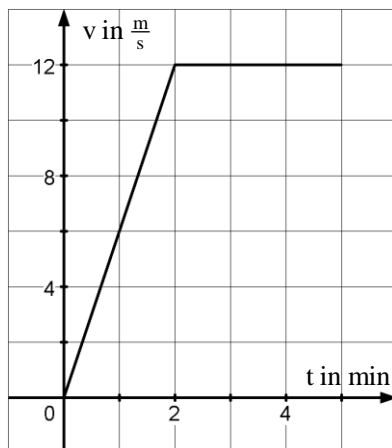
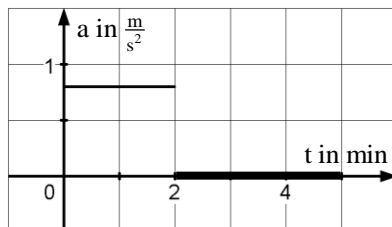
$$v_2(t) = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x_2(t) = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t + 720 \text{ m}$$

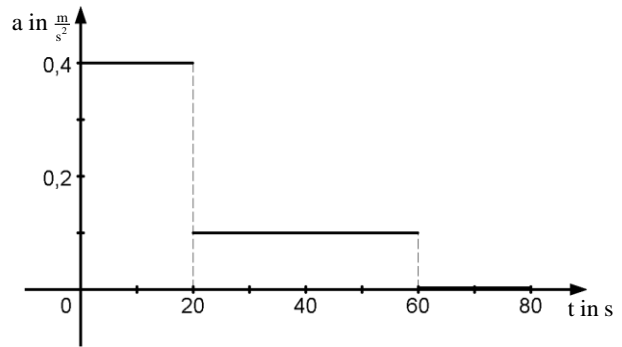
- 6.3 Berechnen Sie den Weg, den der Körper nach einer Gesamtfahrzeit von 5,0min zurückgelegt hat.

$$x_2(180\text{s}) = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 180\text{s} + 720 \text{ m} = 2,88 \text{ km}$$

- 6.4 Zeichnen Sie zu diesen beiden Bewegungsvorgänge ($0 \leq t \leq 5,0 \text{ min}$) das Zeit-Beschleunigungs-Diagramm, das Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm und das Zeit-Orts-Diagramm.



- 7.0 Ein Zug fährt an. Die Abhängigkeit seiner mittleren Beschleunigung von der Zeit gibt folgendes Diagramm an.
- 7.1 Berechne die Geschwindigkeiten, die der Zug nach 20s, 60s und 80s hat, und zeichne auch das t-v-Diagramm.

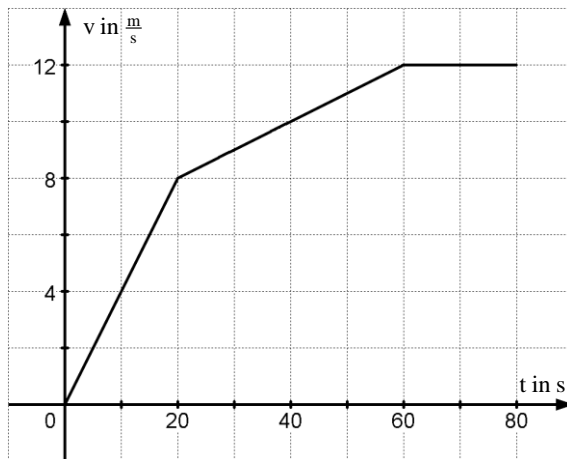


$$\text{Es gilt: } v(t) = a \cdot t + v_0$$

$$v(20\text{s}) = 20\text{s} \cdot 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 8,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(60\text{s}) = (60\text{s} - 20\text{s}) \cdot 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 8,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v(80\text{s}) = (80\text{s} - 60\text{s}) \cdot 0 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



- 7.2 Berechne mithilfe des t-v-Diagramms den zurückgelegten Weg für die gleichen Zeitpunkte.

Es gilt: Den zurückgelegten Wert erhält man durch Flächenberechnung

$$x_1 = \frac{1}{2} \cdot 20\text{s} \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 80\text{m}$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 40\text{s} + 8,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 40\text{s} = 400\text{m}$$

$$x_3 = 20\text{s} \cdot 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 240\text{m}$$

$$x_G = 80\text{m} + 400\text{m} + 240\text{m} = 720\text{m}$$

8. Beim Abschuss eines Geschosses tritt eine mittlere Beschleunigung von $a = 4,5 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ auf. Das Geschoss wird auf einem $x = 80\text{cm}$ langen Weg beschleunigt. Berechne die Endgeschwindigkeit in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, die das Geschoss nach dieser Beschleunigungsstrecke hat, und die dazu benötigte Zeit.

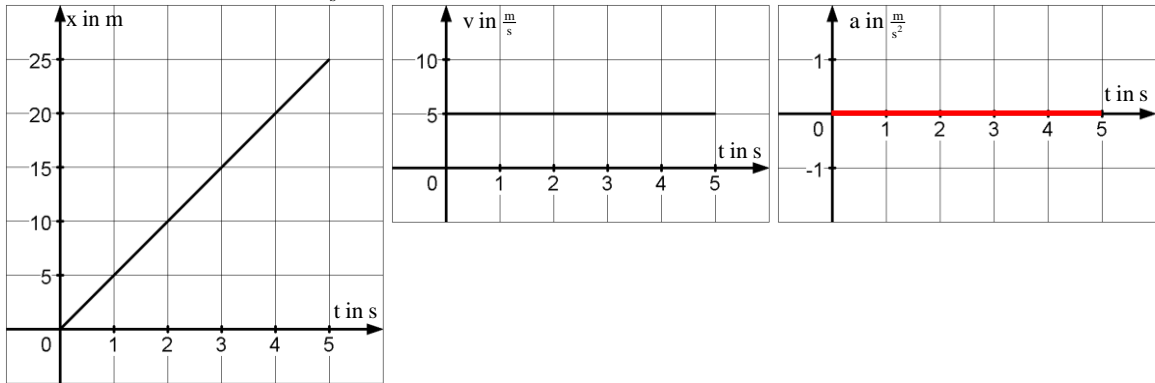
$$v^2 - v_0^2 = 2ax \quad \overset{v_0=0}{\Rightarrow} \quad v^2 = 2ax \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{2ax}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 4,5 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,80\text{m}} = 8,5 \cdot 10^2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \hat{=} 3,1 \cdot 10^3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

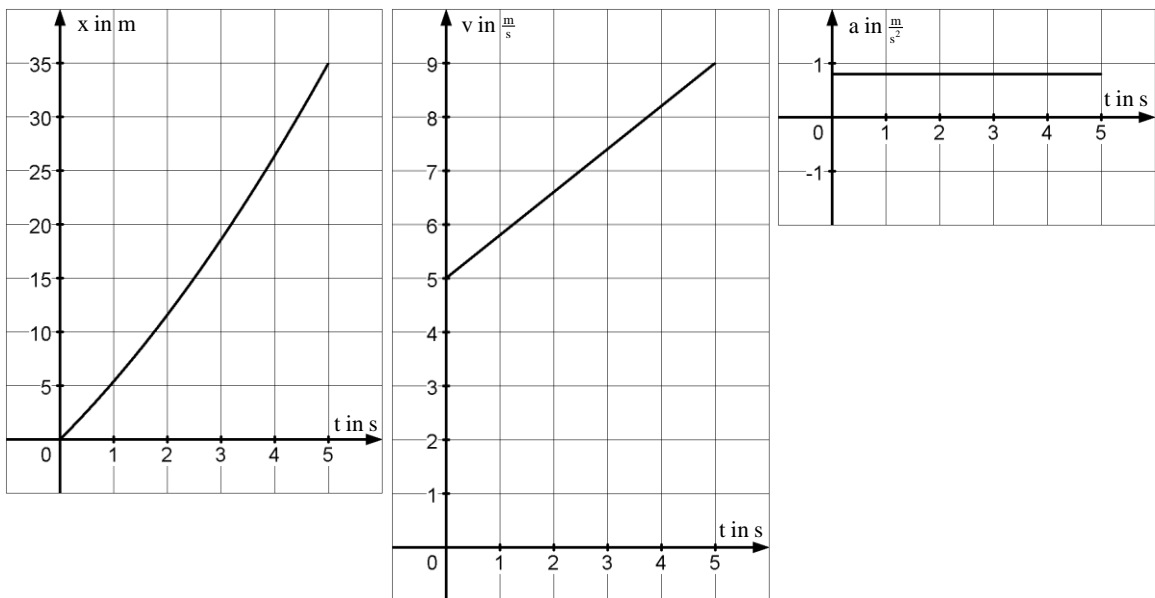
$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad \Rightarrow \quad x(t) = \frac{1}{2} at^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2x}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,80\text{m}}{4,5 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{s}$$

9.0 Zeichne das t-x-, t-v- und t-a-Diagramm im Zeitintervall $0 \leq t \leq 5\text{s}$ für eine Bewegung mit der konstanten

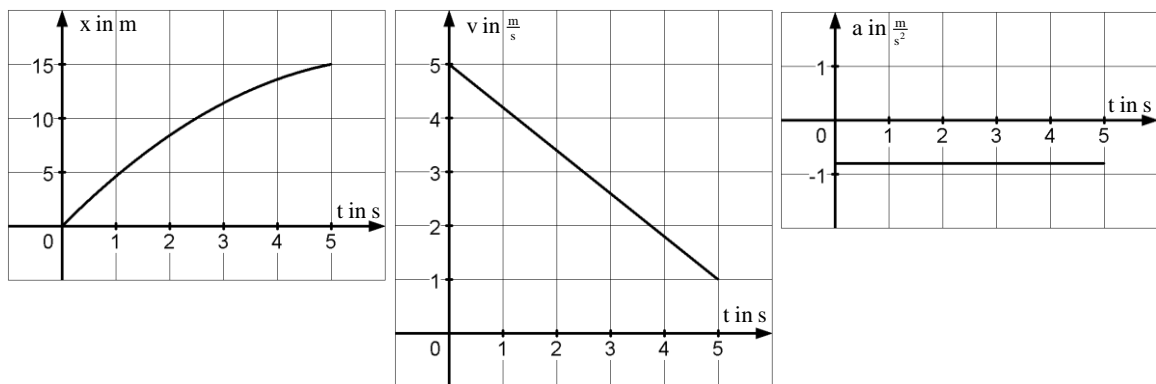
9.1 Geschwindigkeit von $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



9.2 Beschleunigung $0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und der Anfangsgeschwindigkeit $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



9.3 Verzögerung $0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ und der Anfangsgeschwindigkeit $5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



10. Ein Wagen wird gleichmäßig abgebremst und durchfährt dabei in 20s eine Strecke von 0,46km Länge; er hat dann die Geschwindigkeit $18 \frac{m}{s}$. Berechne die Anfangsgeschwindigkeit und die Beschleunigung des Wagens

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v(t) = at + v_0$$

In jeder Gleichung hat man zwei Unbekannte (Gleichungssystem, zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten → Mathematik!)

Man löst eine Gleichung nach einer Unbekannten auf

$$v(t) = at + v_0 \Rightarrow v_0 = v - at$$

und setzt dies in die zweite Gleichung ein.

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 + (v - at)t$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + vt - at^2$$

$$x = -\frac{1}{2}at^2 + vt$$

$$\frac{1}{2}at^2 = vt - x$$

$$a = \frac{2(vt - x)}{t^2}$$

$$a = \frac{2(18 \frac{m}{s} \cdot 20s - 460m)}{(20s)^2} = -0,50 \frac{m}{s^2}$$

und dies nun wieder in die erste Gleichung:

$$v_0 = v - at = 18 \frac{m}{s} - (-0,50 \frac{m}{s^2}) \cdot 20s = 28 \frac{m}{s}$$

11. Ein Pkw wird von der Geschwindigkeit $65 \frac{km}{h}$ auf $5,0 \frac{km}{h}$ gleichmäßig abgebremst; er legt dabei eine Strecke von 30m zurück. Berechne die Bremsdauer.

$$v^2 - v_0^2 = 2ax \Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2x} = \frac{(5,0 : 3,6 \frac{m}{s})^2 - (65,0 : 3,6 \frac{m}{s})^2}{2 \cdot 30m} = -5,40 \frac{m}{s^2}$$

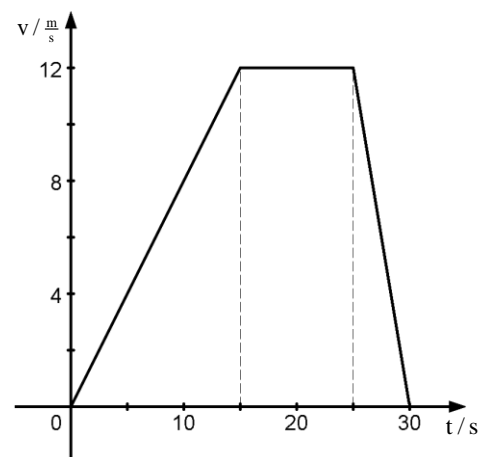
$$v(t) = at + v_0 \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{(5,0 : 3,6 \frac{m}{s}) - (65,0 : 3,6 \frac{m}{s})}{-5,40 \frac{m}{s^2}} \approx 3,1s$$

12.0 Gegeben ist folgendes t-v-Diagramm

12.1 Erkläre aus dem t-v-Diagramm den Bewegungsablauf

12.2 Zeichne nach Berechnung geeigneter Werte der Beschleunigung das t-a-Diagramm.

12.3 Zeichne nach Berechnung geeigneter Werte des Ortes das t-x-Diagramm für $x(0) = 0$



- 13 Der kleine Schumi katapultiert seinen BMW vom Start aus mit einer Beschleunigung von $11,0 \frac{m}{s^2}$ auf eine Geschwindigkeit von $38,5 \frac{m}{s}$. Um in die erste Kurve einzufahren muss er aber sein Auto auf eine Geschwindigkeit von $90 \frac{km}{h}$ abbremsen. Für diesen Bremsvorgang benötigt er lediglich 50,0 Hundertstel Sekunden. Er fährt nun 1,60s lang mit konstanter Geschwindigkeit durch die Kurve. Am Ende der Kurve beschleunigt er sein Fahrzeug auf einer Strecke von 250m, bis er eine Geschwindigkeit von $270,0 \frac{km}{h}$ erreicht hat. Aufgrund eines auf der Rennstrecke stehenden Zuschauers verzögert er seinen Boliden mit $25,0 \frac{m}{s^2}$ bis er zum Stillstand kommt.
- 13.1 Welche Strecke vom Start aus hat Klein-Schumi zurückgelegt, wenn er genau vor dem Zuschauer zum Stehen kommt?
- 13.2 Wie lange hat, bis zum Stillstand seines Fahrzeuges das Rennen gedauert?
- 13.3 Zeichne für den Rennverlauf ein t-a, ein t-v und ein t-x-Diagramm.

14. Ein Radfahrer mit einer Geschwindigkeit von $18 \frac{km}{h}$ überholt ein parkendes Auto.

- a) Sofort
b) 15s später

fährt das Auto mit einer Beschleunigung von $0,70 \frac{m}{s^2}$ an.

Nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit überholt das Auto den Radfahrer? Welche Strecke hat das Auto bis dahin zurückgelegt? Kontrolliere die Berechnung im Zeit-Ort-Diagramm.

15. Ein Stein wird von einem 100m hohen Turm fallen gelassen. Wie groß ist seine Fallzeit und welche Geschwindigkeit hat er bei seinem Aufprall?

Wählt man als Bezugsniveau die Erdoberfläche, dann gilt:

$$h(t) = h_0 - \frac{1}{2}gt^2 \text{ und } v(t) = -gt$$

Für die Fallzeit t_{Fall} gilt:

$$h(t_{\text{Fall}}) = h_0 - \frac{1}{2}gt_{\text{Fall}}^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_{\text{Fall}}^2 = h_0 \Rightarrow t_{\text{Fall}} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100m}{9,81 \frac{m}{s^2}}} = \underline{\underline{4,52s}}$$

Für die Aufprallgeschwindigkeit v_A gilt:

$$v_A = v(t_{\text{Fall}}) = -gt_{\text{Fall}} = -g \cdot \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = -\sqrt{2h_0g} = -\sqrt{2 \cdot 100m \cdot 9,81 \frac{m}{s^2}} = \underline{\underline{-44,3 \frac{m}{s}}}$$

Das Minuszeichen sagt aus, dass die Geschwindigkeit nach unten gerichtet ist.

Der Betrag der Aufprallgeschwindigkeit beträgt somit: $|v_A| = 44,3 \frac{m}{s}$.

16. Ein Stein wird aus einer Höhe von 50m fallen gelassen. Um wie viele Sekunden später muss man einen zweiten Stein aus einer Höhe von 25m fallen lassen, damit beide zur gleichen Zeit auf dem Boden aufschlagen?

Für den freien Fall gilt: $h(t) = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$

$$h(t_{\text{Fall}}) = h_0 - \frac{1}{2}gt_{\text{Fall}}^2 = 0 \Rightarrow t_{\text{Fall}} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

Für die Fallzeit t_1 aus einer Höhe von $h_0 = 50m$ gilt: $t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 50m}{9,81 \frac{m}{s^2}}} = 3,2s$

Für die Fallzeit t_2 aus einer Höhe von $h_0 = 25\text{ m}$ gilt: $t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 25\text{ m}}{9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 2,3\text{ s}$

Da $t_1 > t_2$ muss man den zweiten Stein aus einer Höhe von 25 m um $\Delta t = t_1 - t_2 = 3,2\text{ s} - 2,3\text{ s} = 0,9\text{ s}$ später fallen lassen.

17. Ein Stein wird mit einer Geschwindigkeit von $8,0\frac{\text{m}}{\text{s}}$ senkrecht nach oben geworfen. Wie hoch steigt der Stein und wie lange benötigt er dazu? Wie lange benötigt der Stein bis er wieder auf dem Boden aufschlägt? Mit welcher Geschwindigkeit schlägt er auf dem Boden auf?

Für die Steigzeit t_{Steig} gilt:

$$v(t_{\text{Steig}}) = v_0 - gt_{\text{Steig}} = 0 \Rightarrow t_{\text{Steig}} = \frac{v_0}{g} = \frac{8,0\frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,82\text{ s}$$

Daraus erhält man nun die maximale Flughöhe h_{max} :

$$h_{\text{max}} = h(t_{\text{Steig}}) = v_0 t_{\text{Steig}} - \frac{1}{2} g t_{\text{Steig}}^2 = v_0 \frac{v_0}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g} \right)^2 = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{(8,0\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 3,3\text{ m}$$

Für die komplette Flugzeit t_{Flug} gilt: $t_{\text{Flug}} = 2 \cdot t_{\text{Steig}} = 2 \cdot \frac{v_0}{g} = 2 \cdot \frac{8,0\frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1,6\text{ s}$

Die Aufprallgeschwindigkeit beträgt $v_A = -v_0 = -8,0\frac{\text{m}}{\text{s}}$

18. Ein Stein wird mit einer Geschwindigkeit von $6,5\frac{\text{m}}{\text{s}}$ nach oben geworfen. Gleichzeitig wird ein zweiter Stein von einem Turm fallen gelassen. Wie hoch muss der Turm sein, damit beide zur gleichen Zeit auf den Boden aufprallen?

Die Flugzeit eines Steins beim senkrechten Wurf nach oben erhält man aus der Lösung der Gleichung

$$h(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$
$$t \cdot (v_0 - \frac{1}{2} g t) = 0$$

1. Lösung: $t_0 = 0$ (das ist der Startzeitpunkt)

2. Lösung: $v_0 - \frac{1}{2} g t = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{2v_0}{g} = \frac{2 \cdot 6,5\frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1,3\text{ s}$

Die Flugzeit $t_1 = 1,3\text{ s}$ entspricht nun genau der Fallzeit eines Steins beim freien Fall aus der Höhe h_0 :

$$h(t_1) = h_0 - \frac{1}{2} g t_1^2 = 0 \Rightarrow h_0 = \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{2v_0^2}{g} = 8,6\text{ m}$$

19. Ein Stein wird aus einer Höhe von 75 m mit einer Geschwindigkeit von $18,0\frac{\text{km}}{\text{h}}$ senkrecht nach unten geworfen. Mit welcher Geschwindigkeit trifft der Stein auf dem Boden auf und wie lange dauert der Fall?

Es handelt sich hier um einen freien Fall mit der Anfangsgeschwindigkeit

$$v_0 = -18,0\frac{\text{km}}{\text{h}} = -5,0\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Für die Zeit-Orts-Funktion gilt: $h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

Die Flugzeit t_{Flug} erhält man durch lösen der Gleichung:

$$h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$$
$$t_{1/2} = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}}{-g} = \frac{v_0 \mp \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}}{g}$$
$$t_{\text{Flug}} = \frac{v_0 \mp \sqrt{v_0^2 + 2gh_0}}{g} = \frac{-5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \mp \sqrt{\left(-5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 75 \text{m}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \begin{cases} (-4,5 \text{ s}) \\ 3,4 \text{ s} \end{cases}$$

Für die Zeit-Geschwindigkeits-Funktion gilt: $v(t) = v_0 - g t$

Berücksichtigt man, dass die Abwurfgeschwindigkeit v_0 nach unten zeigt, also

$$v_0 = -5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$$

Dann folgt für die Aufprallgeschwindigkeit v_A :

$$v_A = v(t_{\text{Flug}}) = v_0 - g t_{\text{Flug}} = -5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3,43 \text{ s} = -39 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

20. Ein Stein prallt nach 1,75s Fallzeit mit einer Geschwindigkeit von $12,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ auf den Boden auf. Aus welcher Höhe und mit welcher Anfangsgeschwindigkeit wurde der Stein geworfen?

Aus der Zeit-Geschwindigkeits-Funktion $v(t) = v_0 - g t$ folgt dann für den Zeitpunkt des Aufpralls auf den Boden:

$$v(t_{\text{Fall}}) = v_0 - g t_{\text{Fall}} = v_A \Rightarrow v_0 = v_A + g t_{\text{Fall}} = -12,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,75 \text{ s} = 5,17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

D.h. der Körper wird mit einer Geschwindigkeit von $5,17 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ nach oben weggeworfen.

Die Fallhöhe h_0 erhält man aus der Zeit-Orts-Funktion $h(t) = h_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$:

$$h(t_{\text{Fall}}) = h_0 + v_0 t_{\text{Fall}} - \frac{1}{2} g t_{\text{Fall}}^2 = 0 \Rightarrow h_0 = \frac{1}{2} g t_{\text{Fall}}^2 - v_0 t_{\text{Fall}}$$

$$h_0 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1,75 \text{ s})^2 - 5,17 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,75 \text{ s} = 5,97 \text{ m}$$

21. Ein Stein wird senkrecht nach oben geworfen. Nach 3,40s fällt er wieder auf den Boden. Wie hoch ist der Stein geflogen? Mit welcher Geschwindigkeit wurde er senkrecht nach oben geworfen?

Die Abwurfgeschwindigkeit erhält man aus der Zeit-Geschwindigkeits-Funktion $v(t) = v_0 - g t$, denn es gilt:

$$v(t_{\text{Steig}}) = v\left(\frac{1}{2} t_{\text{Flug}}\right) = v_0 - \frac{1}{2} g t_{\text{Flug}} = 0 \Rightarrow v_0 = \frac{1}{2} g t_{\text{Flug}}$$

$$v_0 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3,40 \text{ s} = 16,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

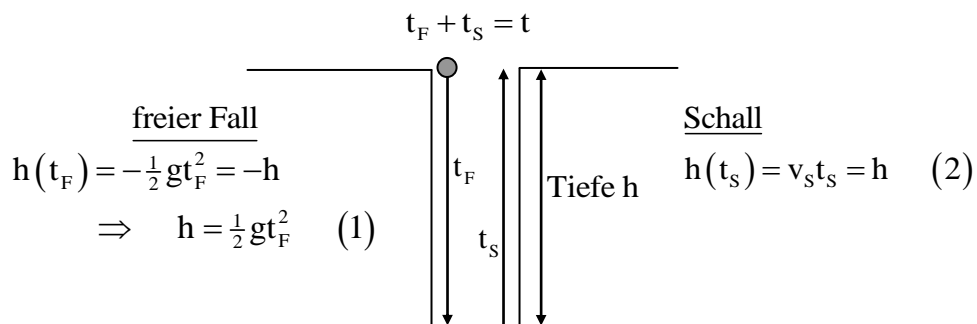
Die maximale Flughöhe h_{max} hat der Stein nach der Steigzeit $t_{\text{Steig}} = \frac{1}{2} t_{\text{Flug}}$ erreicht:

$$h(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$h_{\text{max}} = h(t_{\text{Steig}}) = h\left(\frac{1}{2} t_{\text{Flug}}\right) = \frac{1}{2} v_0 t_{\text{Flug}} - \frac{1}{2} g \left(\frac{1}{2} t_{\text{Flug}}\right)^2 = \frac{1}{4} g t_{\text{Flug}}^2 - \frac{1}{8} g t_{\text{Flug}}^2 = \frac{1}{8} g t_{\text{Flug}}^2$$

$$h_{\text{max}} = \frac{1}{8} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (3,40 \text{ s})^2 = 14,2 \text{ m}$$

22. Man lässt einen Stein in einen Brunnen fallen. Nach 3,00s hört man den Aufprall. Wie tief ist der Brunnen? (Schallgeschwindigkeit $v_s = 331 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)



Da nun der Fallweg des Steines gleich dem Schallweg entspricht setzt man die beiden obigen Gleichungen gleich.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}gt_F^2 &= v_s t_S \\ \frac{1}{2}gt_F^2 &= v_s (t - t_F) \\ \frac{1}{2}gt_F^2 &= v_s t - v_s t_F \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}gt_F^2 + v_s t_F - v_s t = 0$$

Setzt man die Zahlenwerte ein, so erhält man die Gleichung:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t_F^2 + 331 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_F - 331 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 3,0 \text{s} &= 0 \\ 4,905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t_F^2 + 331 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t_F - 993 \text{m} &= 0 \end{aligned}$$

Durch lösen dieser quadratischen Gleichung erhält man:

$$t_{F/2} = \frac{-331 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm \sqrt{(331 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 - 4 \cdot 4,905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (-993 \text{m})}}{2 \cdot 4,905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{-331 \frac{\text{m}}{\text{s}} \pm 359,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \begin{cases} 2,87 \text{s} \\ (-70,4 \text{s}) \end{cases}$$

Da nur die positive Lösung physikalisch sinnvoll ist, gilt für die Fallzeit:

$$t_F = 2,87 \text{s}$$

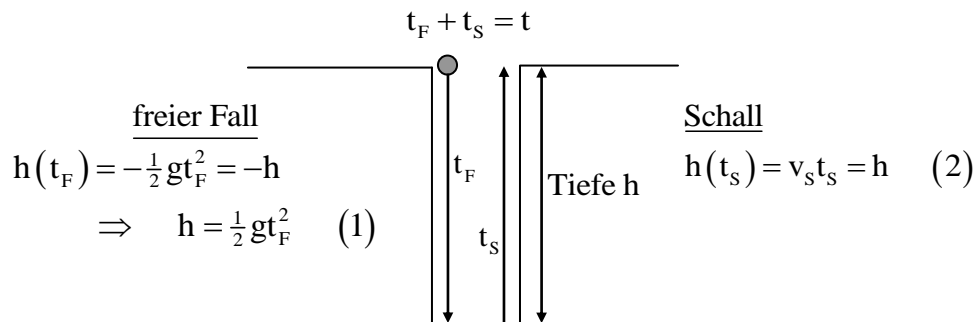
Eingesetzt in die Gleichung (1) erhält man die Tiefe h des Brunnens:

$$h = \frac{1}{2}gt_F^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (2,87 \text{s})^2 \approx \underline{\underline{40,4 \text{m}}}$$

23.0 Höhlenforscher kommen gelegentlich in Situationen, wo sie an einem Abbruch stehen und sich vor ihnen eine gähnende Leere auftut, die mit den mitgeführten Taschenlampen nicht ausleuchtbar ist. Hier besteht die Möglichkeit, Steine in die Tiefe fallen zu lassen und die Zeit t zwischen dem Auslassen des Steines um dem hörbaren Aufschlag des Steines zu stoppen.

23.1 Zeige, dass die Formel zur Berechnung der Tiefe h solcher Höhlenabschnitte die Form

$$\text{hat: } h = \frac{v_s}{g} \cdot \left(v_s + gt - \sqrt{v_s^2 + 2gv_s t} \right)$$



Da nun der Fallweg des Steines gleich dem Schallweg entspricht setzt man die beiden obigen Gleichungen gleich.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}gt_F^2 &= v_s t_S \\ \frac{1}{2}gt_F^2 &= v_s (t - t_F) \\ \frac{1}{2}gt_F^2 &= v_s t - v_s t_F \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}gt_F^2 + v_s t_F - v_s t = 0$$

Durch lösen dieser quadratischen Gleichung erhält man:

$$t_{F/2} = \frac{-v_s \pm \sqrt{v_s^2 + 2gv_s t}}{g}$$

Die physikalisch sinnvolle Lösung ist:

$$t_F = \frac{-v_s + \sqrt{v_s^2 + 2gv_s t}}{g}$$

Diese setzt man nun in (2) ein und erhält:

$$\begin{aligned} h_0 = v_s t_S = v_s (t - t_F) &= v_s \left(t - \frac{-v_s + \sqrt{v_s^2 + 2gv_s t}}{g} \right) = \frac{v_s}{g} \left(gt + v_s - \sqrt{v_s^2 + 2gv_s t} \right) \\ h_0 &= \frac{v_s}{g} \left(v_s + gt - \sqrt{v_s^2 + 2gv_s t} \right) \end{aligned}$$

23.2 Berechne die Tiefe h des senkrechten Absturzes, wenn zwischen dem Loslassen und dem hörbaren Aufschlagen des Steines $t = 2,9\text{s}$ verstreichen und eine Schallgeschwindigkeit von $v_s = 331 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ angenommen wird.

$$h_0 = \frac{331 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \left(331 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2,9\text{s} - \sqrt{\left(331 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 331 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,9\text{s}} \right) \approx 38\text{m}$$

24. Ein Stein wird aus einer Höhe von 10,0m mit einer Geschwindigkeit von $5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ waagrecht weggeworfen. In welcher Entfernung, vom Fußpunkt der Abwurfstelle aus, trifft der Stein auf dem Boden auf. Wie langer benötigt er für seinen Flug und mit welcher Geschwindigkeit und mit welchem Aufprallwinkel trifft der Stein auf dem Boden auf?

Bewegung in x-Richtung: $x(t) = v_0 \cdot t$

Bewegung in y-Richtung: $y(t) = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$ und $v_y(t) = -gt$

Die Flugzeit t_{Flug} entspricht der Fallzeit t_{Fall} des freien Falls. Somit gilt:

$$\begin{aligned} y(t_{\text{Flug}}) &= 0 \\ h_0 - \frac{1}{2}gt_{\text{Flug}}^2 &= 0 \\ t_{\text{Flug}} &= \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \\ t_{\text{Flug}} &= \sqrt{\frac{2 \cdot 10,0 \text{m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} \approx 1,43 \text{s} \end{aligned}$$

Die Entfernung vom Fußpunkt der Abwurfstelle entspricht der Wurfweite x_W . Für diese gilt:

$$\begin{aligned} x_W &= x(t_{\text{Flug}}) \\ x_W &= v_0 \cdot t_{\text{Flug}} \\ x_W &= 5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,43 \text{s} = 7,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Für die Geschwindigkeit, mit welcher er in y-Richtung auf dem Boden auftritt gilt:

$$\begin{aligned} v_y &= v_y(t_{\text{Flug}}) \\ v_y &= -g \cdot t_{\text{Flug}} \\ v_y &= -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1,43 \text{s} \approx -14,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

Somit folgt für die Aufprallgeschwindigkeit v_{eff} :

$$\begin{aligned} v_{\text{eff}} &= \sqrt{v_0^2 + v_y^2} \\ v_{\text{eff}} &= \sqrt{(5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 + (-14,0 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2} \approx 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

und für den Aufprallwinkel α :

$$\tan \alpha = \frac{|v_y|}{v_0} = \frac{14,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow \alpha \approx 70^\circ$$

25. Ein Wasserstrahl tritt waagrecht aus einem Wasserschlauch aus, der sich in einer Höhe von 1,5m befindet. Das Wasser spritzt dabei 8,5m weit. Mit welcher Geschwindigkeit tritt es aus dem Wasserschlauch aus? Unter welchem Winkel trifft es auf die Erdoberfläche?

$$\text{Es gilt: } h(t_{\text{Flug}}) = h_0 - \frac{1}{2}gt_{\text{Flug}}^2 = 0 \Rightarrow t_{\text{Flug}} = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,5 \text{ m}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0,553 \text{ s}$$

$$\text{und } x(t_{\text{Flug}}) = v_0 \cdot t_{\text{Flug}} = x_W \Rightarrow v_0 = \frac{x_W}{t_{\text{Flug}}} = \frac{8,5 \text{ m}}{0,553 \text{ s}} = 15,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_y = -g \cdot t_{\text{Flug}} = -9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,553 \text{ s} = -5,42 \text{ s}$$

$$\tan \alpha = \frac{|v_y|}{v_0} = \frac{5,42 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{15,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow \alpha \approx 19^\circ$$

26.0 Auf die Insel Biyadoo, auf den Malediven, soll ein lebensnotwendiges Medikament geliefert werden. Da die Insel sehr klein und auch sehr abgelegen ist wird der Transport von einem Versorgungsflugzeug übernommen. Das Medikament soll dabei so abgeworfen werden, dass es nicht ins Wasser fällt.

Der Pilot erinnert sich, dass es da eine kleine Nachbarinsel mit dem Namen Villivaru gibt, die 250m weit von Biyadoo entfernt ist. Er beabsichtigt nun die Fracht direkt über dieser Nachbarinsel so abzuwerfen, dass sie direkt auf Biyadoo ankommt. Doch er weiß nicht recht in welcher Höhe er fliegen muss.

26.1 In welcher Höhe muss er fliegen, wenn die Fluggeschwindigkeit $144 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ beträgt?

(Mögliches Zwischenergebnis: $h = 200\text{m}$)

26.2 Wie groß ist die Aufprallgeschwindigkeit und der Aufprallwinkel?

27.0 Ein Porschefahrer fährt auf der Autobahn mit einer Geschwindigkeit von $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Ein Vorrerausfahrendes Auto beginnt plötzlich zu bremsen.

27.1 Wie groß ist der Reaktionsweg, denn der Fahrer in der sogenannten Schrecksekunde zurücklegt?

27.2 Wie groß ist sein Anhalteweg, wenn er sein Fahrzeug mit einer durchschnittlichen Verzögerung von $9,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ abbremst?

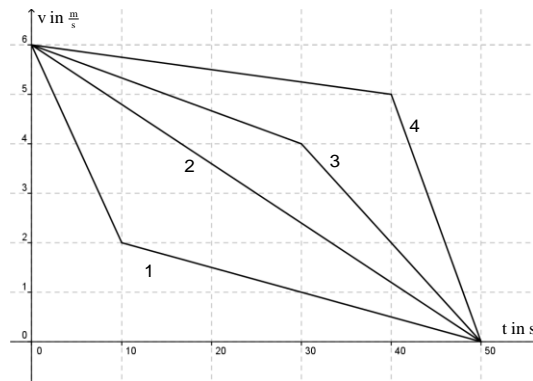
28.0 Anhalteweg = Reaktionsweg + Bremsweg

28.1 Zeige: Im Vergleich zu einer Fahrt mit der Geschwindigkeit von $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ verdoppelt sich bei $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ der Bremsweg.

28.2 Wo der $50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -Fahrer zum Stehen kommt, fährt der $70 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ -Fahrer noch mit welcher Geschwindigkeit?

Ergänzende Aufgaben:

29.0 Das folgende t-v-Diagramm zeigt die Bewegung von vier Autos.



29.1 Welche der folgenden Aussagen sind richtig. Begründen Sie kurz ihre Antwort.

- Jedes Fahrzeug hat die gleiche Anfangsgeschwindigkeit.
- Die Fahrzeiten der Fahrzeuge sind gleich.
- Die Geschwindigkeit nimmt in allen vier Fällen ab.
- Jede Bewegung ist eine gleichmäßige Verzögerung.

29.2 Begründen Sie zunächst ohne Rechnung, welches Fahrzeug den kürzesten Bremsweg hat. Berechnen Sie den Bremsweg der vier Fahrzeuge.

30.0 Ein Körper wird aus der Höhe h_0 fallen gelassen.

30.1 Zeigen Sie, dass dieser Körper die erste Hälfte der Strecke in einer Zeit von $t_1 = \sqrt{\frac{h_0}{g}}$ zurücklegt.

Für den freien Fall gilt: $h(t) = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$

Für die Flugzeit t_1 der ersten Hälfte der Strecke h_0 gilt dann:

$$h(t_1) = h_0 - \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}h_0 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_1^2 = \frac{1}{2}h_0 \Rightarrow t_1^2 = \frac{h_0}{g} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{h_0}{g}}$$

30.2 Ermitteln Sie, welchen prozentualen Anteil die Flugzeit der zweiten Hälfte der Strecke in Bezug auf die gesamte Fallzeit ausmacht.

$$\text{Für die Fallzeit } t_F \text{ gilt: } h(t_F) = h_0 - \frac{1}{2}gt_F^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}gt_F^2 = h_0 \Rightarrow t_F^2 = \frac{2h_0}{g} \Rightarrow t_F = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$$

Somit folgt für den prozentualen Anteil der Flugzeit t_2 der zweiten Hälfte der Strecke:

$$\frac{t_2}{t_F} = \frac{t_F - t_1}{t_F} = 1 - \frac{t_1}{t_F} = 1 - \frac{\sqrt{\frac{h_0}{g}}}{\sqrt{\frac{2h_0}{g}}} = 1 - \frac{\sqrt{\frac{h_0}{g}}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{h_0}{g}}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{2} = \underline{\underline{29,3\%}}$$