§ 1 Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit

Aufgabe 1: Ein LkW fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von $v = 65\,\frac{km}{h}$.

a) Welchen Weg legt er dabei in einer Zeit von $t = 8{,}5\,min$ zurück?

Geg.: $v = 65\,\frac{km}{h} = 18\frac{1}{18}\,\frac{m}{s}$; $t = 8{,}5\,min = 510\,s$; $x_0 = 0$

Ges.: x

$$x(t) = x_0 + v \cdot t \overset{x_0=0}{=} v \cdot t = 18\tfrac{1}{18}\,\tfrac{m}{s} \cdot 510s = 9208\tfrac{1}{3}\,m \approx \underline{\underline{9{,}2km}}$$

b) In welcher Zeit legt er eine Strecke von $x = 110\,km$ zurück?

Geg.: $v = 65\,\frac{km}{h}$; $x = 110\,km$

Ges.: t

$$x(t) = x_0 + v \cdot t \overset{x_0=0}{\Rightarrow} t = \frac{x}{v} = \frac{110km}{65\,\frac{km}{h}} = 1\tfrac{9}{13}\,h \approx \underline{\underline{1{,}7h}}$$

Aufgabe 2: Eine Strecke von $s = 300\,km$ soll mit einem Wagen zurückgelegt werden. Vergleiche die dazu benötigte Zeit, wenn

a) die Geschwindigkeit immer $75\,\frac{km}{h}$ beträgt.

Geg.: $x = 300km$; $v = 75\,\frac{km}{h}$

Ges.: t

$$x(t) = x_0 + v \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v} = \frac{300km}{75\,\frac{km}{h}} = \underline{\underline{4{,}0h}}$$

b) wenn eine Hälfte des Weges mit $50\,\frac{km}{h}$, die andere mit $100\,\frac{km}{h}$ zurückgelegt wird?

Geg.: $x_G = 300km$; $x_1 = 150km$; $v_1 = 50\,\frac{km}{h}$; $x_2 = 150km$; $v_2 = 100\,\frac{km}{h}$

Ges.: t

$$t = t_1 + t_2 = \frac{x_1}{v_1} + \frac{x_2}{v_2} = \frac{150km}{50\,\frac{km}{h}} + \frac{150km}{100\,\frac{km}{h}} = \underline{\underline{4{,}5h}}$$

c) ein viertel der Fahrzeit mit $50\,\frac{km}{h}$, die restliche Fahrzeit mit $100\,\frac{km}{h}$ gefahren wird?

Geg.: $v_1 = 50\,\frac{km}{h}$; $v_2 = 100\,\frac{km}{h}$

x_1 x_2

Ges.: t

$$x_G = x_1 + x_2 = v_1 \cdot \tfrac{1}{4} t + v_2 \cdot \tfrac{3}{4} t = \tfrac{t}{4} \cdot \left(v_1 + 3v_2\right)$$

$$t = \frac{4x_G}{v_1 + 3v_2} = \frac{4 \cdot 300km}{50\,\frac{km}{h} + 3 \cdot 100\,\frac{km}{h}} = 3\tfrac{3}{7}\,h \approx \underline{\underline{3{,}4\,h}} \quad \left(3h\ 25\,min\ 43s\right)$$

Aufgabe 3: Ein Mopedfahrer, welcher 2,0km von Freising entfernt ist, bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von $50\,\frac{km}{h}$ geradlinig von Freising weg.

a) Welche Entfernung von Freising hat der Mopedfahrer nach einer Fahrzeit von 12min?

Geg.: $x_0 = 2{,}0km$; $v = 50\,\frac{km}{h}$; $t = 12\,min = \frac{1}{5}\,h$

$$x(t) = x_0 + v \cdot t$$

$$x(\tfrac{1}{6}\,h) = 2{,}0km + 50\,\tfrac{km}{h} \cdot \tfrac{1}{5}\,h = \underline{\underline{12\,km}}$$

b) Wie lange muss er fahren, bis er 27km von Freising entfernt ist?
Geg.: $v = 50\,\frac{km}{h}$; $x = 27\,km$; $x_0 = 2{,}0\,km$
Ges.: t

$$x(t) = x_0 + v\cdot t \Rightarrow t = \frac{x - x_0}{v} = \frac{27\,km - 2{,}0\,km}{50\,\frac{km}{h}} = \underline{\underline{0{,}50h}} \qquad (= 30\,min)$$

c) Welche Entfernung von Freising hat der Mopedfahrer nach einer Fahrzeit von 12min, wenn er geradlinig Richtung Freising fahren würde?
Geg.: $x_0 = 2{,}0km$; $t = 12\,min = \frac{1}{5}\,h$; $v = -50\,\frac{km}{h}$ *(Das negative Vorzeichen drückt die entgegengesetzte Richtung aus)*
Ges.: x

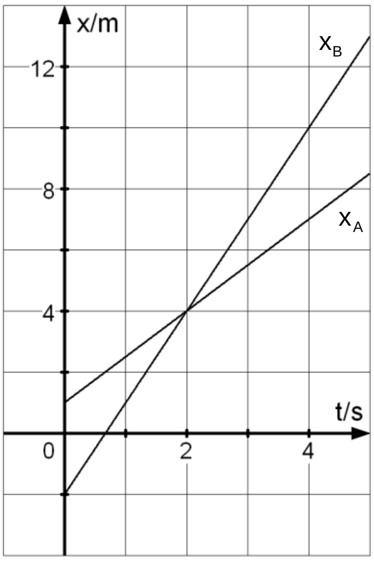
$$x(t) = x_0 + v\cdot t = 2{,}0km - 50\,\frac{km}{h}\cdot\frac{1}{5}\,h = \underline{\underline{-8{,}0\,km}}$$

Der Mopedfahrer fährt also durch Freising und befindet sich in einer Entfernung von 8,0km in entgegengesetzter Richtung.

Aufgabe 4: Zwei Körper A und B bewegen sich auf der gleichen geradlinigen Bahn. Für ihre Zeit-Orts-Funktion gilt:

$$x_A(t) = 1{,}0m + 1{,}5\,\frac{m}{s}\cdot t \qquad \text{für } 0 \le t \le 4{,}0s$$
$$x_B(t) = -2{,}0m + 3{,}0\,\frac{m}{s}\cdot t \qquad \text{für } 0 \le t \le 4{,}0s$$

a) Veranschauliche die beiden Bewegungsvorgänge in einem t-x-Diagramm und beschreibe die Bewegung der beiden Körper.

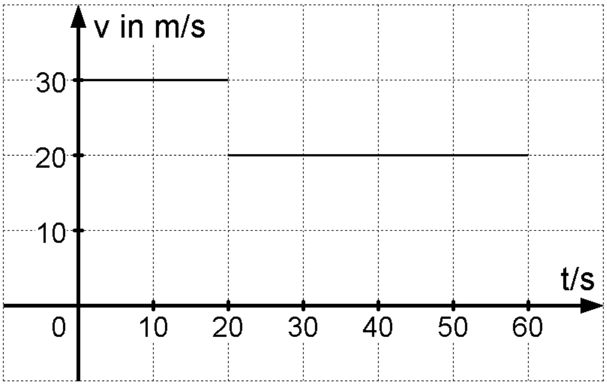


Die beiden Körper fahren an verschiedenen Orten weg. Körper B ist schneller als Körper A und überholt ihn daher nach einer gewissen Zeit.

b) Berechne zu welchem Zeitpunkt t_1 und an welchem Ort x_1 sich die beiden Körper treffen.

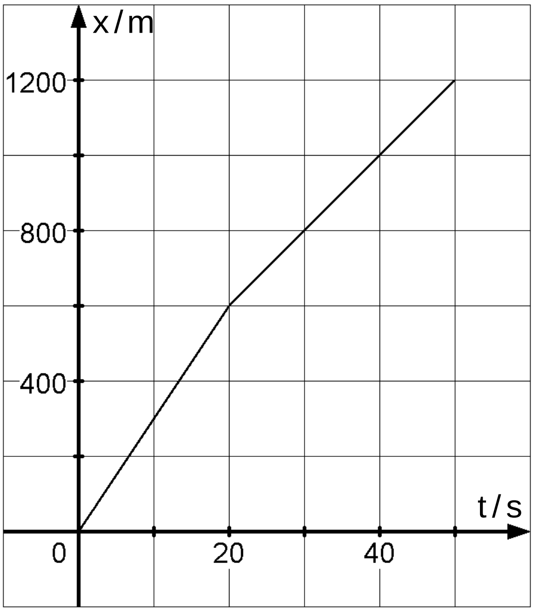
$$x_A(t_1) = x_B(t_1)$$
$$1{,}0\,m + 1{,}5\,\frac{m}{s}\cdot t_1 = -2{,}0m + 3{,}0\,\frac{m}{s}\cdot t_1$$
$$3{,}0\,m = 1{,}5\,\frac{m}{s}\cdot t_1$$
$$t_1 = \underline{\underline{2{,}0\,s}}$$
$$x_1 = x_A(2{,}0\,s) = 1{,}0\,m + 1{,}5\,\frac{m}{s}\cdot 2{,}0\,s = \underline{\underline{4{,}0\,m}}$$

Aufgabe 5: Das skizzierte t-v-Diagramm gibt den Bewegungsablauf eines Körpers wieder.

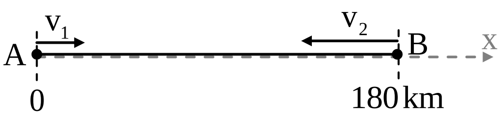


a) Berechnen Sie den Weg, der in 50s zurückgelegt wird!
Im 1. Abschnitt legt er den Weg: $x_1 = 30\,\frac{m}{s} \cdot 20\,s$ zurück.
Im 2. Abschnitt legt er den Weg: $x_2 = 20\,\frac{m}{s} \cdot 30\,s$ zurück.

b) Zeichnen Sie das zugehörige t-x-Diagramm.



Aufgabe 6: Um 13:42 Uhr fährt am Bahnhof A ein Güterzug mit der Geschwindigkeit $v_1 = 35\,\frac{km}{h}$ in Richtung des Bahnhofs B. Zur gleichen Zeit fährt auf dem 180 km entfernten Bahnhof B auf dem Gegengleis ein Schnellzug mit der Geschwindigkeit $v_2 = 115\,\frac{km}{h}$ in Richtung des Bahnhofs A ab. Zu welchem Zeitpunkt und in welcher Entfernung vom Bahnhof A begegnen sich die beiden Züge?



Die beiden Zeit-Ortsfunktionen lauten:

$$x_A(t) = 35\,\tfrac{km}{h} \cdot t$$
$$x_B(t) = -115\,\tfrac{km}{h} \cdot t + 180\,km$$

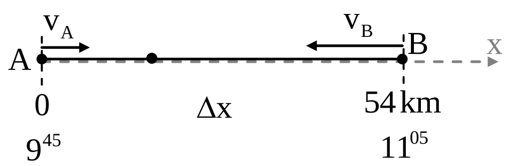
Da sich B in entgegengesetzter Richtung von A bewegt ist hier die Geschwindigkeit negativ,.
Für den Treffpunkt gilt:

$$x_A(t) = x_B(t)$$
$$35\,\tfrac{km}{h} \cdot t = -115\,\tfrac{km}{h} \cdot t + 180\,km$$
$$150\,\tfrac{km}{h} \cdot t = +180\,km$$
$$t = 1{,}2\,h = 72\,min$$

Treffpunkt ist somit um 14:54 Uhr
Berechnung der Entfernung: $x_A(1{,}2\,h) = 35\,\tfrac{km}{h} \cdot 1{,}2\,h = \underline{\underline{42\,km}}$

Aufgabe 7: Die Orte Altenfeld und Brunsbüttel sind 54km voneinander entfernt. Um 9.45Uhr startet Alto in Altenfeld und fährt mit der durchschnittlichen Geschwindigkeit $v_A = 18\,\tfrac{km}{h}$ nach Brunsbüttel. Um 11.05Uhr startet Bruno in Brunsbüttel und fährt mit der durchschnittlichen Geschwindigkeit $v_B = 27\,\tfrac{km}{h}$ Alto entgegen.

a) Gib für beide Bewegungen die Zeit-Orts-Funktion mit eingesetzten Zahlenwerten an.



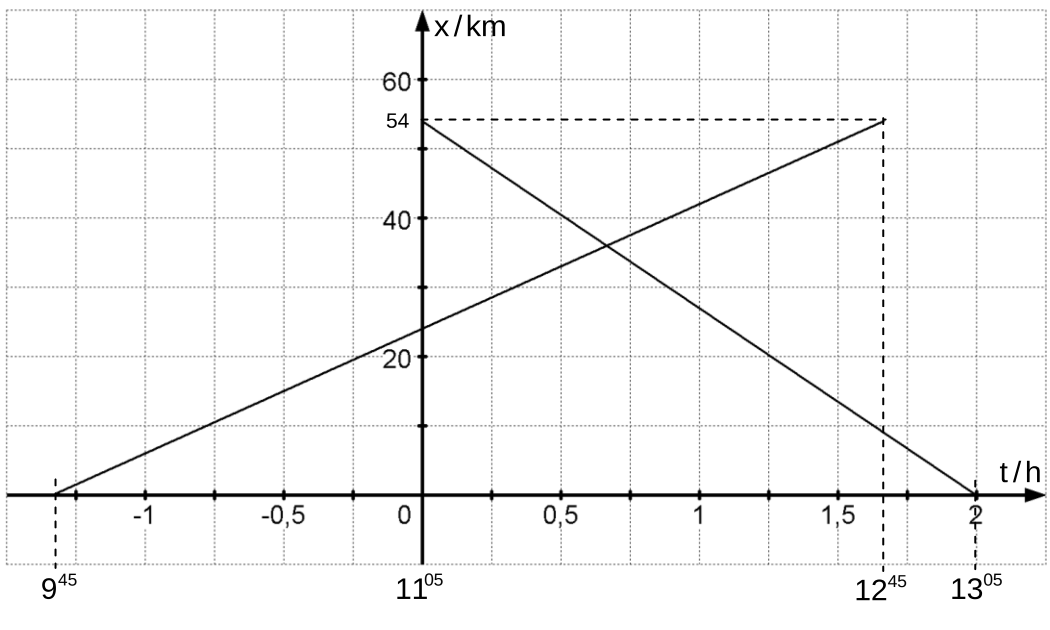
1. Möglichkeit: (Zeitrechnung beginnt um 9.45 Uhr)

$$x_A(t) = v_A \cdot t = 18\,\tfrac{km}{h} \cdot t$$
$$x_B(t) = x_{AB} + v_B \cdot (t - \Delta t) = 54\,km - 27\,\tfrac{km}{h}\left(t - \tfrac{4}{3}h\right) \quad \text{mit } t > \tfrac{4}{3}h$$

2. Möglichkeit: (Zeitrechnung beginnt um 11.05 Uhr)

$$x_A(t) = \Delta x + v_A \cdot t = 24\,km + 18\,\tfrac{km}{h} \cdot t$$
$$x_B(t) = x_{AB} - v_B \cdot t = 54\,km - 27\,\tfrac{km}{h}\,t$$

b) Stelle die beiden Bewegungsvorgänge in einem t-x-Diagramm dar.



c) Ermittle rechnerisch die Uhrzeit sowie den von Alto bis zum Treffpunkt mit Bruno zurückgelegten Weg.

$$x_A(t) = x_B(t)$$
$$24\,\text{km} + 18\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t = 54\,\text{km} - 27\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}\,t$$
$$45\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} \cdot t = 30\,\text{km}$$
$$t = \tfrac{2}{3}\,\text{h} = 40\,\text{min}$$

Treffpunkt ist somit um 11.45 Uhr

$$x_A(\tfrac{2}{3}\,\text{h}) = 24\,\text{km} + 18\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \tfrac{2}{3}\,\text{h} = 36\,\text{km}$$

Aufgabe 8: Zwei Straßenbahnen fahren mit $v_1 = 18\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}$ und $v_2 = 36\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}$ aneinander vorbei. Die Länge der einen Bahn beträgt $l_1 = 26\text{m}$, die der anderen $l_2 = 39\text{m}$.

a) Die beiden Bahnen fahren in entgegengesetzte Richtung. Wie lange dauert es, bis sie vollständig aneinander vorbeigefahren sind?

$$v = \frac{x}{t} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v} = \frac{l_1 + l_2}{v_1 + v_2} = \frac{26\,\text{m} + 39\,\text{m}}{18\,\frac{\text{km}}{\text{h}} + 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{65\,\text{m}}{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 4\tfrac{1}{3}\,\text{s} = \underline{\underline{4{,}3\text{s}}}$$

b) Wie lange wird einem Fahrgast in Bahn 1 bzw. in Bahn 2 durch die jeweils andere Bahn die Sicht versperrt?

$$t_1 = \frac{x}{v} = \frac{l_2}{v_1 + v_2} = \frac{39\,\text{m}}{18\,\frac{\text{km}}{\text{h}} + 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{39\,\text{m}}{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{\underline{2{,}6\,\text{s}}}$$
$$t_2 = \frac{x}{v} = \frac{l_1}{v_1 + v_2} = \frac{26\,\text{m}}{18\,\frac{\text{km}}{\text{h}} + 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{26\,\text{m}}{15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{\underline{1{,}7\,\text{s}}}$$

c) Beide Straßenbahnen fahren nun mit $v_1 = 18\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}$ und $v_2 = 36\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}}$ auf parallelen Gleisen in gleicher Richtung. Zum Zeitpunkt $t = 0\,\text{s}$ hat die schnellere Bahn 2 das Ende der langsameren Bahn 1 erreicht. Nach welcher Zeit und nach welcher Fahrstrecke x_1 bzw. x_2 befinden sich die Spitzen der beiden Bahnen auf gleicher Höhe?

$$t_1 = \frac{x}{v} = \frac{l_1}{v_2 - v_1} = \frac{26\,\text{m}}{36\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 18\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{26\,\text{m}}{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{\underline{5{,}2\,\text{s}}}$$

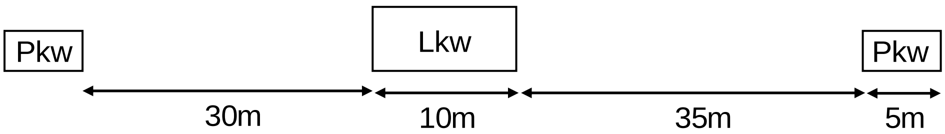
Die Differenz $v_2 - v_1$ nennt man die Relativgeschwindigkeit v_r

$$v_r = v_2 - v_1$$

$$x_1 = t_1 \cdot v_1 = 5{,}2\,\text{s} \cdot 5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} = 26\,\text{m}$$
$$x_2 = t_1 \cdot v_2 = 5{,}2\,\text{s} \cdot 10\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}} = 52\,\text{m}$$

Aufgabe 9: (***Überholvorgänge, Verhalten im Straßenverkehr***)
Ein Lkw (Länge $l_L = 10\text{m}$; $v_L = 72\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$) soll von einem Pkw (Länge $l_P = 5\text{m}$; $v_P = 90\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$) überholt werden. Vor dem Überholvorgang beträgt der Sicherheitsabstand $s_{PL} = 30\text{m}$, nach dem Einscheren $s_{LP} = 35\text{m}$.
Wie lange dauert der Überholvorgang und welche Strecke legt der Pkw dabei zurück? (Die Zeit und der zusätzliche Weg für den zweimaligen Fahrbahnwechsel soll unberücksichtigt bleiben!)

1. Möglichkeit: Betrachtung des Überholvorgangs von der Straße aus.
2 Fahrzeuge bewegen sich $\Rightarrow$ *wird schwierig (so nicht)*
2. Möglichkeit: Betrachtung des Überholvorgangs vom Lkw aus. *(Der Lkw scheint hier still zu stehen)*



Um den Lkw zu überholen muss der Pkw eine Strecke von $x = 30\text{m} + 10\text{m} + 35\text{m} + 5\text{m} = 80\text{m}$ zurücklegen (gemessen von der Vorderseite des Pkw). Seine relative Geschwindigkeit, die er effektiv schneller als der Lkw ist beträgt dabei $v_{rel} = v_P - v_L = 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 20\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Somit folgt für die Überholzeit $t_Ü$:

$$t_Ü = \frac{x}{v_{rel}} = \frac{\text{Summe der Autolängen und Sicherheitsabstände}}{\text{Differenz der Fahrgeschwindigkeiten}}$$

$$t_Ü = \frac{80\text{m}}{5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 16\text{s}$$

Für die Strecke, die der Pkw dabei zurücklegt gilt *(Die Bewegung wird jetzt wieder von der Straße aus betrachtet)*:

$$x_Ü = v_P \cdot t_Ü = 25\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 16\text{s} = 400\text{m}$$

Aufgabe 10: Ein Lkw mit Anhänger (Gesamtlänge 18m), der auf der Autobahn mit der Geschwindigkeit von $80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ fährt wird von einem Lastzug der Länge 14m mit der Geschwindigkeit $85\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ überholt. Berechne die Dauer des Überholvorgangs und die Strecke, die dabei der Lastzug zurücklegt, wenn die Sicherheitsabstände vor und nach dem Überholen je 20m betragen.

$$t_Ü = \frac{x}{v_{rel}} = \frac{18\,\text{m} + 14\,\text{m} + 20\,\text{m} + 20\,\text{m}}{85\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{72\,\text{m}}{(5:3,6)\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} = \underline{\underline{52\,\text{s}}}$$

$$x_L = t_Ü \cdot v_L = 52\,\text{s} \cdot (85:3,6)\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{1,2\,\text{km}}}$$

Aufgabe 11: Ein Pkw (Länge 4,5m) mit Anhänger (Länge 3,7m) fährt auf der Autobahn mit einer Geschwindigkeit von $86\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und wird von einem Motorrad (Länge 1,8m) mit einer Geschwindigkeit von $104\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ überholt. Berechne die Überholstrecke des Motorrads, wenn der Sicherheitsabstand vor dem Überholen 25m und nach dem Überholen 35m beträgt.

$$t_{Ü} = \frac{x}{v_{rel}} = \frac{4{,}5\,m + 3{,}7\,m + 1{,}8\,m + 25\,m + 35\,m}{104\,\frac{km}{h} - 86\,\frac{km}{h}} = \frac{70\,m}{(18:3{,}6)\,\frac{m}{s}} = \underline{\underline{14\,s}}$$

$$x_M = t_{Ü} \cdot v_M = 14\,s \cdot (104:3{,}6)\,\frac{m}{s} = \underline{\underline{0{,}40\,km}}$$

Aufgabe 12: Die Eigengeschwindigkeit eines Bootes sei $v_B = 18{,}0\,\frac{km}{h}$. Die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses beträgt $v_S = 6{,}0\,\frac{km}{h}$ und die Breite b des Flusses 90m. Das Boot fährt senkrecht zum Ufer über den Fluss.

a) Berechne die Fahrzeit, die Abdrift und die resultierende Geschwindigkeit des Bootes.

Fahrzeit: $t = \frac{b}{v_B} = \frac{90\,m}{(18:3{,}6)\,\frac{m}{s}} = 18\,s$

Abdrift: $\tan\alpha = \frac{v_S}{v_B} = \frac{6{,}0\,\frac{km}{h}}{18\,\frac{km}{h}} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 18°$

$\tan\alpha = \frac{s}{b} \quad \Rightarrow \quad s = b \cdot \tan\alpha = 90\,m \cdot \frac{1}{3} = 30\,m$

Gesamtgeschwindigkeit: $v_G = \sqrt{v_S^2 + v_B^2} = \sqrt{\left(6{,}0\,\frac{km}{h}\right)^2 + \left(18{,}0\,\frac{km}{h}\right)^2} \approx 19\,\frac{km}{h}$

b) In welche Richtung muss die Bootsachse zeigen, damit das Boot nicht abgetrieben wird? Wie groß ist nun die Fahrtzeit?

Für den Vorhaltewinkel β gilt: $\sin\beta = \frac{v_S}{v_B} = \frac{6{,}0\,\frac{km}{h}}{18\,\frac{km}{h}} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \quad \beta \approx 19°$

Die Fahrzeit t folgt folgendermaßen:

$v_B^2 = v_S^2 + v_G^2 \quad \Rightarrow \quad v_G = \sqrt{v_B^2 - v_S^2}$

$$t = \frac{b}{v_G} = \frac{b}{\sqrt{v_B^2 - v_S^2}} = \frac{90\,m}{\sqrt{\left(18\,\frac{km}{h}\right)^2 - \left(6{,}0\,\frac{km}{h}\right)^2}} = 19\,s$$

Aufgabe 13: Ein Hubschrauber fliegt 100km von West nach Ost. Die Eigengeschwindigkeit beträgt $216\,\frac{km}{h}$ und es herrscht ein Ostwind der Geschwindigkeit $10\,\frac{m}{s}$.

a) Wie lange braucht der Hubschrauber für Hin- und Rückflug?

$$t_{Ges} = t_{Hin} + t_{Rück} = \frac{x}{v_{Hin}} + \frac{x}{v_{Rück}} = \frac{x}{v_H - v_W} + \frac{x}{v_H + v_W}$$

$$t_{Ges} = \frac{100\,km}{216\,\frac{km}{h} - 36\,\frac{km}{h}} + \frac{100\,km}{216\,\frac{km}{h} + 36\,\frac{km}{h}} = 0{,}95\,h$$

b) Kann der Zeitverlust beim Hinflug (Gegenwind) durch den gleichstarken Rückenwind beim Rückflug wieder aufgeholt werden? Begründe Deine Antwort. (Hinweis: Berechne die Rückflugzeit!)

Zeitverlust beim Hinflug:

$$\Delta t_{\text{Hin}} = t_{\text{m.W}} - t_{\text{o.W}} = \frac{x}{v_H - v_W} - \frac{x}{v_H} = \frac{100\,\text{km}}{216\,\frac{\text{km}}{\text{h}} - 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} - \frac{100\,\text{km}}{216\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}093\,\text{h}$$

Zeitgewinn beim Rückflug:

$$\Delta t_{\text{Rück}} = t_{\text{o.W}} - t_{\text{m.W}} = \frac{x}{v_H} - \frac{x}{v_H + v_W} = \frac{100\,\text{km}}{216\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} - \frac{100\,\text{km}}{216\,\frac{\text{km}}{\text{h}} + 36\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}066\,\text{h}$$

Somit ist der Zeitverlust beim Hinflug größer als der Zeitgewinn beim Rückflug; der Zeitverlust kann somit nicht aufgeholt werden.

c) Wie stark müsste auf dem Rückflug der Wind sein, damit der Zeitverlust nun ausgeglichen werden kann?

$$\Delta t = \frac{x}{v_H} - \frac{x}{v_H + v_W} \quad \Rightarrow \quad v_W = \frac{x}{\frac{x}{v_H} - \Delta t} - v_H = \ldots \approx 54\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \quad \left(\hat{=}\, 15\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \text{ mit } \Delta t = 0{,}093\,\text{h}$$

Aufgabe 14: Ein Dampfer hat stromabwärts die Geschwindigkeit vom Betrag $26{,}64\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$, stromaufwärts bei gleicher Leistungsabgabe der Motoren die Geschwindigkeit vom Betrag $16{,}56\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

a) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Dampfers im stehenden Gewässer?

Es gilt:

$$\begin{aligned} v_{ab} &= v_B + v_F \\ v_{auf} &= v_B - v_F \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} 26{,}64\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} &= v_B + v_F \\ 16{,}56\,\tfrac{\text{km}}{\text{h}} &= v_B - v_F \end{aligned}$$

Durch Addition der beiden Gleichungen erhält man:

$$43{,}2\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 2 \cdot v_B \quad \Rightarrow \quad v_B = 21{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) Wie groß ist der Betrag der Strömungsgeschwindigkeit des Flusses in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$?

Eingesetzt in eine der beiden obigen Gleichungen folgt:

$$26{,}64\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 21{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}} + v_F \quad \Rightarrow \quad v_F = 5{,}04\,\frac{\text{km}}{\text{h}} = 1{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Aufgabe 15: Die Strömungsgeschwindigkeit eines Flusses beträgt $5{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Ein Motorboot soll diesen Fluss mit der resultierenden Geschwindigkeit $7{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ queren. Welche Eigengeschwindigkeit (Betrag und Richtung) besitzt das Motorboot, wenn es den Fluss auf dem kürzesten Weg überquert?

$$v_B^2 = v_S^2 + v_G^2 \quad \Rightarrow \quad v_B = \sqrt{v_G^2 + v_S^2} = \sqrt{\left(7{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2 + \left(5{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2} \approx 8{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Für den Vorhaltewinkel β gilt: $\tan\beta = \frac{v_S}{v_G} = \frac{5{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}}{7{,}0\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{5}{7} \quad \Rightarrow \quad \beta \approx 36°$

Aufgabe 16: Ein Flugzeug legt eine Strecke von 500km zwischen zwei Orten A und B zurück. Die Motorleistung gestattet eine maximale Eigengeschwindigkeit von $360\,\frac{km}{h}$

a) Welche Zeit benötigt das Flugzeug mindestens, um diese Strecke bei Windstille zurückzulegen?

$$v_F = \frac{x}{t} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_F} = \frac{500\,km}{360\,\frac{km}{h}} = 1{,}39\,h \quad (1h\ 23\,min)$$

b) Welche Zeit benötigt das Flugzeug, um diese Strecke zurückzulegen, wenn ein Wind mit der Geschwindigkeit $18{,}0\,\frac{m}{s}$ weht

i) als Gegenwind?

$$t = \frac{x}{v_F - v_W} = \frac{500\,km}{360\,\frac{km}{h} - 18{,}0 \cdot 3{,}6\,\frac{km}{h}} = 1{,}69\,h \quad (1h\ 42\,min)$$

ii) als Rückenwind?

$$t = \frac{x}{v_F - v_W} = \frac{500\,km}{360\,\frac{km}{h} - 18{,}0 \cdot 3{,}6\,\frac{km}{h}} = 1{,}18\,h \quad (1h\ 11\,min)$$

iii) als Seitenwind?

Bei Seitenwind muss vorgehalten werden, somit folgt für die Geschwindigkeit v_G von A nach B:

$$v_G = \sqrt{v_F^2 - v_W^2} = \sqrt{\left(360\,\frac{km}{h}\right)^2 - \left(18{,}0 \cdot 3{,}6\,\frac{km}{h}\right)^2} = 354\,\frac{km}{h}$$

$$t = \frac{x}{v_G} = \frac{500\,km}{354\,\frac{km}{h}} = 1{,}41\,h \quad (1h\ 25\,min)$$

Aufgabe 17: Ein Flugzeug soll mit einer Geschwindigkeit von $324\,\frac{km}{h}$ genau von Süden nach Norden eine Strecke von 800km zurücklegen. Es gerät dabei in einen Ost-Sturm, der mit einer Geschwindigkeit von $28{,}3\,\frac{m}{s}$ bläst.

a) Wie groß wäre die Abweichung von der Nord-Süd-Richtung, wenn der Pilot den Seitenwind nicht wahrnimmt?
b) Welchen Kurs muss der Pilot steuern um den Flughafen im Norden zu erreichen?
c) Welche Geschwindigkeit besitzt das Flugzeug in Süd-Nord-Richtung?

Aufgabe 18: Für die 12.000km lange Strecke von Frankfurt nach Thailand benötigt ein Flugzeug bedingt durch den Gegenwind 16 Stunden. Für den Rückflug benötigt die Maschine bedingt durch den Rückenwind nur 14,5 Stunden.
Berechne die Eigengeschwindigkeit des Flugzeuges sowie die Windgeschwindigkeit.

Aufgabe 19: Ein Radfahrer fährt mit konstanter Geschwindigkeit $v_1 = 10\,\frac{km}{h}$ einen Berg hinauf und mit konstanter Geschwindigkeit $v_2 = 30\,\frac{km}{h}$ die gleiche Strecke hinab.
Berechnen Sie, wie groß ist seine Durchschnittsgeschwindigkeit für die Gesamtstrecke ist?

Aufgabe 20: Zwei Schüler laufen unter einem rechten Winkel in gerader Richtung mit den Geschwindigkeiten $v_1 = 6{,}0\,\frac{m}{s}$ und $v_2 = 8{,}0\,\frac{m}{s}$ auseinander. Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit sie sich voneinander entfernen. Nach welcher Zeit sind sie genau $x = 1{,}0\,km$ voneinander entfernt?

Aufgabe 21: Zwei Personen laufen unter einem rechten Winkel in gerader Richtung mit den Geschwindigkeiten $v_1 = 6{,}0\,\frac{m}{s}$ und $v_2 = 8{,}0\,\frac{m}{s}$ auseinander. Die zweite Person startet dabei $\Delta t = 5{,}0\,min$ nach der ersten Person. Berechnen Sie zunächst, wie weit die beiden nach einer Zeit von $t_1 = 10\,min$ voneinander entfernt sind.
Nach welcher Zeit sind die beiden genau $x = 1{,}0\,km$ voneinander entfernt?