

Bestimmung der Brennweite einer Linse mittels der Methode nach Bessel

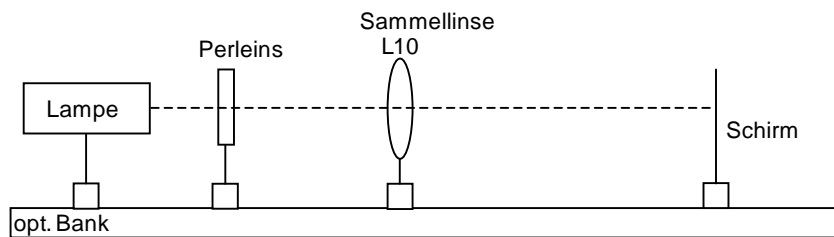
Klasse : _____

Name : _____

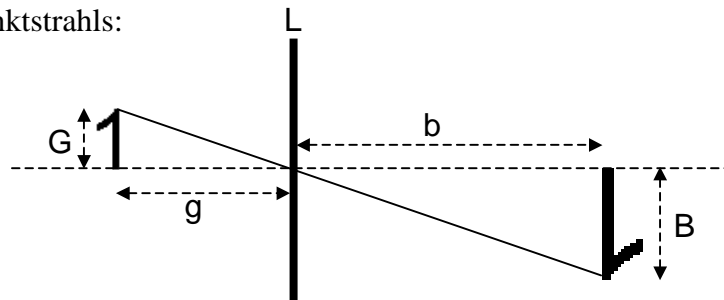
Datum : _____

Um im letzten Versuch des letzten Praktikums die Brennweite einer Linse zu bestimmen wurde folgendermaßen vorgegangen.

Die Sammellinse wurde fest auf die optische Bank gestellt. Zwischen Lampe und Linse wird die Perleins mit der Gegenstandsgröße G in eine Entfernung von g zur Linse gebracht. Der Schirm wurde nun solange verschoben, bis sich auf diesem ein scharfes Bild der Perleins einstellte. Durch Messen der Bildgröße B und der Bildweite b konnte die Brennweite der Linse bestimmt werden.



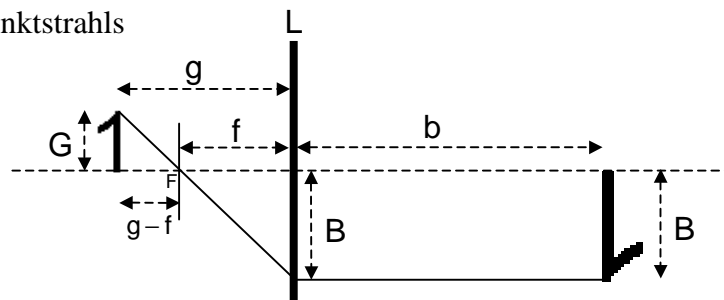
Strahlengang des Mittelpunktstrahls:



Mit Hilfe des Mittelpunktstrahles folgt:

$$\frac{G}{g} = \frac{B}{b} \Rightarrow \frac{G}{B} = \frac{g}{b} \quad (1)$$

Strahlengang des Brennpunktstrahls



Mit Hilfe des Brennpunktstrahls folgt:

$$\frac{G}{g-f} = \frac{B}{f} \Rightarrow \frac{G}{B} = \frac{g-f}{f} \quad (2)$$

Setzt man nun die beiden Gleichungen (1) und (2) gleich, so folgt:

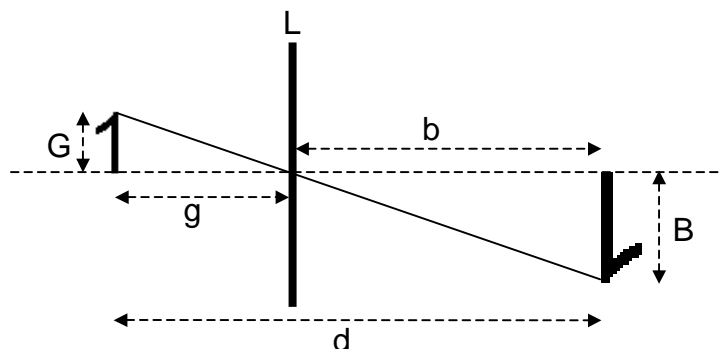
$$\begin{aligned}\frac{g-f}{f} &= \frac{g}{b} \\ (g-f) \cdot b &= g \cdot f \\ g \cdot b - f \cdot b &= g \cdot f \\ g \cdot b &= g \cdot f + f \cdot b \quad (3)\end{aligned}$$

Würde man jetzt durch $(b \cdot f \cdot g)$ dividieren, so würde man das Abbildungsgesetz $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$ erhalten.

Wir haben in oben erwähnten Versuch den Abstand b des Schirms zur Linse so verändert, bis sich schließlich ein scharfes Bild der Perleins auf dem Schirm eingestellt hat.

Es stellt sich nun die Frage, ob man nicht vielleicht auch bei fester Position des Gegenstandes und des Schirmes die Linse hätte so verschieben können, dass man ebenfalls ein scharfes Bild der Perleins auf dem Schirm erhalten hätte.

Es ist also der Abstand d zwischen Gegenstand (Perleins) und dem Bild (Schirm) fest gegeben.



Es gilt:

$$d = g + b \Rightarrow g = d - b$$

Eingesetzt in Gleichung (3) erhält man:

$$\begin{aligned}(d-b) \cdot b &= (d-b) \cdot f + f \cdot b \\ d \cdot b - b^2 &= d \cdot f - b \cdot f + f \cdot b \\ d \cdot b - b^2 - d \cdot f &= 0 \\ b^2 - d \cdot b + d \cdot f &= 0 \quad (4)\end{aligned}$$

eine quadratische Gleichung mit der Unbekannten b .

Für die Lösungen gilt:

$$b_{\frac{1}{2}} = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4 \cdot d \cdot f}}{2}$$

Man erhält jetzt zwei verschiedene Lösungen b_1 und b_2 falls der Term unter der Wurzel definiert ist, also muss gelten:

$$\begin{aligned}d^2 - 4 \cdot d \cdot f &\geq 0 \\ d \cdot (d - 4 \cdot f) &\geq 0\end{aligned}$$

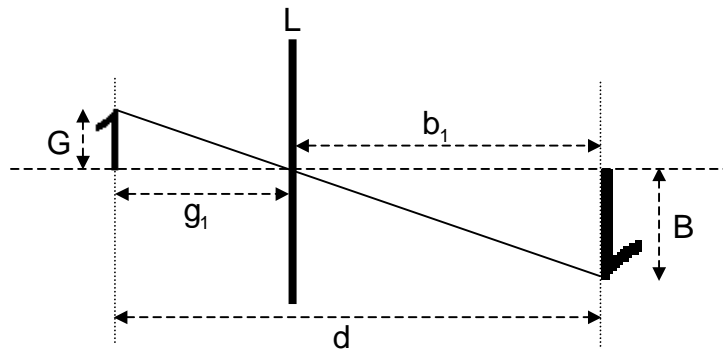
Da $d > 0$ muss also

$$d - 4 \cdot f \geq 0 \Rightarrow d \geq 4 \cdot f$$

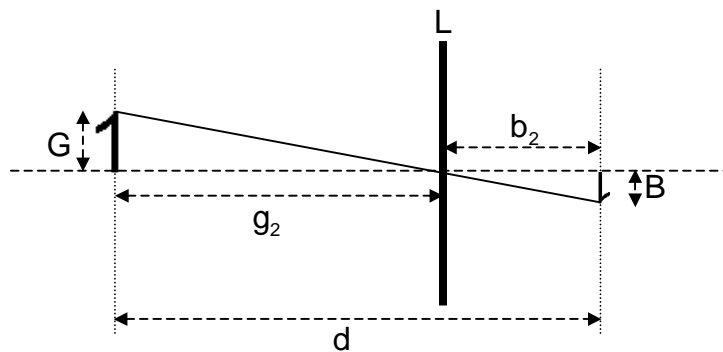
sein. Das heißt also, dass der Abstand zwischen Gegenstand (Perleins) und Bild (Schirm) mindestens dem vierfachen der Brennweite der verwendeten Linse entsprechen muss.

Die beiden Lösungen geben nun die Linsenposition an (Entfernung zum Schirm!)

$$b_1 = \frac{d + \sqrt{d^2 - 4 \cdot d \cdot f}}{2}$$



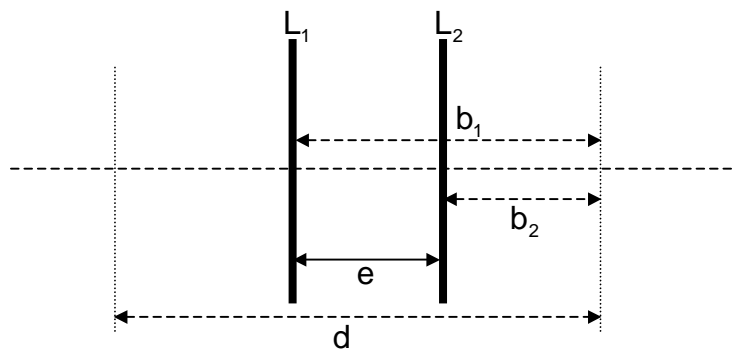
$$b_2 = \frac{d - \sqrt{d^2 - 4 \cdot d \cdot f}}{2}$$



Und nach Gleichung (1) erhält man für b_1 auch das größere Bild.

Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846) erkannte, dass sich dieser Sachverhalt nutzen lässt um die Brennweite einer Linse zu bestimmen.

Kennt man die beiden Linsenpositionen, also die beiden Entfernungen b_1 und b_2 bei denen man ein scharfes Bild auf dem Schirm erhält, so folgt für die Entfernung e dieser beiden Linsenstellungen:



$$e = b_1 - b_2 = \frac{d + \sqrt{d^2 - 4 \cdot d \cdot f}}{2} - \frac{d - \sqrt{d^2 - 4 \cdot d \cdot f}}{2} = \sqrt{d^2 - 4 \cdot d \cdot f}$$

Quadriert man diese Gleichung und löst nach der Brennweite f auf, so folgt:

$$e^2 = d^2 - 4 \cdot d \cdot f$$

$$4 \cdot d \cdot f = d^2 - e^2$$

$$f = \frac{d^2 - e^2}{4 \cdot d}$$

$$f = \frac{d}{4} - \frac{e^2}{4 \cdot d}$$

Eine Formel für die Brennweite f mit relativ einfach zu messenden Größen e und d .

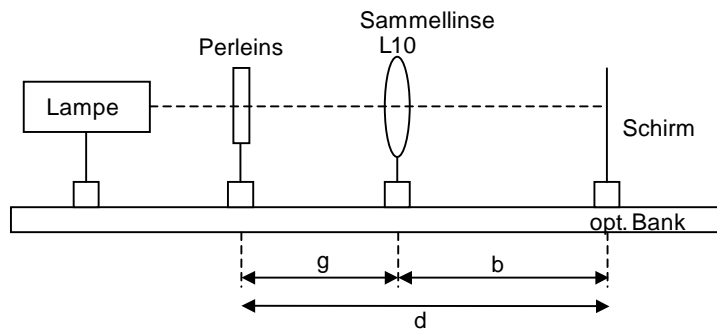
Versuchsziel:

Bestimmung der Brennweite f einer dünnen Sammellinse mittels der Methode nach Bessel.

Benötigte Geräte:

- 1 Optische Scheibe
- 1 Schirm
- 1 Optikleuchte
- 1 Perleins
- 1 Linse L10
- Spannungsversorgung
- Reiter für die optische Bank
- Klemmhalter

Versuchsaufbau:



Versuchsdurchführung:

Stellen Sie die Perleins und den Schirm im Abstand d fest auf die optische Bank. Zwischen Perleins und Schirm wird die Linse verschoben, bis sich auf dem Schirm ein scharfes Bild der Perleins abzeichnet. Die Linse wird weiter verschoben bis sich zum zweiten mal ein scharfes Bild der Perleins auf dem Schirm abzeichnet. Der Abstand e der beiden Linsenpositionen wird gemessen. Tragen Sie zu verschiedene Werten von d die zugehörigen Werte von e in die folgende Messwerttabelle ein.

d in cm	e in cm	f in cm	Δf_i in cm
45			
50			
55			
60			
65			

Ermitteln Sie nun den Mittelwert \bar{f} der Brennweite: $\bar{f} =$

Sowie den absoluten Fehler Δf : $\Delta f =$

Somit folgt für die Brennweite der verwendeten Linse:

$$f = \bar{f} \pm \Delta f =$$

Führen Sie die Brennweitebestimmung bei einer zweiten Linse (L5) durch.

d in cm	e in cm	f in cm	Δf_i in cm
30			
35			
40			
45			
50			

Ermitteln Sie nun den Mittelwert \bar{f} der Brennweite: $\bar{f} =$

Sowie den absoluten Fehler Δf : $\Delta f =$

Somit folgt für die Brennweite der verwendeten Linse:

$$f = \bar{f} \pm \Delta f =$$

Hausaufgabe:

Erklären Sie kurz die Funktionsweise eines Galilei-Fernrohrs bzw. eines Kepler-Fernrohrs. Gehen Sie dabei auch auf deren Vor- und Nachteile sowie auf den Vergrößerungsmaßstab ein.