Ph III – Lösung

1.1 Im homogenen elektrischen Feld zwischen den Platten P_1 und P_2 werden die Protonen durch die elektrische Kraft F_{el} beschleunigt. Die dabei am Proton verrichtete elektrische Arbeit W_{el} entspricht der Zunahme der kinetischen Energie ΔE_{kin} der Protonen. Es gilt:

$$W_{el} = \Delta E_{kin} = E_{kin,P_2} - \underbrace{E_{kin,P_1}}_{\approx 0\,(\text{da } v_0=0)}$$

Für die elektrische Arbeit gilt:

$$W_{el} = F \cdot d = q \cdot E \cdot d = q \cdot \frac{U}{d} \cdot d = q \cdot U$$

$$q \cdot U_B = \tfrac{1}{2} m_p \cdot v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U_B}{m_p}}$$

1.2 Bedingungen dafür, dass sich die Protonen im Magnetfeld auf einem Kreisbogen bewegen:

- Homogenes Magnetfeld mit der (zeitlich konstanten) Flussdichte $\vec{B}$.
- Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ muss senkrecht zur Eintrittsgeschwindigkeit $\vec{v}_B$ der Protonen gerichtet sein $\left(\vec{B} \perp \vec{v}_B\right)$.

Im Magnetfeld hat nur die Lorentzkraft $\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$ Einfluss auf die Bewegung der Protonen. Dabei ist $\vec{v}$ die Bahngeschwindigkeit der Protonen im Magnetfeld
Unter diesen Bedingungen gilt nun:

a) $\vec{v}_B \perp \vec{B} \wedge \vec{F}_L \perp \vec{B} \Rightarrow$ Die Protonen bewegen sich in einer zu $\vec{B}$ senkrechten Ebene. Somit gilt während der gesamten Bewegung der Protonen im Magnetfeld: $\vec{v} \perp \vec{B}$

b) $\vec{F}_L \perp \vec{v} \Rightarrow$ Die die Protonen ablenkende Kraft $\vec{F}_L$ ist stets senkrecht zur Bahnkurve der Protonen gerichtet.

c)
$$\left.\begin{array}{l} \vec{v} \perp \vec{B} \;\Rightarrow\; \text{Es gilt: } F_L = q \cdot v \cdot B \\ \vec{F}_L \perp \vec{v} \;\Rightarrow\; \vec{F}_L \text{ verrichtet keine Arbeit am Proton} \;\Rightarrow\; v = \text{konst.} \\ \text{Magnetfeld ist homogen, } B = \text{konst.} \end{array}\right\} \Rightarrow F_L \text{ ist konst.}$$

Aus a), b) und c) folgt: Die Protonen bewegen sich auf einer Kreisbahn (F_L entspricht der Zentralkraft der kreisförmigen Bewegung).

1.3.1 Es gilt:

$$F_L = F_Z$$

$$q_p \cdot v \cdot B = m_p \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{m \cdot v}{q_p \cdot B} \overset{v=v_B}{=} \frac{m_p \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U_B}{m_p}}}{q_p \cdot B} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot q_p \cdot U_B \cdot m_p^2}{m_p \cdot q_p^2}}}{B} = \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot U_B \cdot m_p}{q_p}}}{B} = \sqrt{\frac{2 \cdot m_p}{q_p}} \cdot \frac{\sqrt{U_B}}{B}$$

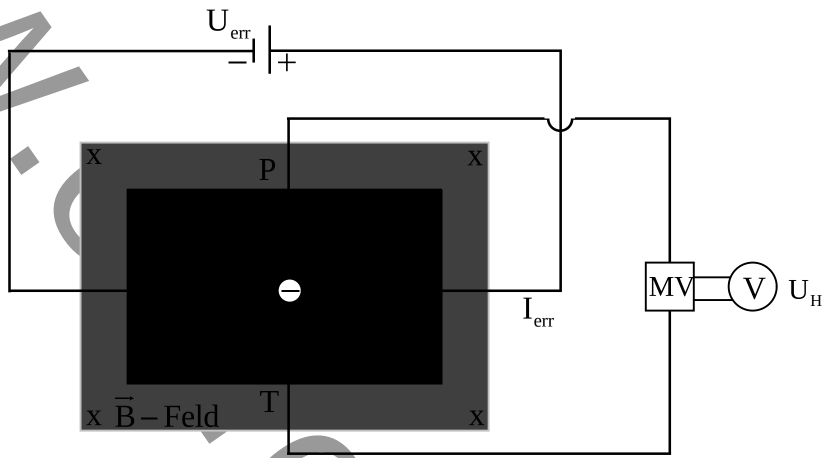
1.3.2

$$r=\sqrt{\frac{2\cdot m_p}{q_p}}\cdot\frac{\sqrt{U_B}}{B}\quad\Rightarrow\quad r^2=\frac{2\cdot m_p}{q_p}\cdot\frac{U_B}{B^2}\quad\Rightarrow\quad\frac{q_p}{m_p}=\frac{2U_B}{r^2\cdot B^2}$$

$$\frac{q_p}{m_p}=\frac{2\cdot 4{,}8\cdot 10^2\,\mathrm{V}}{\left(5{,}3\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}\right)^2\cdot\left(60\cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}\right)^2}=9{,}5\cdot 10^7\,\tfrac{\mathrm{As}}{\mathrm{kg}}$$

Einheitenkontrolle: $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}^2\cdot\mathrm{T}^2}=\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}^2\cdot\frac{\mathrm{V}^2\cdot\mathrm{s}^2}{\mathrm{m}^4}}=\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{V}\cdot\mathrm{s}^2}\cdot\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kg}}=\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{V}\cdot\mathrm{kg}}=\frac{\mathrm{V}\cdot\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}}{\mathrm{V}\cdot\mathrm{kg}}=\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{kg}}$

1.4



Wird eine Metallplättchen, dass freie Ladungselektronen enthält an eine Spannungsquelle U_{err} angeschlossen, so fließt ein Gleichstrom mit konstanter Stärke I_{err}. Legt man nun zusätzlich ein Magnetfeld mit der Flussdichte B (wie in der Skizze dargestellt) an, so wirkt auf die mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ sich bewegenden Elektronen die Lorentzkraft $\vec{F}_L=-e\cdot\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)$. Die Elektronen werden nun zum unteren Rand des Plättchens abgelenkt und erzeugen dort einen Elektronenüberschuss. Da am oberen Rand des Plättchens Elektronenmangel herrscht entsteht ein elektrische Feld mit der Feldstärke $\vec{E}$ (von oben nach unten gerichtet). Durch dieses elektrische Feld erfahren die Elektronen nun zusätzlich zur Lorentzkraft $\vec{F}_L$ eine nach oben gerichtete elektrische Kraft $\vec{F}_{el}=-e\cdot\vec{E}$. Nach sehr kurzer Zeit $\left(t<1\mu s\right)$ sind die beiden Kräfte betragsgleich (stationärer Zustand). Somit gibt es keine weitere Ablenkung von Elektronen nach unten (Es stellt sich wieder ein konstanter Strom I_{quer} ein).

Durch die Ladungstrennung im Plättchen entsteht zwischen den Punkten P und T eine Potentialdifferenz (Hallspannung), die mit einem empfindlichen Spannungsmessgerät gemessen werden kann.

Im stationären Zustand gilt für die Beträge der Lorentzkraft $\vec{F}_L$ und der elektrischen

Feldkraft $\vec{F}_{el}$:

$$F_{el} = F_L$$
$$e \cdot E = e \cdot v \cdot B$$
$$\frac{U_H}{b} = v \cdot B$$
$$U_H = b \cdot v \cdot B \quad \Rightarrow \quad U_H \sim B$$

2.1.1 Da $m_2 < m_1$ gilt:

$$F_a = F_{G_2} - F_{G_1}$$
$$(m_1 + m_2) \cdot a = m_2 \cdot g - m_1 \cdot g$$
$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \cdot g$$
$$a = \frac{180\,g - 120\,g}{180\,g + 120\,g} \cdot 9{,}81\,\tfrac{m}{s^2} = 1{,}96\,\tfrac{m}{s^2}$$

2.1.2 $v_1^2 - \underbrace{v_0^2}_{0} = 2 \cdot a \cdot s \overset{s=h}{\Rightarrow} v_1 = \sqrt{2ah} = \sqrt{2 \cdot 1{,}96\,\tfrac{m}{s^2} \cdot 0{,}180\,m} = 0{,}840\,\tfrac{m}{s}$

2.2.1 Vollkommen unelastischer Stoß:

- Die beim Stoß auftretende Verformung wird nicht zurückgebildet (Energieerhaltungssatz gilt nicht; mechanische Energie wird in Wärme und Verformungsarbeit umgewandelt).
- Die beiden beim Stoß beteiligten Körper bewegen sich nach dem Stoß zusammen mit gemeinsamer Geschwindigkeit weiter.

2.2.2 Es gilt der Impulserhaltungssatz:

$$p_v = p_n$$
$$(m_1 + m_2) \cdot v_1 = (m_1 + m_2 + m_3) \cdot u$$
$$u = \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m_3} \cdot v_1$$
$$u = \frac{120\,g + 180\,g}{120\,g + 180\,g + 260\,g} \cdot 0{,}840\,\tfrac{m}{s} = 0{,}450\,\tfrac{m}{s}$$

2.2.3 $E_{QV} = E_{Ges,\,vorher} - E_{Ges,\,nachher} = \tfrac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v_1^2 - \tfrac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2 + m_3) \cdot u^2$

$$E_{QV} = \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}300\,kg \cdot \left(0{,}840\,\tfrac{m}{s}\right)^2 - \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}560\,kg \cdot \left(0{,}450\,\tfrac{m}{s}\right)^2 = 49{,}1\,mJ$$

2.3 Die resultierende Kraft $\vec{F}_2 = \vec{F}_{G,K_2} + \vec{F}_S$ ist diejenige Kraft, durch die der Körper K_2 beschleunigt wird. Für die Beträge gilt dann:

$$F_2 = F_{G,K_2} - F_S \quad \Rightarrow \quad F_S = F_{G,K_2} - F_2 = m_2 \cdot g - m_2 \cdot a = m_2 (g - a)$$
$$F_S = 0{,}180\,kg \cdot \left(9{,}81\,\tfrac{m}{s^2} - 1{,}96\,\tfrac{m}{s^2}\right) = 1{,}41\,N$$