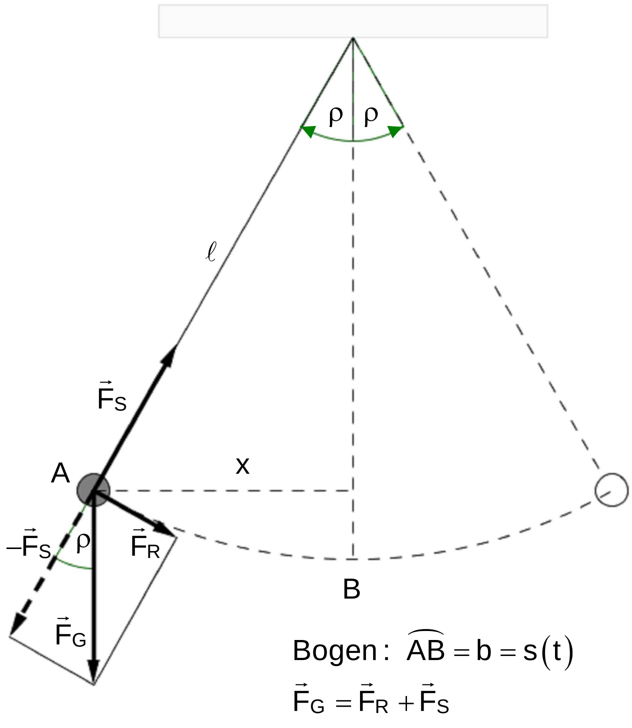
Ph I – Lösung



1.1 Lenkt man einen Pendelkörper der Masse m aus der Ruhelage um den Winkel ρ aus, so lässt sich die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ auf den Pendelkörper in eine Komponente $\vec{F}_S$ (Spannkraft) längs des Fadens und eine Komponente $\vec{F}_R$ (Rückstellkraft) in Richtung der Bahntangente zerlegen. Für die Rückstellkraft gilt:

$$F_R \overset{(1)}{=} F_G \sin(-\rho) = -mg\sin\rho$$

$$F_R \overset{(2)}{=} -mg\sin\left(\frac{s}{l}\right) \overset{(3)}{=} -mg\frac{s}{l}$$

$$F_R = -\frac{mg}{l}s = -D\cdot s$$

mit $D = \frac{mg}{l} = \text{konst.}$

$\Rightarrow$ Federpendel schwingt harmonisch

(1) Da die Auslenkung entgegen der rücktreibenden Kraft gerichtet ist.

(2) Definition des Winkels ρ im Bogenmaß: $\rho = \frac{s}{l}$

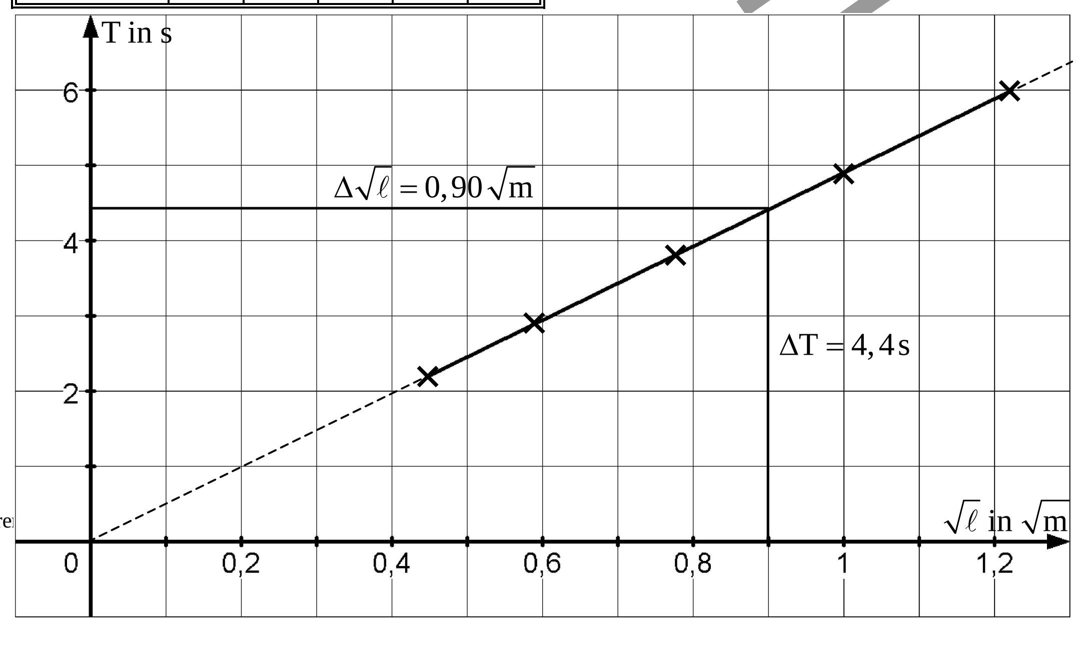
$\left(360° \mathrel{\hat{=}} 2\pi = \frac{2\pi r}{r}; 180° = \pi = \frac{2\pi r\cdot\frac{1}{2}}{r}; 90° = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi r\cdot\frac{1}{4}}{r}\right)$

(3) Der Sinus eines kleinen Winkels kann durch sein Argument angenähert werden.

1.2 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{ml}{mg}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

1.3.1

ℓ in m	0,20	0,35	0,60	1,00	1,50
$\sqrt{\ell}$ in $\sqrt{m}$	0,45	0,59	0,77	1,00	1,22
T in s	2,21	2,92	3,82	4,94	6,04



Im Rahmen der Zeichen- und Messgenauigkeit liegen die Messwerte auf einer Ursprungshalbgeraden, somit gilt:

$$T \sim \sqrt{\ell}$$

1.3.2 Also ist $T = k \cdot \sqrt{\ell}$ mit der Konstanten k.

$$k = \frac{\Delta T}{\Delta \sqrt{\ell}} = \frac{4{,}4\,s}{0{,}90\sqrt{m}} = 4{,}9\,\tfrac{s}{\sqrt{\ell}}$$

1.3.3

$$\left.\begin{array}{l} \text{Ergebnis der Versuchsauswertung}: T = k \cdot \sqrt{\ell} \\ \text{Ergebnis aus Teilaufgabe 1.2}: T = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{\ell}{g_M}} \end{array}\right\} \Rightarrow k \cdot \sqrt{\ell} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g_M}} \quad \Rightarrow \quad k^2 = \frac{4\pi^2}{g_M}$$

$$\Rightarrow \quad g_M = \frac{4\pi^2}{k^2} = \frac{4\pi^2}{\left(4{,}9\,\frac{s}{\sqrt{m}}\right)^2} = 1{,}6\,\tfrac{m}{s^2}$$

1.4.1 An der Mondoberfläche gilt:

$$F_{Gr} = F_{G_M}$$

$$G^* \cdot \frac{m_M \cdot m}{r_M^2} = m \cdot g_M$$

$$m_M = \frac{g_M \cdot r_M^2}{G^*} = \frac{1{,}62\,\frac{m}{s^2} \cdot \left(1{,}74 \cdot 10^6\,m\right)^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{m^3}{kg \cdot s^2}} = 7{,}35 \cdot 10^{22}\,kg$$

1.4.2 Auf der Erdoberfläche gilt:

$$E_{kin} = E_{pot}$$

$$\tfrac{1}{2} m v_0^2 = m \cdot g_E \cdot h_E$$

$$v_0 = \sqrt{2 g_E \cdot h_E} = \ldots = 3{,}13\,\tfrac{m}{s}$$

Auf der Mondoberfläche gilt:

$$E_{kin} = E_{pot}$$

$$\tfrac{1}{2} m v_0^2 = m \cdot g_M \cdot h_M$$

$$h_M = \frac{v_0^2}{2 g_M} = \frac{2 g_E \cdot h}{2 g_M} = \frac{g_E \cdot h}{g_M} = \frac{9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}50\,m}{1{,}62\,\frac{m}{s^2}} = 3{,}0\,m$$

Ein auch sehr schöner Ansatz:
Die Beschleunigungsarbeit auf der Erde ist gleich der Beschleunigungsarbeit auf dem Mond $\left(v_{0,Erde} = v_{0,Mond}\right)$. Somit gilt:

$$W_{Hub,Erde} = W_{Hub,Mond}$$

$$m \cdot g_E \cdot h_E = m \cdot g_M \cdot h_M$$

$$h_M = \frac{g_E \cdot h_E}{g_M}$$

$$h_M = \frac{9{,}81\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}50\,m}{1{,}62\,\frac{m}{s^2}} = 3{,}0\,m$$

1.5.1 Auf der Kreisbahn gilt:

$$F_Z = F_{Gr}$$

$$m_R \cdot r \cdot \omega^2 = G^* \cdot \frac{m_M \cdot m_R}{r^2} \qquad r = r_M + h$$

$$(r_M + h)^3 \cdot \frac{4\pi^2}{T_R^2} = G^* \cdot m_M$$

$$T_R^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (r_M + h)^3}{G^* \cdot m_M}$$

$$T_R = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(r_M + h)^3}{G^* \cdot m_M}}$$

1.5.2 $$T_R = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(r_M + h)^3}{G^* \cdot m_M}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{(1,74 \cdot 10^6\,\text{m} + 160 \cdot 10^3\,\text{m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \cdot 7,35 \cdot 10^{22}\,\text{kg}}} = 7,43 \cdot 10^3\,\text{s} \approx 2,06\,\text{h}$$

$$v_R = \frac{2r\pi}{T} = \frac{2(r_M + h)\pi}{T_R} = \frac{2 \cdot (1,74 \cdot 10^6\,\text{m} + 160 \cdot 10^3\,\text{m}) \cdot \pi}{7,43 \cdot 10^3\,\text{s}} = 1,61 \cdot 10^3\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2.1 Man bringt zwei an isolierenden Griffen befestigte ungeladene Metallplatten so zusammen, dass sie sich (flächendeckend) berühren. Die beiden Plättchen werden nun so in das elektrische Feld des Plattenkondensators geführt und parallel zu den Kondensatorplatten ausgerichtet. Die Leitungselektronen in den Metallplatten werden aufgrund ihrer guten Beweglichkeit durch das vorherrschende elektrische Feld verschoben (Influenz). Die nun ungleichnamig geladenen Plättchen werden noch im elektrischen Feld getrennt und aus dem Feld des Kondensators herausgebracht. Mit Hilfe eines ladungsempfindlichen Messverstärkers wird die Influenzladung Q_i eines Plättchens bestimmt.

Kennt man die Länge ℓ_i und die Breite b_i des Plättchens (was ja leicht zu bestimmen ist), so folgt für die elektrische Feldstärke E:

$$\left.\begin{array}{l} D = \sigma = \varepsilon_0 \cdot E \\ D = \sigma = \dfrac{Q_i}{A} \end{array}\right\} \Rightarrow \varepsilon_0 \cdot E = \frac{Q_i}{A} \quad \Rightarrow \quad E = \frac{Q_i}{\varepsilon_0 \cdot \ell_i \cdot b_i}$$

2.2 $$Q = C \cdot U \quad \Rightarrow \quad C = \frac{Q}{U} = \frac{96 \cdot 10^{-9}\,\text{As}}{8,0 \cdot 10^3\,\text{V}} = 1,2 \cdot 10^{-11}\,\text{F} = 12\,\text{pF}$$

$$W_{el} = \tfrac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 10^{-11}\,\text{F} \cdot (8,0 \cdot 10^3\,\text{V})^2 = 3,84 \cdot 10^{-4}\,\text{J} = 0,38\,\text{mJ}$$

2.3.1 Spannungsquelle bleibt mit dem Kondensator verbunden, somit ist $U = \text{konst.}$

$$W_{el} = \tfrac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \tfrac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U^2 = \underbrace{\tfrac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot A \cdot U^2}_{\text{konst.}} \cdot \frac{1}{d} \quad \Rightarrow \quad W_{el} \sim \frac{1}{d}$$

2.3.2 $\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot A \cdot U^2 \cdot \frac{1}{d_2} - \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot A \cdot U^2 \cdot \frac{1}{d_1} = \underbrace{\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot A \cdot U^2}_{\text{konst.}} \cdot \underbrace{\left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right)}_{<0 \text{ da } d_2 > d_1} < 0$

$\Rightarrow$ Der Energieinhalt des C-Feldes nimmt beim Auseinanderziehen der Platten ab.

Außerdem wird hier auch beim Auseinanderziehen der Platten mechanische Arbeit zugeführt.

Mit dem Energieerhaltungssatz ist dies nur vereinbar, wenn diese elektrische Feldenergie und die zugeführte mechanische Arbeit über die Spannungsquelle an das öffentliche Netz abgegeben werden.