2006 III Lösung

1.1.1 Im Luftspalt zwischen den Polschuhen des Elektromagneten ist das Magnetfeld vom magnetischen Nordpol zum magnetischen Südpol gerichtet. Da das Magnetfeld keine Quellen und keine Senken hat, müssen die Feldlinien im Elektromagneten weiterlaufen und geschlossen sein. Somit ist in der Feldspule das Magnetfeld von rechts nach links gerichtet. Blickt man von links auf die Versuchsanordnung, zeigen die Feldlinien auf den Betrachter zu. Somit muss nach der Rechten-Hand-Regel der Anschluss A mit dem Pluspol und B mit dem Minuspol der Gleichstromquelle verbunden sein.
Die kleinen horizontal liegenden Leiterstücke, welche sich im Magnetfeld zwischen den Polen befinden erfahren ein Kraft $\vec{F}_m$ nach unten. Da gilt:

$$\vec{F}_m = N \cdot I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B}$$

Muss nach der Drei-Finger-Regel (UVW-Regel) der Vektor $\vec{\ell}$ nach links gerichtet sein ($\vec{\ell}$ ist der Daumen, $\vec{B}$ der Zeigefinger und $\vec{F}_m$ der Mittelfinger). Da aber $\vec{\ell}$ die technische Stromrichtung angibt muss der Strom in der Leiterschleife im Uhrzeigersinn fließen.

1.1.2 Da $\vec{\ell} \perp \vec{B}$ gilt: $F_m = N \cdot I \cdot \ell \cdot B$

Aus $R = \frac{U}{I} \Rightarrow I = \frac{U}{R}$

folgt dann: $F_m = N \cdot \frac{U_0}{R} \cdot \ell \cdot B$

$$B = \frac{F_m \cdot R}{N \cdot U_0 \cdot \ell}$$

$$B = \frac{1{,}8\,\mathrm{N} \cdot 8{,}0\,\Omega}{100 \cdot 4{,}8\,\mathrm{V} \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}} = \underline{\underline{0{,}75\,\mathrm{T}}}$$

Einheitenkontrolle:

$$\frac{N \cdot \Omega}{V \cdot m} = \frac{\frac{J}{m} \cdot \frac{V}{A}}{V \cdot m} = \frac{J \cdot V}{V \cdot A \cdot m^2} = \frac{VAs \cdot V}{V \cdot A \cdot m^2} = \frac{Vs}{m^2} = T$$

1.2.1 Für die Frequenz einer Schwingung gilt (Richtgröße D entspricht der Federkonstanten):

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{D}{m}} = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{50\,\frac{N}{m}}{0{,}140\,\mathrm{kg}}} = \underline{\underline{3{,}0\,\mathrm{Hz}}}$$

Einheitenkontrolle:

$$\sqrt{\frac{\frac{N}{m}}{kg}} = \sqrt{\frac{N}{kg \cdot m}} = \sqrt{\frac{\frac{kg \cdot m}{s^2}}{kg \cdot m}} = \sqrt{\frac{kg \cdot m}{kg \cdot m \cdot s^2}} = \sqrt{\frac{1}{s^2}} = \frac{1}{s} = Hz$$

1.2.2 Die vertikal verlaufenden Leiterstücke tragen hier nicht zur Flächenänderung bei, lediglich die horizontal verlaufenden Leiterstücke. Da die Bewegung im oberen Umkehrpunkt beginnt $\left(\rho_0 = \frac{\pi}{2}\right)$, nimmt die Fläche der Spule welche vom Magnetfeld durchsetzt wird zu.
Somit folgt:

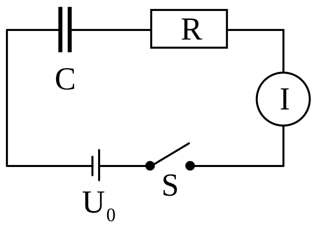
$$A(t) = \ell \cdot s(t) = \ell \cdot s_0 \cdot \sin(\omega t + \rho_0) = \ell \cdot s_0 \cdot \sin\left(2\pi \cdot ft + \tfrac{\pi}{2}\right) = \ell \cdot s_0 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot t)$$

Es folgt: $\dot{A}(t) = -2\pi \cdot f \cdot \ell \cdot s_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$

Nach dem Induktionsgesetz erhält man für die induzierte Spannung $U_i(t)$

$$U_i(t) = -N \cdot \dot{\Phi}(t) = -N \cdot B \cdot \dot{A}(t) = N \cdot B \cdot 2\pi \cdot f \cdot \ell \cdot s_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$
$$U_i(t) = 100 \cdot 0{,}75\,T \cdot 2\pi \cdot 3{,}0\,\tfrac{1}{s} \cdot 4{,}0 \cdot 10^{-2}\,m \cdot 0{,}012\,m \cdot \sin\left(2\pi \cdot 3{,}0\,\tfrac{1}{s} \cdot t\right)$$
$$U_i(t) = 0{,}68\,V \cdot \sin\left(6{,}0\,\tfrac{\pi}{s} \cdot t\right)$$

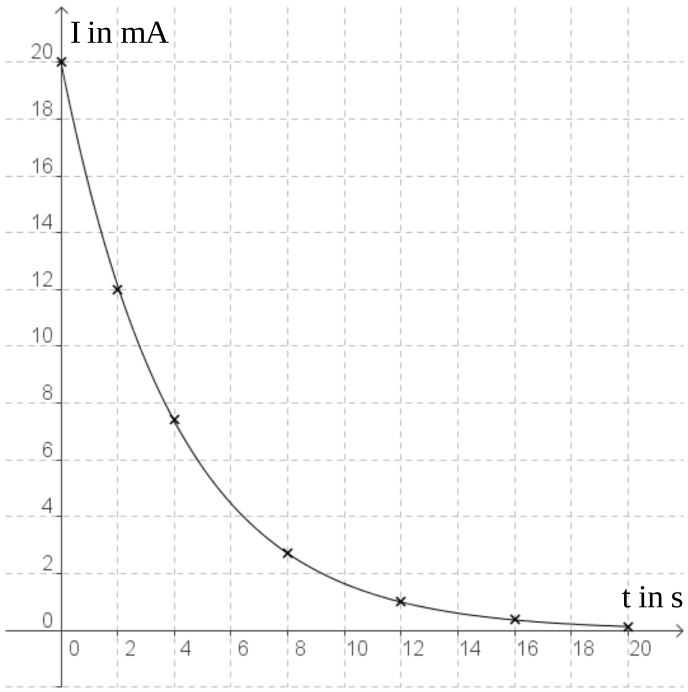
2.1 Schaltskizze:



Zusätzlich ist noch ein Uhr nötig um die Zeit zu messen.

2.2 Zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,s$ trägt der Kondensator noch keine Ladung. Somit fließt die gesamte Stromstärke durch den Wiederstand R. Somit folgt für die Aufladestromstärke I_0:

$$I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{2{,}00 \cdot 10^3\,V}{100 \cdot 10^3\,\Omega} = \underline{\underline{20{,}0\,mA}}$$



2.3 Im Stromkreis gilt für die Spannungsabfälle: $U_0 = U_C(t) + U_R(t)$

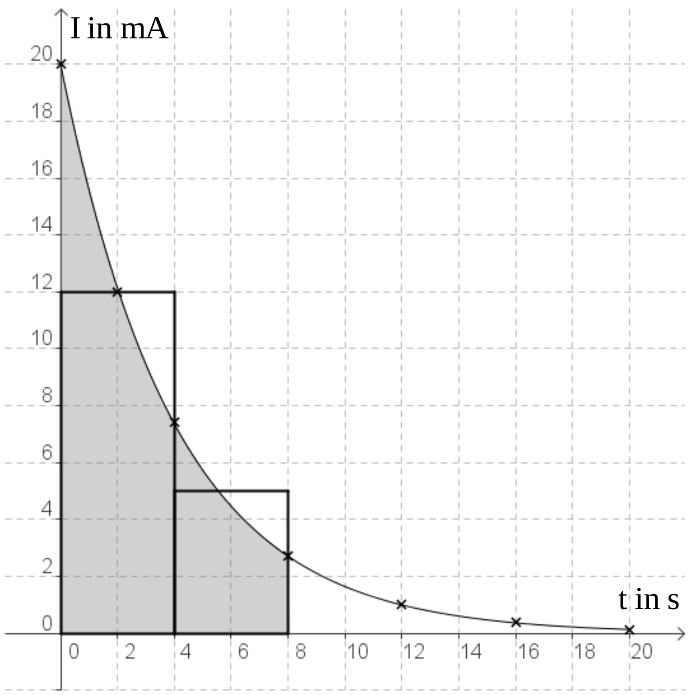
Hieraus folgt: $U_C(t) = U_0 - U_R(t)$

Zum Zeitpunkt $t_1 = 8{,}0\,s$ liegt dann die Spannung

$U_C(t_1) = U_0 - U_R(t_1) = U_0 - R \cdot I_R(t_1)$ am Kondensator an. Also:

$$U_C(8{,}0\,s) = 2{,}00 \cdot 10^3\,V - 100 \cdot 10^3\,\Omega \cdot 2{,}7 \cdot 10^{-3}\,A = \underline{\underline{1{,}73 \cdot 10^3\,V}}$$

2.4 Die Ladungsmenge Q entspricht der Fläche im $t-I-$Diagram. Die graue Fläche ist somit ein Maß für die bis zum Zeitpunkt t_1 geflossene Ladungsmenge Q.
Da der Funktionsterm nicht bekannt ist, muss die Fläche näherungsweise berechnet werden. Dazu zeichnet man Quadrate (oder auch Dreiecke oder Trapeze) so ein, dass „wegfallende" Teilflächen durch „überstehende" Teilflächen ersetzt werden.



Für die Ladungsmenge Q erhält man somit:

$$Q = 4{,}0\,s \cdot 12 \cdot 10^{-3}\,A + 4{,}0\,s \cdot 5 \cdot 10^{-3}\,A = 68 \cdot 10^{-3}\,C = 68\,mC$$

2.5 Für den Plattenkondensator gilt:

$$Q(t_1) = C \cdot U_C(t_1) \quad \Rightarrow \quad C = \frac{Q(t_1)}{U_C(t_1)} = \frac{68 \cdot 10^{-3}\,C}{1{,}73 \cdot 10^{3}\,V} = 39 \cdot 10^{-6}\,F = \underline{\underline{39\,\mu F}}$$

3.1 Für die Ladungsmenge Q gilt:

$$Q = C_0 \cdot U_0 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} \cdot U_0$$

$$Q = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\tfrac{As}{Vm} \cdot 1{,}0 \cdot \frac{720 \cdot 10^{-4}\,m^2}{8{,}0 \cdot 10^{-3}\,m} \cdot 2{,}00 \cdot 10^{3}\,V = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{-7}\,C}}$$

Somit folgt dann für den Energieinhalt W_{el}:

$$W_{el} = \tfrac{1}{2} \cdot Q \cdot U_0 = \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-7}\,C \cdot 2{,}00 \cdot 10^{3}\,V = \underline{\underline{1{,}6 \cdot 10^{-4}\,J}}$$

3.2.1 Da $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d}$, erhöht sich beim Einschieben der Kunststoffplatte die Kapazität C des Kondensators.
Der Kondensator bleibt an der Spannungsquelle angeschlossen (U ist somit konstant).
Somit fließen nach $Q = C \cdot U$ Ladungen aus der Spannungsquelle auf den Kondensator, es fließt ein Ladestrom.

3.2.2 $$\overline{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q_2 - Q_1}{\Delta t} = \frac{C_2 \cdot U - C_1 \cdot U}{\Delta t} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \frac{A}{d} \cdot U - \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U}{\Delta t} = \frac{(\varepsilon_r - 1) \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U}{\Delta t}$$

$$\overline{I} = \frac{(5{,}4 - 1) \cdot 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm} \cdot \frac{720 \cdot 10^{-4}\,m^2}{8{,}0 \cdot 10^{-3}\,m} \cdot 2{,}00 \cdot 10^{3}\,V}{5{,}0\,s} = \underline{\underline{1{,}4 \cdot 10^{-7}\,A}}$$