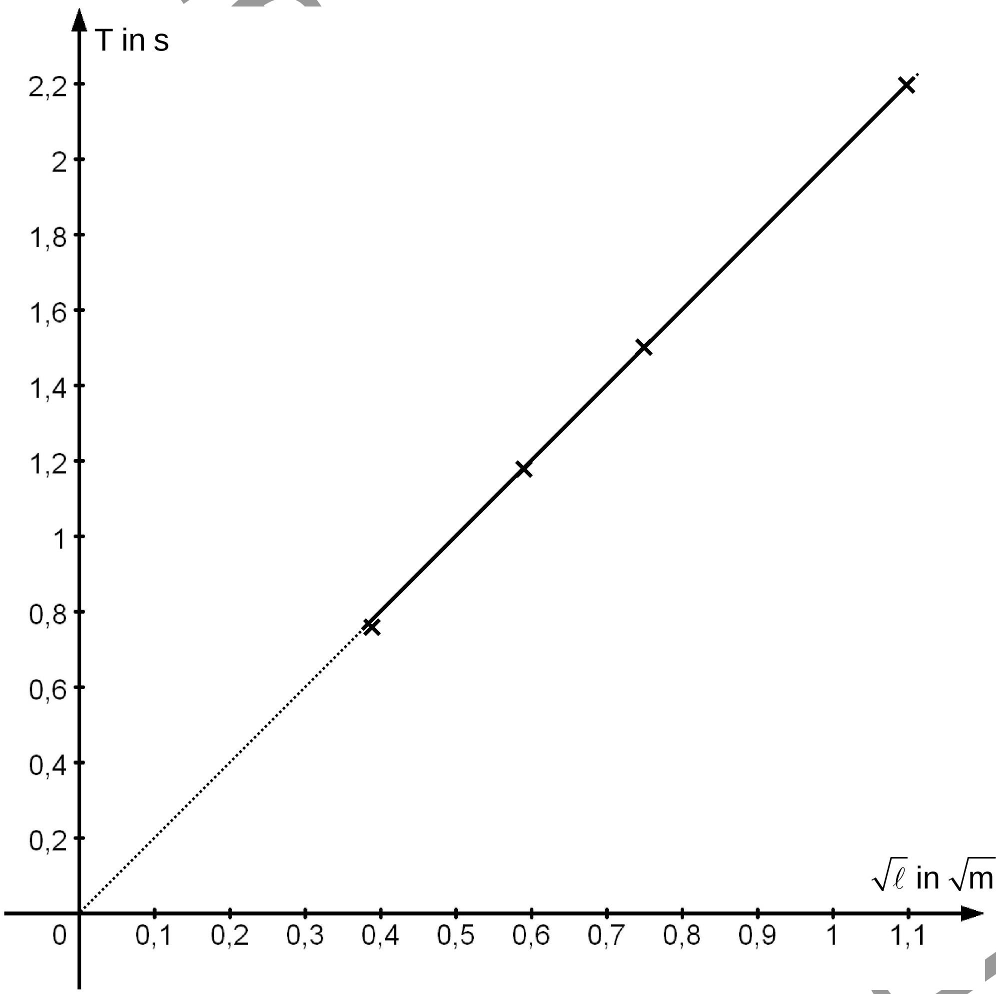
Musterlösung der Abschlussprüfung 2006 Teil 2

1.1 Der Zusammenhang zwischen T und m wird in den Messungen Nr. 4, 5, 6 und 7 untersucht. (Hier gilt: $\ell = \text{konst.}$)
Verwendet man nun Pendelkörper verschiedener Massen m, so ist die Periodendauer T (im Rahmen der Messungenauigkeit) immer gleich groß.
Folgerung: Die Periodendauer T ist von der Masse m des Pendelkörpers unabhängig.

1.2 Nun werden die Messungen mit konstanter Masse m untersucht.

Messung Nr.	1	2	3	4
ℓ in cm	120	35	15	55
$\sqrt{\ell}$ in $\sqrt{\text{m}}$	1,10	0,59	0,39	0,74
T in s	2,20	1,19	0,78	1,50

statt Nr. 4 ginge auch 5 / 6 / 7



Im Rahmen der Mess- und Zeichengenauigkeit liegen die Punkte auf einer Ursprungshalbgeraden $\Rightarrow$ $T \sim \sqrt{\ell}$ $\Rightarrow$ $T = k \cdot \sqrt{\ell}$ mit $k = \text{konst.}$

1.3.1 Die Amplitude A entspricht der Länge des Bogens (zurückgelegter Weg der Masse m).

$$A = \ell \cdot \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot \alpha = 55\,\text{cm} \cdot \frac{2\pi}{360^\circ} \cdot 10^\circ \approx \underline{\underline{9{,}6\,\text{cm}}}$$

$$s(t) = A\sin\left(\omega t + \rho_0\right) = A\sin\left(\tfrac{2\pi}{T} t + \tfrac{\pi}{2}\right) = A\cos\left(\tfrac{2\pi}{T} t\right)$$

$$s(t) = 9{,}6\,\text{cm} \cdot \cos\left(\tfrac{2\pi}{1{,}50\,\text{s}} \cdot t\right) = 9{,}6\,\text{cm} \cdot \cos\left(4{,}19\,\tfrac{1}{\text{s}} \cdot t\right)$$

1.3.2 Allgemein gilt: $v(t) = -A \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \Rightarrow v_R = A \cdot \frac{2\pi}{T}$

hier: $v(t) = -9{,}6\,\text{cm} \cdot \frac{2\pi}{1{,}50\,\text{s}} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{1{,}50\,\text{s}} \cdot t\right) \Rightarrow v_R = 9{,}6\,\text{cm} \cdot \frac{2\pi}{1{,}50\,\text{s}} \approx \underline{\underline{0{,}40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

1.3.3 Beim Durchgang durch die Ruhelage gilt:

$$F_F = F_G + F_Z = mg + m\frac{v_R^2}{\ell}$$

$$F_F = 0{,}050\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0{,}050\,\text{kg} \cdot \frac{\left(0{,}40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{0{,}55\,\text{m}} = 0{,}5050...\text{N} \approx \underline{\underline{0{,}51\,\text{N}}}$$

1.3.4 Es gilt:

$$\begin{aligned} E_{Ges} &= E_{kin} + E_{pot} \qquad \text{mit } E_{kin} = 0{,}75 \cdot E_{Ges} \\ E_{Ges} &= \tfrac{3}{4} \cdot E_{Ges} + E_{pot} \\ \tfrac{1}{4} \cdot E_{Ges} &= E_{pot} \\ \tfrac{1}{4} \cdot \tfrac{1}{2} DA^2 &= \tfrac{1}{2} Ds^2 \\ \tfrac{1}{4} A^2 &= s^2 \\ s_{1/2} &= \pm \tfrac{1}{2} A = \underline{\underline{\pm 4{,}8\,\text{cm}}} \end{aligned}$$

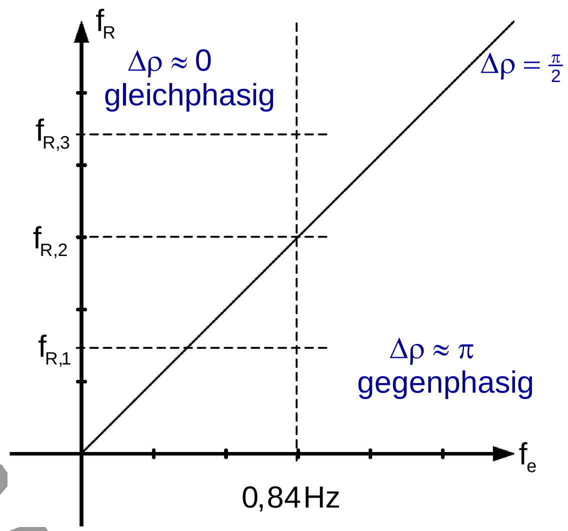
1.4.1 Für die Eigenfrequenz $f_{R,2}$ des Pendels Nr. 2 gilt: $f_{R,2} = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{1{,}19\,\text{s}} \approx \underline{\underline{0{,}840\,\text{Hz}}}$

Da die Erregerfrequenz $f_{e,2}$ gleich der Eigenfrequenz $f_{R,2}$ des Pendels Nr. 2 ist wird diesem ein Maximum an Schwingungsenergie übertragen $\Rightarrow$ Resonanzschwingung mit maximalem Auslenkwinkel.

1.4.2 Bei der Erregerfrequenz $f_{e,2}$ hinkt die Schwingung des Pendels Nr. 2 der Erregerfrequenz in der Phase um $\Delta\rho = \frac{\pi}{2}$ hinterher.

Da $f_{R,1} = \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2{,}20\,\text{s}} \approx 0{,}45\,\text{Hz} < 0{,}84\,\text{Hz} = f_{e,2}$ schwingt das Pendel Nr. 1 nahezu gegenphasig zur Erregerschwingung (Resonanzfrequenz ist kleiner als die Erregerfrequenz). Somit hinkt das Pendel Nr. 1 dem Pendel Nr. 2 in der Phase um etwa $\frac{\pi}{2}$ hinterher.

Da $f_{R,3} = \frac{1}{T_3} = \frac{1}{0{,}78\,\text{s}} \approx 1{,}3\,\text{Hz} > 0{,}84\,\text{Hz} = f_{e,2}$ schwingt das Pendel Nr. 1 nahezu gleichphasig mit der Erregerschwingung (Resonanzfrequenz ist größer als die Erregerfrequenz). Somit schwingt das Pendel Nr. 3 dem Pendel Nr. 2 in der Phase um etwa $\frac{\pi}{2}$ voraus.



2.1 Beim Durchlaufen des elektrischen Potentials ρ ändert sich die kinetische Energie der Ladung. Somit gilt:

$$\Delta E_{kin} = \Delta E_{pot}$$
$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 - \tfrac{1}{2}m\underbrace{v_0^2}_{0} = q\cdot\Delta\rho$$
$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 = q\cdot U_1$$
$$v_1 = \sqrt{\frac{2\cdot q\cdot U_1}{m}}$$
$$v_1 = \sqrt{\frac{2\cdot 3{,}204\cdot 10^{-19}\,\text{C}\cdot 1{,}20\cdot 10^3\,\text{V}}{6{,}64\cdot 10^{-27}\,\text{kg}}} \approx \underline{\underline{3{,}40\cdot 10^5\,\tfrac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

ODER:
$$W_{el} = \Delta E_{kin}$$
$$q\cdot U_1 = \tfrac{1}{2}mv_1^2 - \tfrac{1}{2}m\underbrace{v_0^2}_{0}$$
$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 = q\cdot U_1$$
$$v_1 = \sqrt{\frac{2\cdot q\cdot U_1}{m}}$$

2.2.1 Das Magnetfeld B muss senkrecht aus der Zeichenebene heraus gerichtet sein.
Da $\vec{F}_L = q\cdot\vec{v}\times\vec{B}$ ist $\vec{F}_L$ stets senkrecht zur Geschwindigkeit $\vec{v}$ und somit auch senkrecht zur Bewegungsrichtung $\vec{s}$ gerichtet. Somit wird keine Beschleunigungsarbeit am Ion verrichtet, die Geschwindigkeit v bleibt konstant $\left(\left|\vec{v}\right| = \text{konst.}\right)$.

2.2.2 Die Zentrifugalkraft $\vec{F}_Z$ die das Ion auf seiner Kreisbahn erfährt ist der Lorentzkraft $\vec{F}_L$ entgegengerichtet $\left(\vec{F}_Z = -\vec{F}_L\right)$. Somit gilt für die Beträge:

$$F_Z = F_L$$
$$m\frac{v_1^2}{r} = qvB$$
$$m = \frac{qBr}{v_1}$$

Durch quadrieren folgt:

$$m^2 = \frac{q^2\cdot B^2\cdot r^2}{v_1^2} \overset{2.1}{=} \frac{q^2\cdot B^2\cdot r^2\cdot m}{2\cdot q\cdot U} = \frac{q\cdot B^2\cdot r^2\cdot m}{2\cdot U} \quad\Rightarrow\quad \underline{\underline{m = \frac{q\cdot B^2\cdot r^2}{2\cdot U}}}$$

2.2.3 Aus $m = \frac{q \cdot B^2 \cdot r^2}{2 \cdot U}$ folgt:

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot U_1 \cdot m}{q}} \cdot \frac{1}{B} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}20 \cdot 10^3\,\mathrm{V} \cdot 6{,}64 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}{3{,}204 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}}} \cdot \frac{1}{0{,}080\,\mathrm{T}} = 8{,}8156...\mathrm{cm} \approx \underline{\underline{8{,}8\,\mathrm{cm}}}$$

Einheitenkontrolle:

$$\left[\sqrt{\frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{kg}}{\mathrm{C}}} \cdot \frac{1}{\mathrm{T}} = \sqrt{\frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{kg}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{s}}} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{V} \cdot \mathrm{s}} = \sqrt{\frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{V}^2 \cdot \mathrm{s}^2}} \cdot \mathrm{m} = \sqrt{\frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{J}}{\mathrm{J} \cdot \mathrm{V}}} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{m}\right]$$

2.3

$$m^* = \frac{q \cdot B^2 \cdot r^2}{2 \cdot U_2} = \frac{3{,}204 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot (0{,}080\,\mathrm{T})^2 \cdot (0{,}088\,\mathrm{m})^2}{2 \cdot 0{,}53 \cdot 10^3\,\mathrm{V}}$$

$$m^* = 1{,}498... \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg} \approx \underline{\underline{1{,}5 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}}}$$

Berechnung der Nukleonenzahl: $A_r = \frac{m^*}{u} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}}{1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}} = 9{,}036... \approx 9{,}0$

Somit handelt es sich um ein (zweifach positiv geladenes) Berylliumion.