2006 Aufgabe 2

1.0 Für kleine Auslenkwinkel schwingt ein Fadenpendel harmonisch. In einem Messversuch soll der Zusammenhang zwischen der Periodendauer T der Pendelschwingung, der Masse m des Pendelkörpers und der Pendellänge ℓ untersucht werden. Bei der Durchführung des Versuchs erhält man folgende Messergebnisse:

Messung Nr.	1	2	3	4	5	6	7
m in g	50	50	50	50	25	75	100
ℓ in cm	120	35	15	55	55	55	55
T in s	2,20	1,19	0,78	1,50	1,49	1,51	1,50

1.1 Nennen Sie die Nummern derjenigen Messungen, in denen der Zusammenhang zwischen T und m untersucht wird.
Geben Sie an, ob und gegebenenfalls wie die Periodendauer T der Pendelschwingung von der Masse m des Pendelkörpers abhängt. Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Messwerte.

1.2 Bestätigen Sie durch graphische Auswertung der Messreihe, dass gilt: $T = k \cdot \sqrt{\ell}$, wobei k konstant, d.h. unabhängig von ℓ ist.

1.3.0 Das Fadenpendel aus der Messung Nr. 4 mit der Pendellänge $\ell = 55\,\text{cm}$ wird um den Winkel $\alpha = 10°$ aus der Ruhelage ausgelenkt. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0\,\text{s}$ wird der Pendelkörper mit der Masse $m = 50\,\text{g}$ aus der Ruhe heraus losgelassen. Das Pendel schwingt dann harmonisch mit der Periodendauer $T = 1{,}50\,\text{s}$.

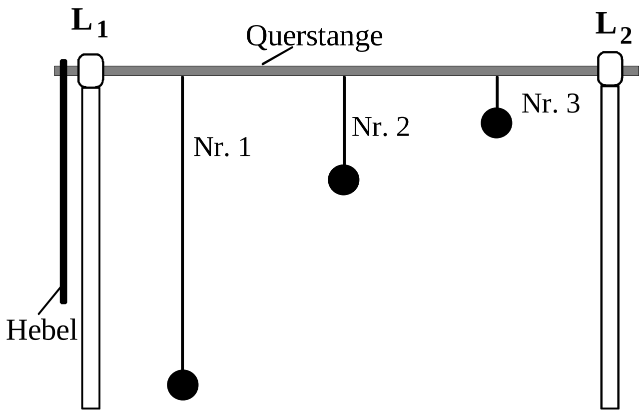
1.3.1 Berechnen Sie die Amplitude A der harmonischen Schwingung und bestimmen Sie eine Gleichung mit eingesetzten Werten, welche die Abhängigkeit der Elongation s des Pendelkörpers von der Zeit t für $t \geq 0\,\text{s}$ beschreibt. $\left[\text{Teilergebnis}: A = 9{,}6\,\text{cm}\right]$

1.3.2 Berechnen Sie den Betrag v_R derjenigen Geschwindigkeiten, mit denen sich der Pendelkörper durch die Ruhelage bewegt. $\left[\text{Teilergebnis}: v_R = 0{,}4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$

1.3.3 Beim Durchgang durch die Ruhelage übt der Faden auf den Pendelkörper die Kraft $\vec{F}_F$ aus. Berechnen Sie den Betrag F_F der Fadenkraft $\vec{F}_F$.

1.3.4 Berechnen Sie diejenigen Elongationen s_1 und s_2, bei denen die kinetische Energie des Pendelkörpers 75% der gesamten Schwingungsenergie beträgt.

1.4.0 In der skizzierten Anordnung sind an einer drehbaren Querstange die Fadenpendel aus den Messungen mit den Nummern 1, 2 und 3 angebracht. Am linken Ende der Querstange ist ein Hebel befestigt. Bewegt man den Hebel um kleine Auslenkwinkel periodisch hin und her, so wird die Querstange in den Lagern L_1 und L_2 um kleine Winkel hin und her gedreht. Dadurch werden die Pendel zu Schwingungen angeregt.

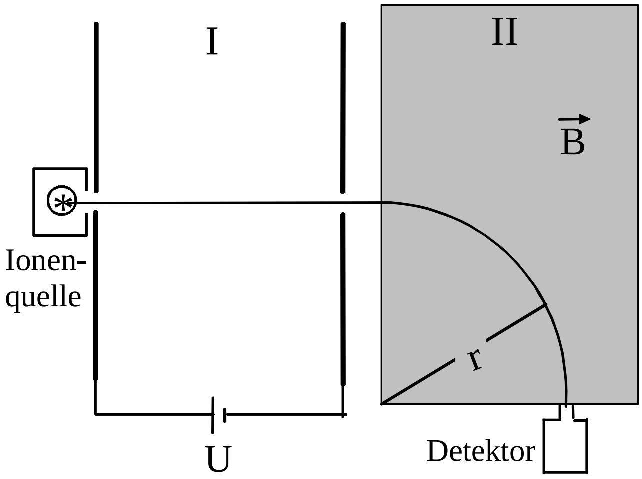


Die Dämpfung der Pendelschwingungen ist gering, aber nicht vernachlässigbar. Die Frequenz f_e, mit der die Querstange hin und her gedreht wird, wird stufenweise gesteigert. Wird f_e auf einen neuen Wert eingestellt, so schwingen die Pendel nach einer Einschwingphase harmonisch.

1.4.1 Wird f_e auf den Wert $f_{e,2} = 0{,}84\,\text{Hz}$ eingestellt, so erreichen die Auslenkwinkel des Pendels aus Messung Nr. 2 maximale Werte.
Geben Sie eine kurze Begründung für diesen Sachverhalt.

1.4.2 Vergleichen Sie für die Frequenz $f_e = f_{e,2} = 0{,}84\,\text{Hz}$ die Phasenlagen der Schwingungen der Pendel Nr. 1 und Nr. 3 mit der Phasenlage der Schwingung des Pendels Nr. 2 . Begründen Sie Ihre Antwort.

2.0 Aus einer Ionenquelle treten zweifach positiv geladene Heliumionen mit vernachlässigbar kleiner Anfangsgeschwindigkeit aus. Ein Heliumion besitzt die Masse $m = 6{,}64 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$ und trägt die Ladung $q = 3{,}204 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$.



Im Bereich I durchlaufen die Ionen die Beschleunigungsspannung U, die zunächst auf den Wert $U_1 = 1{,}20\,\text{kV}$ eingestellt ist. Im Bereich II wird die Bewegung der Ionen durch ein Magnetfeld beeinflusst. Das Magnetfeld ist homogen, seine Flussdichte $\vec{B}$ ist zeitlich konstant und hat den Betrag $B = 80\,\text{mT}$. Beim Eintritt in den Bereich II ist die Geschwindigkeit der Ionen senkrecht zu den magnetischen Feldlinien gerichtet.
Die gesamte Anordnung befindet sich im Vakuum. Der Einfluss der Gravitationskraft auf die Bewegung der Ionen kann vernachlässigt werden.

2.1 Ein Ion verlässt den Bereich I mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_1$.
Zeigen Sie, dass für den Betrag v_1 der Geschwindigkeit $\vec{v}_1$ gilt: $v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U_1}{m}}$.
Berechnen Sie v_1 für ein Heliumion.

2.2.0 Die Ionen dringen mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_1$ in den Bereich II ein, bewegen sich auf einem Viertelkreis mit dem Radius r und gelangen schließlich in einen Detektor.

2.2.1 Geben Sie die Richtung von $\vec{B}$ an, und begründen Sie, dass bei der Bewegung im Bereich II der Betrag der Bahngeschwindigkeit eines Ions konstant bleibt.

2.2.2 Zeigen Sie, dass zwischen B, U_1, m, q und r der folgende Zusammenhang gilt:

$$m = \frac{q \cdot B^2}{2 \cdot U_1} \cdot r^2 .$$

2.2.3 Berechnen Sie den Radius r des Viertelkreises, auf dem sich die Heliumionen bewegen. $[\text{Ergebnis}: r = 8{,}8\,\text{cm}]$

2.3 Die Helium-Ionenquelle wird durch eine Ionenquelle ersetzt, aus der ebenfalls zweifach positiv geladene Ionen mit vernachlässigbar kleiner Anfangsgeschwindigkeit austreten. Die Masse m^* eines solchen Ions ist aber unbekannt.
Die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ im Bereich II und die Position des Detektors werden nicht verändert. Die Spannung U wird so eingestellt, dass der neue Ionenstrahl ebenfalls in den Detektor gelangt. Dies ist der Fall für $U_2 = 0{,}53\,\text{kV}$.
Berechnen Sie m^* und geben Sie an, um welche Art von Ionen es sich handeln könnte (Angabe des zugehörigen chemischen Elements).