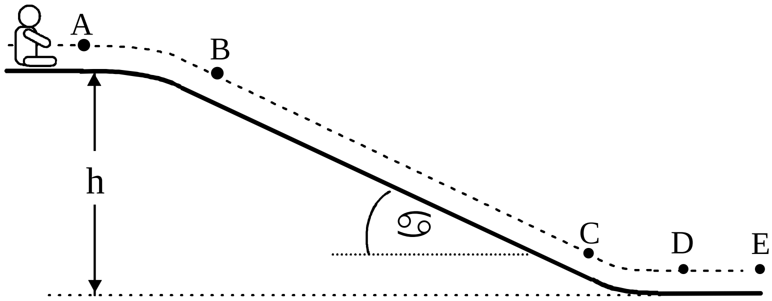
2006 Aufgabe 1

1.0 In vielen Freizeitbädern ist die Wasserrutsche eine besondere Attraktion. In einer Rinne rutschen Badegäste auf einem dünnen Wasserfilm, der die Reibung zwischen dem Badegast und der Rutschbahn stark verringert, in ein Wasserbecken.



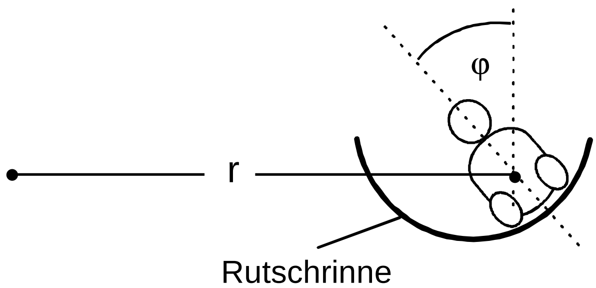
Die Bewegung eines Badegastes mit der Masse $m = 40\,kg$ auf einer solchen Rutsche soll in den folgenden Aufgaben untersucht werden. Dabei sind Reibungskräfte zu vernachlässigen.
In der oben stehenden Skizze ist die Bahn, auf der sich der Schwerpunkt des Badegastes zunächst bewegt, durch eine gestrichelt gezeichnete Linie dargestellt.

1.1 Der Badegast stößt sich aus der Ruhe heraus so kräftig ab, dass die Rutschfahrt im Punkt A mit einer Geschwindigkeit vom Betrag $v_A = 2{,}3\,\frac{m}{s}$ beginnt. Die Abstoßkraft ist horizontal gerichtet. Der Abstoß dauert $0{,}90\,s$.
Berechnen Sie den mittleren Betrag der Kraft, mit der sich der Badegast abstößt.

1.2 Zwischen den Punkten B und C ist die Rutschbahn um den Winkel $\alpha = 35°$ gegen die Horizontale geneigt.
Berechnen Sie den Betrag a der Beschleunigung $\vec{a}$, die der Badegast bei der Bewegung von B nach C erfährt.

1.3 Die Höhe der Rutsche beträgt $h = 5{,}6\,m$. Den Punkt D passiert der Badegast mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_D$.
Berechnen Sie den Betrag v_D der Geschwindigkeit $\vec{v}_D$.

1.4.0 Im Punkt E mündet die Rutsche in eine horizontal liegende Kurve. Der Schwerpunkt des Badegastes bewegt sich nun mit einer Geschwindigkeit vom Betrag $v = 11\,\frac{m}{s}$ auf einem Kreisbogen mit dem Radius $r = 10\,m$. Dabei schließt die Körperachse mit der Vertikalen den Winkel φ ein.

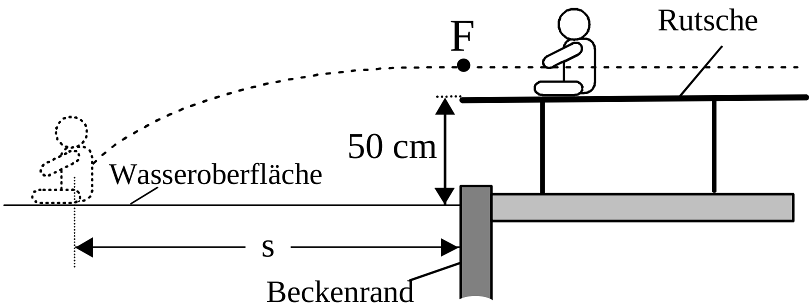


Die nebenstehende Skizze zeigt einen Querschnitt durch die Rutschrinne und den Badegast.

1.4.1 Erstellen Sie einen Kräfteplan, der alle auf den Badegast wirkenden Kräfte und deren Resultierende enthält.

1.4.2 Berechnen Sie den Winkel φ und den Betrag der Kraft $\vec{F}_N$, die der Badegast auf die Rutschrinne ausübt.

1.5 Der Badegast verlässt im Punkt F die Rutschbahn mit einer horizontal gerichteten Geschwindigkeit $\vec{v}_F$ vom Betrag $v_F = 11\,\frac{m}{s}$. In der Entfernung s vom



Beckenrand trifft er mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_W$ auf der 50 cm tiefer liegenden Wasseroberfläche auf.

Berechnen Sie die Entfernung s und den Winkel β, den die Auftreffgeschwindigkeit $\vec{v}_W$ mit der Wasseroberfläche einschließt.

2.0 Nach dem bohrschen Atommodell für das Wasserstoffatom kann das Elektron den Atomkern, der aus einem Proton besteht, nur auf bestimmten Kreisbahnen umlaufen. Für den Radius r_n einer solchen Kreisbahn gilt: $r_n = r_1 \cdot n^2$ mit $n \in \mathbb{N}$ und $r_1 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\text{m}$. Im Grundzustand des Wasserstoffatoms $(n = 1)$ bewegt sich das Elektron auf der Kreisbahn mit dem kleinsten Radius $r_1 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\text{m}$. Gravitationskräfte werden im bohrschen Atommodell vernachlässigt.

2.1 Das Elektron befindet sich auf der Kreisbahn mit dem Radius $r_1 = 5{,}3 \cdot 10^{-11}\,\text{m}$. Das Elektron und der Atomkern tragen ungleichnamige Ladungen; dennoch fällt das Elektron nicht in den Kern.

Erläutern Sie diesen Sachverhalt.

2.2 Berechnen Sie den Betrag v_1 der Geschwindigkeit, mit der das Elektron den Atomkern auf der Kreisbahn mit dem Radius r_1 umläuft.

2.3 Bewegt sich das Elektron auf einer Kreisbahn mit dem Radius r_n $\left(r_n = r_1 \cdot n^2\right)$, so besitzt es die kinetische Energie $E_{kin,n}$.

Zeigen Sie, dass gilt: $E_{kin,n} = 2{,}2 \cdot 10^{-18}\,\text{J} \cdot \frac{1}{n^2}$

2.4.0 $\varphi(r)$ sei das elektrische Potenzial, das der Atomkern des Wasserstoffatoms in der Entfernung r vom Atomkern erzeugt. Das elektrische Potenzial in unendlich großer Entfernung vom Atomkern sei gleich null.

2.4.1 Erläutern Sie, was man unter einer Äquipotenzialfläche versteht.

2.4.2 Zeigen Sie, dass für das elektrische Potenzial φ_n, das der Atomkern auf der Kreisbahn mit dem Radius r_n erzeugt, gilt: $\varphi_n = 27\,\text{V} \cdot \frac{1}{n^2}$

2.5.0 Die potenzielle Energie des Elektrons im elektrischen Feld des Atomkerns sei in unendlich großer Entfernung vom Atomkern gleich null.

2.5.1 Berechnen Sie die Gesamtenergie $E_{Ges,1}$ eines Elektrons, das sich auf der Kreisbahn mit dem Radius r_1 befindet.

2.5.2 Dem Elektron auf der Kreisbahn mit dem kleinsten Radius r_1 muss eine Mindestenergie zugeführt werden, damit es den Anziehungsbereich des Atomkerns verlassen kann. Man bezeichnet diese Mindestenergie als Ionisierungsenergie.

Bestimmen Sie mit Hilfe eines Energieansatzes die Ionisierungsenergie E_{ion} für das Wasserstoffatom.