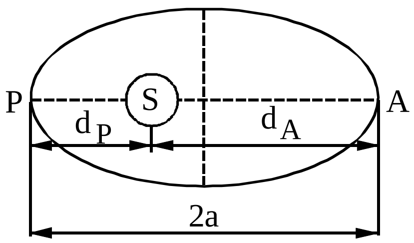
1999 II Angabe

BE		
	1.0	 Im Folgenden werden Planeten betrachtet, die sich auf elliptischen Bahnen mit der Umlaufperiode T um die Sonne S bewegen. Mit Perihel P und Aphel A kennzeichnet man den sonnennächsten bzw. sonnenfernsten Punkt der elliptischen Planetenbahn. Die Entfernungen dieser Punkte vom Mittelpunkt der Sonne werden mit d_P und d_A bezeichnet.

Planet	Venus	Erde	Jupiter
d_P in 10^{11} m	1,08	1,47	7,41
d_A in 10^{11} m	1,09	1,53	8,15
T in a (Jahre)	0,62	1,00	11,86

Wechselwirkungen der Planeten untereinander werden vernachlässigt.

5 | 1.1 Bestätigen Sie durch rechnerische Auswertung der Tabelle, dass die Beziehung $T^2 = C_S \cdot a^3$ gilt, wobei C_S eine Konstante und a die große Halbachse der Ellipse ist.

3 | 1.2 Für die Sonne als Zentralgestirn gilt: $C_S = 2{,}98 \cdot 10^{-34}\ \frac{a^2}{m^3}$.
Auch der Planet Mars bewegt sich auf einer Ellipse um das Zentralgestirn Sonne. Für ihn gelten die Bahndaten: $d_{P,M} = 2{,}06 \cdot 10^{11}$ m; $T_M = 1{,}88$ a.
Berechnen Sie die Entfernung $d_{A,M}$ des Punktes A der Marsbahn vom Mittelpunkt der Sonne.

4 | 1.3 Leiten Sie, ausgehend vom Gravitationsgesetz, die Beziehung $T^2 = C_S \cdot r^3$ für den Sonderfall her, dass sich Planeten auf Kreisbahnen mit dem Radius r um die Sonne bewegen.

3 | 1.4 Berechnen Sie mit Hilfe der Konstanten C_S aus 1.2 und der Beziehung aus 1.3 die Masse der Sonne.

4 | 1.5 Erläutern Sie mit Worten unter Verwendung eines Keplergesetzes, dass der Betrag der Bahngeschwindigkeit des Mars in P am größten und in A am kleinsten ist.

1.6.0 Ein Raumschiff der Masse $m_R = 10{,}1 \cdot 10^3$ kg bewegt sich antriebslos auf einer Kreisbahn mit dem Radius $r_1 = 3 \cdot r_M$ um den Planeten Mars (Masse $m_M = 6{,}39 \cdot 10^{23}$ kg; Radius $r_M = 3{,}38 \cdot 10^6$ m).
Das Bezugsniveau für die potentielle Energie wird im Unendlichen festgelegt.
In einem Punkt, der vom Marsmittelpunkt den Abstand r hat, besitzt das Raumschiff die potentielle Energie E_p. Es gilt: $E_p = -\frac{G \cdot m_M \cdot m_R}{r}$, wobei G die Gravitationskonstante ist.

5 | 1.6.1 Zeigen Sie durch allgemeine Rechnung, dass für die mechanische Gesamtenergie E_g des Raumschiffes auf dieser Kreisbahn gilt: $E_g = -\frac{G \cdot m_M \cdot m_R}{6 \cdot r_M}$.

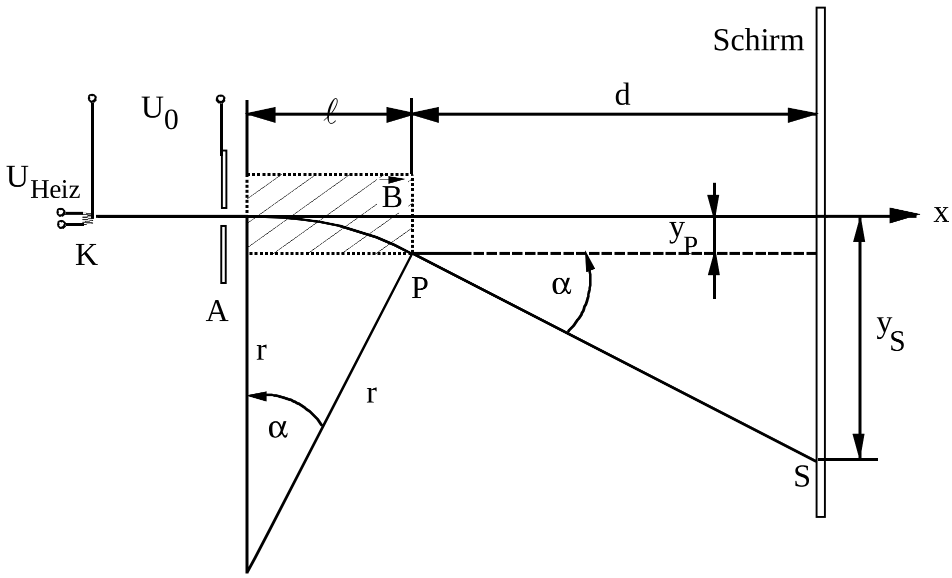
4 | 1.6.2 Berechnen Sie die Mindestenergie ΔE, die dem umlaufenden Raumschiff zuzuführen ist, damit es von der Kreisbahn aus das Schwerefeld des Mars verlässt.

2.0 In einer evakuierten Kathodenstrahlröhre soll ein magnetisches Feld der Flussdichte $\vec{B}$ zur Ablenkung von Elektronen benutzt werden.

Im Folgenden wird ein Elektron betrachtet. Das Elektron (Masse $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}$; Ladung $Q = -e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{As}$) tritt mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit aus der Kathode K aus; nach Durchlaufen der Beschleunigungsspannung $U_0 = 1{,}14\ \mathrm{kV}$ passiert es die Anode A mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_A$. Nun tritt das Elektron in das zeitlich konstante, homogene Magnetfeld der Flussdichte $\vec{B}$ ein, wobei $\vec{v}_A \perp \vec{B}$ und $\vec{B}$ senkrecht zur Blattebene gerichtet ist.

Das Magnetfeld ist auf einen Bereich der Breite $\ell = 2{,}5\ \mathrm{cm}$ beschränkt. Die magnetische Flussdichte hat den Betrag $B = 1{,}00\ \mathrm{mT}$.

Das Elektron durchläuft das Magnetfeld auf einem Kreisbogen mit dem Radius r und dem Mittelpunktswinkel α. Im Punkt P verlässt das Elektron das Magnetfeld und bewegt sich dann im magnetfeldfreien Raum längs einer Geraden, die gegen die x-Achse (vgl. Skizze) um den Winkel α geneigt ist. Schließlich trifft das Elektron im Punkt S auf den Schirm.



y_P und y_S sind die Abstände der Punkte P und S von der x-Achse.

Der Abstand des Punktes P vom Schirm beträgt d = 10,0 cm.

5 2.1 Leiten Sie, ausgehend von einem Energieansatz, allgemein die Gleichung her, die aufzeigt, wie der Betrag der Geschwindigkeit $\vec{v}_A$ von der Beschleunigungsspannung U_0 abhängt. Berechnen Sie den Betrag von $\vec{v}_A$.

[Ergebnis: $v_A = 2{,}00 \cdot 10^7\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$]

2 2.2 Tragen Sie in einer Skizze, ausgehend von der Geschwindigkeit $\vec{v}_A$, die auf das Elektron beim Eintritt in das Magnetfeld wirkende Kraft ein und geben Sie die Orientierung der magnetischen Flussdichte $\vec{B}$ an.

5 2.3 Begründen Sie, dass das Elektron innerhalb des Magnetfeldes einen Kreisbogen durchläuft.

6 2.4 Berechnen Sie den Bahnradius r des Kreisbogens und den Ablenkwinkel α.

[Teilergebnis: $\alpha = 13°$]

4 2.5 Berechnen Sie den Abstand y_S des Punktes S von der x-Achse.

50