§ 3 Absolute und relative Häufigkeit

Definition: Die absolute Häufigkeit $z(E)$ gibt an wie oft ein bestimmtes Ereignis E eingetreten ist.

Zufallsexperiment 1: Augenzahl beim 25-maligen Werfen eines Würfels $(n = 25)$.

Ergebnis	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit						
relative Häufigkeit						

Zufallsexperiment 2: Augenzahl beim 50-maligen Werfen eines Würfels $(n = 50)$.

Ergebnis	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit						
relative Häufigkeit						

Zufallsexperiment 3: Augenzahl beim 100-maligen Werfen eines Würfels $(n = 100)$.

Ergebnis	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit						
relative Häufigkeit						

Sagt man nun, dass die Zahl 6 insgesamt 8mal gewürfelt wurde, dann ist diese Formulierung nicht sehr aussagestark, denn es wurde nämlich nicht berücksichtigt wie oft dieses Zufallsexperiment durchgeführt wurde.
Um nun eine Beziehung zwischen der absoluten Häufigkeit eines Ereignisses und der Anzahl der einzelnen Durchführungen herzustellen definiert man die relative Häufigkeit.

Definition: Ist ein Ereignis E bei n-maliger Durchführung eines Zufallsexperiments $z(E)$-mal eingetreten, so gibt

$$h(E) = \frac{z(E)}{n}$$

die relative Häufigkeit des Ereignisses E an.

Berechne nun die relativen Häufigkeiten der Ereignisse in obigen Zufallsexperimenten.

Zufallsexperiment 4: Augenzahl beim ....-maligen Werfen eines Würfels

Ereignis	1	2	3	4	5	6
z(E)						
h(E)						

Empirisches Gesetz der großen Zahlen
Bei der Auswertung empirischer Daten (Daten der Erfahrung oder Beobachtung) stabilisiert sich bei einer ausreichend großen Anzahl von Versuchen die relative Häufigkeit bestimmter Ereignisse um einen festen Zahlenwert.

Beim einmaligen Werfen eines Würfels lässt sich über den Ausgang (welche Zahl geworfen wird) keine Vorhersage machen. Wirft man jedoch mehrmals hintereinander, so erwartet man, dass die Ziffern 1 bis 6 etwa gleich häufig auftreten.

<u>Eigenschaften der relativen Häufigkeit</u>: Für jedes Ereignis E gilt:

- $0 \leq h(E) \leq 1$
- $h(\{\ \}) = 0$
- $h(\Omega) = 1$
- $\sum_{\omega \in \Omega} h(\{\omega\}) = 1$
- $h(E) = \sum_{\omega \in E} h(\{\omega\})$
- Sind E und F unvereinbare Ereignisse, so gilt: $h(E \cup F) = h(E) + h(F)$
- Sind E und F vereinbare Ereignisse, so gilt: $h(E \cup F) = h(E) + h(F) - h(E \cap F)$

  $\Rightarrow\ h(E \cap F) = h(E) + h(F) - h(E \cup F)$

<u>Zufallsexperiment 5</u>: Augensumme beim 50-maligen Werfen zweier Würfel $(n = 50)$.

Ergebnis	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
absolute Häufigkeit											
relative Häufigkeit											

<u>Zufallsexperiment 6</u>: Augensumme beim ....-maligen Werfen zweier Würfel

Ereignis	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
z(E)											
h(E)											

Die relative Häufigkeit macht hier immer eine Aussage über ein bereits durchgeführtes Zufallsexperiment.
Hätte man sehr viel Zeit und würde das Zufallsexperiment sehr oft durchführen $(n \to \infty)$, so erhält man:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{z(E)}{n} = \lim_{n \to \infty} h(E) = P(E) = p$$

die (statistische) Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E.

Bei weiterer Durchführung des Zufallsexperiments liefert diese Wahrscheinlichkeit p die beste Vorhersage für die zu erwartende absolute Häufigkeit $z(E)$ des Ereignisses E bei n-maliger Durchführung des Zufallsexperiment. Es gilt:

$$z(E) = n \cdot P(E) = n \cdot p$$

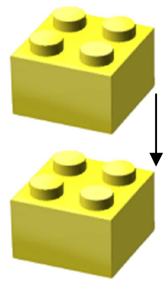
Aufgaben:

1.0 Wirft man eine Heftzwecke (Reißnagel), so kann sie (er) entweder auf den Rücken fallen oder seitlich liegen bleiben. Man kann nicht davon ausgehen, dass hier die Chancengleich sind. Die Ursache liegt in der Herstellung der Heftzwecke. Es kann sein, das der Rücken sehr massiv oder weniger massiv gefertigt ist. Um hier eine Wahrscheinlichkeitsaussage zu treffen, muss experimentiert werden.

1.1 Werfen Sie eine Heftzwecke (Reißnagel) 100 mal und notieren Sie sich wie oft die Spitze oben (S) oder seitlich $(\overline{S})$ liegen bleibt.
(In einer Klasse sollen dabei nur Heftzwecke (Reißnägel) der selben Marke verwendet werden.)

1.2 Tragen Sie die absoluten Häufigkeiten ihrer Klasse zusammen und interpretieren Sie die Entwicklung der relativen Häufigkeiten.
Stellen Sie diese auch graphisch dar. Was lässt sich über den weiteren Verlauf des Graphen sagen.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit p bleibt der Heftzwecke (Reißnagel) mit der Spitze nach oben liegen?

1.3 Berechnen Sie, wie oft der Heftzwecke (Reißnagel) bei 20 Würfen mit der Spitze nach oben liegen bleibt. Führen Sie anschließend den Versuch durch und überprüfen Sie Ihr Ergebnis. Was lässt sich sagen?



2.0 Zwei quadratische LEGO-Steine kann man zu einem Körper zusammensetzen. Den dabei entstandenen „Würfel“ wollen wir für ein Glücksspiel nutzen. Dabei Beschriften wir die vier glatten Flächenstücke mit 1, 2, 3 und 4. Die offene Unterseite stellt die 5 und die Fläche mit den Nippeln die 6 dar.

2.1 Werfen Sie den LEGO-Stein100-mal und notieren Sie sich wie oft die einzelnen Ereignisse eintreten.

2.2 Tragen Sie die absoluten Häufigkeiten ihrer Klasse zusammen und interpretieren Sie die Entwicklung der relativen Häufigkeiten. Geben Sie Schätzwerte für die Wahrscheinlichkeit der einzelnen Ergebnisse an.

3.0 Die folgende Tabelle zeigt eine Aufstellung der Geburten in der Bundesrepublik Deutschland in den Jahren 1946-1950 (Nachkriegszeit) und in den Jahren 1966-1970:

	Lebendgeborene	
Jahr	insgesamt	männlich
1946	732.998	380.409
1947	781.421	404.759
1948	806.074	418.617
1949	832.803	431.414
1950	812.835	420.944
1966	1.050.345	539.492
1967	1.019.459	523.634
1968	969.825	498.202
1969	903.456	464.430
1970	810.808	416.321

3.1 Berechnen Sie die relativen Häufigkeiten für eine Knabengeburt in den einzelnen Jahren 1946-1950 und 1966-1970 und vergleichen Sie.

3.2 Berechnen Sie die relative Häufigkeiten für eine Knabengeburt in den Zeiträumen 1946-1950 und 1966-1970 und vergleichen Sie auch diese Werte. (Eine Interpretation der Ergebnisse kann Ihnen möglicherweise ein Biologielehrer Ihrer Schule geben!)

4.0 In einem Studentenwohnheim wohnen 200 Studenten. 165 von ihnen sprechen Englisch, 73 Französisch und 49 sprechen beide Sprachen.

4.1 Wie groß ist die relative Häufigkeit der Studenten, die mindestens eine Sprache sprechen?

4.2 Wie groß ist die relative Häufigkeit der Studenten, die keine Sprache sprechen?

5. Berechnen Sie die relative Häufigkeit der Substantive unter den Wörtern der Gedichte:
“An den Mond“ von J. W. v. Goethe
“Der Herbst des Einsamen“ von G. Trakl