Der beste **Lehrer** ist jener,
der sich nach und nach überflüssig macht.
(George Orwell)

§ 3 Lineare Funktionen/Gleichungen/Ungleichungen

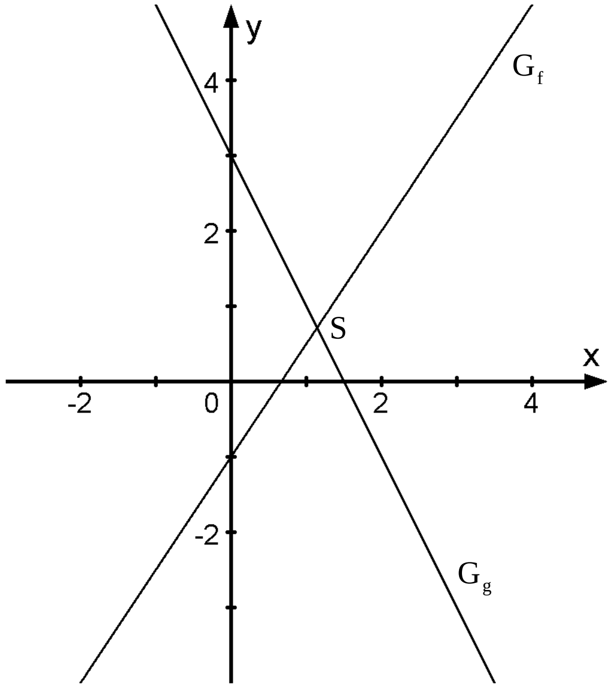
Funktionen der allgemeinen Form

$$x \mapsto mx + t$$

nennt man lineare Funktionen.
Man nennt m die Steigung (Steigungsdreieck) und t den y-Achsenabschnitt (Schnittpunkt mit der y-Achse).

1.1 Zeichne die Graphen der Funktionen $f: x \mapsto \frac{3}{2}x - 1$ und $g: x \mapsto -2x + 3$ in ein gemeinsames Koordinatensystem ein.

1. Schritt: y-Achsenabschnitt einzeichnen (liegt auf der y-Achse)
2. Schritt: vom y-Achsenabschnitt ausgehend eine Einheit nach rechts und m Einheiten nach oben/unten.
3. Schritt: die beiden Punkte miteinander verbinden.



1.2 Bestimme die Schnittpunkte der beiden Graphen mit den Koordinatenachsen

$f(x) = \frac{3}{2}x - 1 = 0 \quad \Rightarrow x = \frac{2}{3}$ ist die Nullstelle der Funktion f $\qquad S_x\left(\frac{2}{3} \,|\, 0\right)$

$f(0) = -1 \qquad S_y\left(0 \,|\, -1\right)$

$g(x) = -2x + 3 = 0 \quad \Rightarrow x = 1,5$ ist die Nullstelle der Funktion g $\qquad S_x\left(1,5 \,|\, 0\right)$

$g(0) = 3 \qquad S_y\left(0 \,|\, 3\right)$

1.3 Berechne den Schnittpunkt der beiden Funktionsgraphen.

$$f(x) = g(x)$$
$$\tfrac{3}{2}x - 1 = -2x + 3$$
$$3,5x = 4$$
$$x_S = 1\tfrac{1}{7}$$
$$y_S = f(x_S) = f(1\tfrac{1}{7}) = \tfrac{5}{7}$$
$$\Rightarrow \quad S(1\tfrac{1}{7} \,|\, \tfrac{5}{7})$$

2.1 Gib die Gleichung der Geraden an, die durch die Punkte $A(2|-1)$ und $B(-3|-5)$ verläuft.

a) Steigung m: $m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-5-(-1)}{-3-2}=\frac{4}{5} \Rightarrow y=\frac{4}{5}x+t$

b) y-Achsenabschnitt t: A oder B in $y=\frac{4}{5}x+t$ einsetzen

$$-1=\tfrac{4}{5}\cdot 2+t$$
$$-1=1\tfrac{3}{5}+t$$
$$t=-2\tfrac{3}{5}$$
$$\Rightarrow y=\tfrac{4}{5}x-2\tfrac{3}{5}$$

2.2 Gib die Gleichung der Geraden an, die parallel zur Geraden $g: y=2x-1$ verläuft und durch den Punkt $F(2|1)$ geht.

a) Steigung m: $m=2 \quad$ (parallel!) $\Rightarrow y=2x+t$

b) y-Achsenabschnitt t: F in $y=2x+t$ einsetzen
Man erhält: $y=2x-3$

2.3 Gib die Gleichung der Geraden an, die senkrecht zur Geraden $g: y=2x-1$ verläuft und durch den Punkt $F(2|1)$ geht.

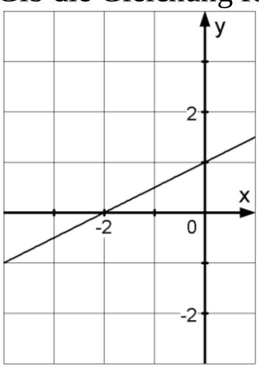
a) Steigung m: $m_1\cdot m_2=-1 \Rightarrow 2\cdot m_2=-1 \Rightarrow m_2=-\frac{1}{2} \Rightarrow y=-\frac{1}{2}x+t$

b) y-Achsenabschnitt t: F in $y=-\frac{1}{2}x+t$ einsetzen
Man erhält: $y=-\frac{1}{2}x+2$
Diese Gerade bezeichnet man auch die Normale zur Geraden g

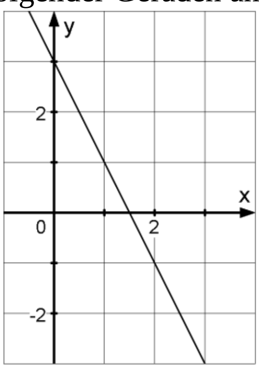
Aufgaben:

1. Zeichne die Gerade mit der folgenden Gleichung in ein Koordinatensystem
   a) f: $y=\frac{1}{2}x+2$ b) g: $y=-\frac{1}{3}x+3$ c) h: $x+2y-3=0$

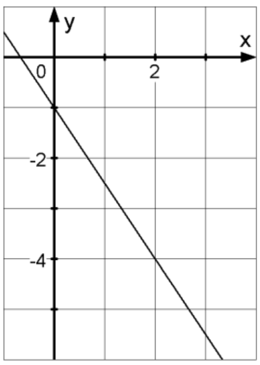
2. Gib die Gleichung folgender Geraden an!



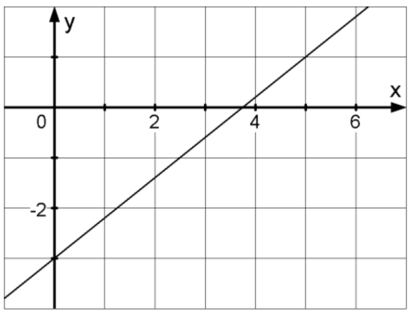
$y=\frac{1}{2}x+1$



$y=-2x+3$



$y=-\frac{3}{2}x-1$



$y=\frac{4}{5}x-3$

3. Gib die Gleichung der Geraden durch folgende Punkte an!

a) $A(2|-1)$ und $B(4|3)$
$y=2x-5$

b) $P(-2{,}5|-0{,}5)$ und $Q(1{,}5|2)$
$y=\frac{5}{8}x+1\frac{1}{16}$

c) $M(2|1)$ und $N(-3|1)$
$y=1$

d) $C(2|1)$ und $D(2|-4)$
$x=2$

e) $A(a|2a)$ und $B(-2a|8a)$
$y=-2x+4a$

f) $A(2|k)$ und $B(k|2)$
$y=-x+k+2$

g) $T(k|-3)$ und $R(1+k|2)$
$y=5(x-k)-3$

4. a) Bestimme $a\in\mathbb{R}$ so, dass die Gerade durch die Punkte $A(-a|a^2)$ und $B(3a|-5a^2)$ die y-Achse bei -1 schneidet.
$a_{1/2}=\pm\sqrt{2}$

b) Bestimme $a\in\mathbb{R}$ so, dass die Gerade durch die Punkte $P(a|-a)$ und $Q(a+2|a-1)$ die y-Achse bei $-0{,}5$ schneidet.
$a_{1/2}=\begin{cases}-1\\ \frac{1}{2}\end{cases}$

5. Prüfe, ob der Punkt A auf der gegebenen Geraden liegt!

a) $A(1|0)$ und $y=2-x$
nein

b) $A(1|-1)$ und $y=x-2$
ja

6. Bestimme $t\in\mathbb{R}$ so, dass der Punkt P auf der Geraden g liegt.

a) $g_t: x\mapsto 2x-t \quad P(2|0)$
$t=4$

b) $g_t: x\mapsto tx-1 \quad P(-1|3)$
$t=-4$

c) $g_t: x\mapsto \frac{1}{2}x-t^2 \quad P(2|-3)$
$t=\pm2$

d) $g: x\mapsto x-1 \quad P(t|1)$
$t=2$

e) $g_t: x\mapsto -\frac{1}{3}x+t \quad P(3|2t)$
$t=-1$

7. Überprüfe, ob folgende Punkte auf einer Geraden liegen!

a) $P(2|3);\ Q(-1|1);\ R(4|5)$
nein

b) $P(-1|1);\ Q(7|-3);\ R(1|0)$
ja

8. Bestimme die Schnittpunkte folgender Geraden mit den Koordinatenachsen!

a) $y=2x+1$
$S_x(-\frac{1}{2}|0);\ S_y(0|1)$

b) $y=\frac{1}{2}x-3$
$S_x(6|0);\ S_y(0|-3)$

c) $y=-5x+4$
$S_x(\frac{4}{5}|0);\ S_y(0|4)$

d) $y=-3x-1$
$S_x(-\frac{1}{3}|0);\ S_y(0|-1)$

e) $y=-\frac{2}{5}x+2$
$S_x(5|0);\ S_y(0|2)$

f) $y=\frac{1}{6}x+\frac{3}{4}$
$S_x(-4{,}5|0);\ S_y(0|\frac{3}{4})$

g) $3x+2y=6$
$S_x(2|0);\ S_y(0|3)$

h) $3x-6y=9$

$S_x(3|0)$; $S_y\left(0|-\frac{3}{2}\right)$

9. Bestimme die Schnittpunkte folgender Geraden
   a) $y=2x-3 \wedge y=1{,}5-x$
   $S(1{,}5|0)$
   b) $y=-\frac{2}{3}x-4 \wedge y=1{,}5x+2{,}5$
   $S(-3|-2)$
   c) $y=\frac{4}{5}x+1 \wedge y=-\frac{5}{4}x-1$
   $S\left(-\frac{40}{41}|\frac{9}{41}\right)$
   d) $2x-y=4 \wedge 6x=3y+12$
   Geraden sind identisch

10. Bestimme die Gleichung der Geraden g, die durch den Punkt A geht und parallel zur Geraden h verläuft
    a) $A(-2|1)$ $h: y=\frac{1}{2}x+1$ $p: y=\frac{1}{2}x+2$
    b) $A(0|-3)$ $h: y=\frac{4}{7}x+3$ $p: y=\frac{4}{7}x-3$
    c) $A(3|3)$ $h: 2x-3y+9=0$ $p: y=\frac{2}{3}x+1$
    d) $A(k|-k)$ $h: y=-2x+2$ $p: y=-2x+k$

11. Bestimme die Gleichung der Normalen n zu h durch den Punkt A.
    a) $A(-2|1)$ $h: y=\frac{1}{2}x+1$ $n: y=-2x-3$
    b) $A(0|-3)$ $h: y=\frac{4}{7}x+3$ $n: y=-\frac{7}{4}x-3$
    c) $A(3|3)$ $h: 2x-3y+9=0$ $n: y=-1{,}5x+7{,}5$
    d) $A(k|-k)$ $h: y=-2x+2$ $n: y=0{,}5x-1{,}5k$

Allgemein gilt:

$$y=\underbrace{m}_{\text{variable Kosten}}\cdot x+\underbrace{t}_{\text{fixe Kosten}}$$

12. Eine normale Glühbirne kostet 0,99 € und verbraucht in 1000 Std. für 7,45 € elektrische Energie. Eine Energiesparlampe mit gleicher Lichtausbeute kostet 7,99 € und verbraucht in 1000 Std. für nur 1,49 € elektrische Energie.
    a) Stellen Sie die Gesamtkosten y (in €) beider Lampen als lineare Funktion der Betriebsdauer x (in 1000 Std.) dar, und berechnen Sie, nach wie vielen Betriebsstunden die Gesamtkosten der Energiesparlampe niedriger sind als die der Glühlampe.
    $$\begin{array}{l} g: y=7{,}45x+0{,}99 \\ e: y=1{,}49x+7{,}99 \end{array} \quad\Rightarrow\quad g(x)=e(x) \quad\Rightarrow\quad x=1{,}1745$$
    b) Berechnen Sie, um wie viel der Kaufpreis der Energiesparlampe sinken muss, damit sich ihr Einsatz bereits nach einer Betriebsdauer von 1000 Std. lohnt.
    $$\begin{array}{l} g: y=7{,}45x+0{,}99 \\ e: y=1{,}49x+p_{neu} \end{array} \quad\Rightarrow\quad g(1)=e(1) \quad\Rightarrow\quad p_{neu}=6{,}95$$
    Der Preis muss um 1,04€ gesenkt werden.

13. Ein Draht, der bei einer Temperatur von 20°C eine Länge von 200,0 mm besitzt, dehnt sich bei Erwärmung gleichmäßig aus. Bei einer Temperatur von 28°C misst man eine Länge von 203,2 mm. Die Länge l des Drahtes (in mm) ist dabei eine lineare Funktion der Temperatur T (in °C).
    Ermitteln Sie die Funktionsgleichung dieser linearen Funktion, und berechnen Sie, wie lang der Draht bei einer Temperatur von 40°C sein wird.

$A(20|200), B(28|203{,}2)$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta \ell}{\Delta T} = \frac{3{,}2}{8} = 0{,}4$

A in $\ell = 0{,}4 \cdot T + t \quad \Rightarrow \quad 200 = 0{,}4 \cdot 20 + t \quad \Rightarrow \quad t = 192$

$d: \ell = 0{,}4 \cdot T + 192$

Bei einer Temperatur von 40°C hat der Draht ein Länge von 208mm.

Bemerkung:

- Die Steigung 0,4 gibt an, dass sich die Drahtlänge um $0{,}4\,\text{mm}$ vergrößert, wenn man die Temperatur um 1°C erhöht.
- Der y-Achsenabschnitt $t = 192$ gibt die Länge des Drahtes bei einer Temperatur von 0°C an.

14. Gegeben ist die Geradenschar $g_k: kx - y + 3 - k = 0$ mit $k \in \mathbb{R}$ als Scharparameter.
    a) Zeige, dass der Punkt $P(1/3)$ allen Geraden der Schar gemeinsam ist und daher ein Geradenbüschel vorliegt!
    b) Zeichne $g_0, g_{0,5}, g_1, g_3, g_{-1}$ und g_{-2}!
    c) Welche Gerade durch P wird von der Gleichung g_k nicht erfasst?
    d) Wie muss k gewählt werden, damit g_k durch den Punkt $(-1/-1)$ geht?
    e) Für welches k steht g_k senkrecht auf $h: 2x - 3y + 1 = 0$?

15. Gegeben ist die Schar der Geraden g_k durch die Gleichung $g_k: x \mapsto g_k(x) = kx + 2 - 3k$ mit $k \in \mathbb{R}$ als Scharparameter
    a) Zeichne die Geraden g_0, g_1 und g_2.
    b) Zeige, dass es einen Punkt gibt, durch den alle Geraden der Schar gehen.
    c) Wie muss k gewählt werden, damit g_k durch den Punkt (1/4) geht?
    d) Gehört die Gerade $g: 5x - y - 23 = 0$ zur gegebenen Geradenschar?
    e) Die Gerade g_k schneidet die x-Achse im Punkt S_k und die y-Achse im Punkt T_k. Wie muss k gewählt werden, damit das Dreieck OS_kT_k den Flächeninhalt 16 FE hat? (4 Lösungen!)
    $k_1 = -\frac{2}{9}$; $k_2 = -2$;

16. Bestimme für $a \in \mathbb{R}$ die Schnittstelle der beiden Graphen.
    a) $f_a: x \mapsto 2x - 3$ und $g_a: x \mapsto ax + 1$

$$2x - 3 = ax + 1$$
$$2x - ax = 4$$
$$(2 - a) \cdot x = 4$$

1. Fall: $2 - a \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$ $\quad$ 2. Fall: $2 - a = 0 \Leftrightarrow a = 2$

$x = \frac{4}{2-a}$ $\quad$ $0 \cdot x = 4$

$0 = 4 \quad (f) \Rightarrow$ Für $a = 2$ gibt es keine Schnittstelle

    b) $f_a: x \mapsto 2ax - 8$ und $g_a: x \mapsto 4x + 4a$

$$2ax - 8 = 4x + 4a$$
$$2ax - 4x = 4a + 8$$
$$(2a - 4)\cdot x = 4a + 8$$

1. Fall: $2a - 4 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$ 2. Fall: $2a - 4 = 0 \Leftrightarrow a = 2$

$x = \frac{4a+8}{2a-4} = \frac{2a+4}{a-2}$ $0\cdot x = 16$

$\mathbb{L} = \left\{\frac{2a+4}{a-2}\right\}$ $0 = 16$ (f) $\Rightarrow$ Für $a = 2$ gibt es keine Schnittstelle

c) $f_a : x \mapsto 2ax - 2$ und $g_a : x \mapsto x - 4a$

$$2ax - 2 = x - 4a$$
$$2ax - x = 2 - 4a$$
$$(2a - 1)\cdot x = 2 - 4a$$

1. Fall: $2a - 1 \neq 0 \Leftrightarrow a \neq \frac{1}{2}$ 2. Fall: $2a - 1 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

$x = \frac{2-4a}{2a-1} = -2$ $0\cdot x = 0$

$0 = 0$ (w) $\Rightarrow$ Für $a = 2$ gibt es unendlich viele Schnittstellen $\Rightarrow f_{\frac{1}{2}} = g_{\frac{1}{2}}$

d) $f_a : x \mapsto (5 - 2a)x - 2$ und $g_a : x \mapsto \frac{1}{2}ax + a$

$$(5 - 2a)x - 2 = \tfrac{1}{2}ax + a$$
$$5x - 2ax - 2 = \tfrac{1}{2}ax + a$$
$$5x - 2{,}5ax = 2 + a$$
$$(5 - 2{,}5a)x = 2 + a$$

1. Fall: $5 - 2{,}5a \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 2$ 2. Fall: $5 - 2{,}5a = 0 \Leftrightarrow a = 2$

$x = \frac{2+a}{5-2{,}5a}$ $0\cdot x = 4$

$\mathbb{L} = \left\{\frac{2+a}{5-2{,}5a}\right\}$ $0 = 4$ (f) $\Rightarrow$ Für $a = 2$ gibt es keine Schnittstelle

17. Für welche $x \in \mathbb{R}$ liegt der Graph der Funktion

a) $f : x \mapsto 2x + 1$ oberhalb der x-Achse?

$$2x + 1 > 0$$
$$2x > -1$$
$$x > -\tfrac{1}{2}$$
$$\mathbb{L} = \left]-\tfrac{1}{2}; \infty\right[$$

b) $f : x \mapsto -\frac{1}{2}x + 4$ unterhalb der x-Achse?

$$-\tfrac{1}{2}x + 4 < 0$$
$$-\tfrac{1}{2}x < -4$$
$$x > 8$$
$$\mathbb{L} = \left]8; \infty\right[$$

c) $f_a : x \mapsto \frac{1}{3}x - a$ oberhalb der x-Achse?

$$\tfrac{1}{3}x - a > 0$$
$$\tfrac{1}{3}x > a$$
$$x > 3a$$
$$\mathbb{L} = \left]3a; \infty\right[$$

d) $f_a : x \mapsto ax+3$ oberhalb der x-Achse?

$$ax+3>0$$
$$ax>-3$$

1. Fall: $a>0$	2. Fall: $a<0$	3. Fall: $a=0$
$x>-\frac{3}{a}$	$x<-\frac{3}{a}$	$0>-3$ (w)
$\mathbb{L} = \left]-\frac{3}{a};\infty\right[$	$\mathbb{L} = \left]-\infty;-\frac{3}{a}\right[$	$\mathbb{L}=\mathbb{R} \Rightarrow G_{f_a}$ liegt immer oberhalb der $x-$Achse

18. Für welche $x \in \mathbb{R}$ liegt der Graph der Funktion f oberhalb des Graphen der Funktion g?

a) $f : x \mapsto \frac{1}{2}x-2$ und $g : x \mapsto x+2$

$$\tfrac{1}{2}x-2>x+2$$
$$-\tfrac{1}{2}x>4$$
$$x<-8$$
$$\mathbb{L}=\left]-\infty;-8\right[$$

b) $f : x \mapsto -\frac{2}{3}x-3$ und $g : x \mapsto \frac{1}{3}x+2$

$$-\tfrac{2}{3}x-3>\tfrac{1}{3}x+2$$
$$-x>5$$
$$x<-5$$
$$\mathbb{L}=\left]-\infty;-5\right[$$

c) $f_a : x \mapsto 2x+3a$ und $g : x \mapsto -x+3$

$$2x+3a>-x+3$$
$$3x>3-3a$$
$$x>1-a$$
$$\mathbb{L}=\left]1-a;\infty\right[$$

d) $f_a : x \mapsto ax+2$ und $g : x \mapsto -2x+3$

$$ax+2>-2x+3$$
$$ax+2x>1$$
$$(a+2)x>1$$

Gerade durch zwei Punkte mit Parameter geben und daraus den gemeinsamen Punkt der Geradenschar berechnen lassen.

19. Gegeben ist die lineare Funktion f durch $f(x)=0,2x+0,5$ mit $x \in \mathbb{R}$.
   a) Für welche Werte von x verläuft die Gerade f oberhalb der x-Achse?
   b) Die Gerade g schneidet die Gerade f auf der x-Achse senkrecht.
      Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g.
   c) Die Gerade h schneidet die Gerade g senkrecht und geht durch den Ursprung des Koordinatensystems. Bestimmen Sie die Gleichung von h.

20. Gegeben ist die Geradenschar g_a durch $g_a(x)=2ax+3-4a$ mit $a \in \mathbb{R}$.
   a) Zeigen Sie, dass jede Gerade der Schar g_a durch den Punkt $T(2|3)$ geht.
   b) Bestimmen Sie a so, dass die zugehörige Gerade durch den Koordinatenursprung geht.

c) Für welchen Wert von a verläuft die zugehörige Gerade parallel zur x-Achse?
d) Für welchen Wert von a steht die zugehörige Gerade senkrecht auf dem Graphen von $y=\frac{1}{3}x+1$? Welche Koordinaten hat der Schnittpunkt?

21. Gegeben ist die Geradenschar g_t durch $g_t(x)=\left(t^2-4\right)x-2$ mit $t\in\mathbb{R}$ und die Gerade h durch $h(x)=2x+3$.
a) Für welche Werte von t ist die Steigung der Geraden g positiv?
b) Für welche Werte von t verläuft die Gerade g parallel zur Geraden h?
c) Für welche Werte von t verläuft die Gerade g senkrecht zur Geraden h?
d) Bestimmen Sie t so, dass sich die Geraden g und h an der Stelle $x=-2$ schneiden.

22. Gegeben sind die Funktionenscharen f_a und g_a durch die Zuordnungsvorschriften $f_a(x)=2x+a$ und $g_a(x)=\left(2-a\right)x+3$ mit $a\in\mathbb{R}$.
Die zugehörigen Graphen heißen F_a und G_a.
a) Für welchen Wert von a laufen die beiden Graphen parallel?
b) Prüfen Sie durch Rechnung, ob der Punkt $P\left(2\,|\,7-2a\right)$ auf einem der beiden Graphen liegt.
c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von F_a und G_a.
d) Die beiden Graphen sollen sich auf der y-Achse schneiden. Für welchen Wert von a ist das der Fall? Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts an.

23. Gegeben ist die Geradenschar g_t durch die Funktionsgleichung $g_t(x)=\frac{1}{3}\left(t^2-3\right)\left(x-t\right)+\frac{1}{9}\left(t^2-9\right)$ mit $x;t\in\mathbb{R}$.
a) Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen g_0 und g_3 in ein Koordinatensystem.
b) Berechnen Sie den Schnittpunkt der Graphen von g_0 und g_3.
c) Geben Sie die Schnittpunkte des Graphen von g_3 mit den Koordinatenachsen an.
d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, das von den Graphen von g_0, g_3 und der y-Achse gebildet wird.

24. Gegeben ist die Geradenschar g_t durch die Funktionsgleichung $g_t(x)=-2tx+t^2+1,\quad t\in\mathbb{R}\backslash\{0\}$.
a) Geben Sie die Nullstellen der Funktionen in Abhängigkeit von t an.
b) Geben Sie die y-Achsenabschnitte in Abhängigkeit von t an.
c) Für welche Werte von t ist der Schnittpunkt der Geraden mit der y-Achse $P\left(0\,|\,5\right)$
d) Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen g_{-1} und g_1 in ein Koordinatensystem.
e) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der Graphen von g_{-1} und g_1.

25. Daniel Fahrenheit (24.05.1686 bis 16.09.1736) entwickelte seine eigene Temperaturskala, die heute noch in den USA und einigen anderen englischsprachigen Ländern verwendet wird. In Europa war sie solange in Gebrauch, bis sie von der Celsius-Skala abgelöst wurde.
Fahrenheit wählte für seine Skala zwei Fixpunkte. Als Nullpunkt wählte er die tiefste Temperatur des strengen Winters 1708/09 in Danzig (-17,8°C), die er mit einer Mischung aus Eis, Salmiak und Wasser (Kältemischung) immer wieder herstellen konnte. Seine eigene Körpertemperatur legte er bei 100°F fest.

25.1 Stelle eine lineare Funktion auf um eine Temperatur in °C in eine Temperatur in °F umzuwandeln.

26.0 Simon will ein Praktikum in den USA belegen; er paukt ordentlich Vokabeln. Er schätzt seinen Wortschatz auf 900 Wörter, er will täglich 6 neue Vokabeln dazu lernen. Er fliegt in dreizehn Wochen.
26.1 Stellen Sie einen Funktionsterm auf, der einen Zusammenhang zwischen der Lerndauer und den insgesamt gelernten Vokabeln herstellt.
26.2 Berechnen Sie, wie viele Wörter Simon bei seinem Abflug in die USA kennt.
26.3 Ermitteln Sie, wie lange er lernen müsste um seinen Wortschatz zu verdoppeln.

27.0 In einem Krankenhaus benötigt man viel Desinfektionslösung. Zurzeit sind noch $144\,\ell$ vorhanden. Pro Tag werden $12\,\ell$ verbraucht.
27.1 Stellen Sie einen Funktionsterm auf, der den Zusammenhang zwischen den verstreichenden Tagen und der verbleibenden Desinfektionslösung herstellt.
27.2 Nach wie vielen Tagen geht dem Krankenhaus die Desinfektionslösung aus?
27.3 Bei einem Bestand von $60\,\ell$ wird nachbestellt. In wie vielen Tagen muss dies geschehen.

28.0 Von einem gewissen Dopingmittel weiß man, dass der Abbau linear mit $2{,}35\,\frac{\text{mg}}{\text{h}}$ geschieht. Zwei Stunden nach Einnahme werden bei einem Sportler noch $4{,}60\,\text{mg}$ des Dopingmittels noch nachgewiesen.
28.1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.
28.2 Bestimmen Sie die Konzentration nach $3\,\text{h}\ \ 15\,\text{min}$.
28.3 Eine Konzentration unter $1\,\text{mg}$ ist mit einer bestimmten Untersuchungsmethode nicht mehr nachzuweisen. Wie viele Stunden und Minuten vor dem Wettkampf müsste ein Sportler dieses Dopingmittel einnehmen, um bei einem Test zwei Stunden nach dem Wettkampf eine Konzentration unter $1\,\text{mg}$ aufzuweisen?

29.0 Ein Vertreter erhält von seinem Arbeitgeber zwei verschiedene Gehaltsangebote. Beim Angebot 1 erhält er 2.600€ Grundgehalt und eine Provision von 8% des Monatsumsatzes, Angebot 2 umfasst 1.400€ Grundgehalt und eine Provision von 15% des Monatsumsatzes.
29.1 Stelle die Funktionsterme zur Darstellung beider Gehaltsangebote auf und zeichne die beiden Funktionsgraphen in ein gemeinsames Koordinatensystem.
29.2 Wie viel € kann er jeweils bei 8.000€ Umsatz bzw. bei 25.000€ Umsatz monatlich verdienen?
29.3 Bei welchem Monatsumsatz verdient er bei beiden Angebot dasselbe Gehalt, und wie hoch ist dieses Gehalt dann?

30.0 Der Anschaffungswert einer Maschine beträgt $120.000€$ .Entsprechend der voraussichtlichen Nutzungsdauer von 8 Jahren wir sie mit 12,5% linear abgeschrieben.
30.1 Stelle den Funktionsterm zur Darstellung der Buchwerte in Abhängigkeit von den Nutzungsjahren auf und zeichne den dazugehörigen Graphen.
30.2 Lies am Graphen den Buchwert nach 3,5 Jahren und 8 Jahren ab.
30.3 Nach wie vielen Jahren steht die Maschine mit $30.000€$ zu Buche?

Hinweis: Der Anschaffungswert ist der Nettopreis (ohne MWSt.) eines Anlageguts zuzüglich aller mit dem Erwerb zusammenhängenden Nebenkosten (z.B. Transportkosten, Montagekosten), abzüglich erhaltener Nachlässe (z.B. Rabatt, Skonto). Der Buchwert ist der

„in den Büchern“, d.h. auf dem Anlagekonto geführte Wert des Anlageguts, der sich regelmäßig durch die Abschreibungen vermindert.

31.0 Zwei Produktionsverfahren werden diskutiert:
Verfahren A mit computergesteuerten Maschinen, bei dem $600.000€$ fixe Kosten und $15€$ variable Stückkosten anfallen;
Verfahren B mit handgesteuerten Maschinen, bei dem $121.000€$ fixe Kosten und $80€$ variable Stückkosten anfallen.
31.1 Stelle die Funktionsterme auf und zeichne die Graphen der Funktionen in ein Koordinatensystem ein.
31.2 Bestimme die Ausbringungsmenge (Stückzahl), bei der beide Verfahren kostengleich sind.
31.3 Ermittle für beide Verfahren die Kosten für die Ausbringungsmenge 5.000 Stück und 8.000 Stück.

32.0 Ein Draht hat bei einer Temperatur von 40°C eine Gesamtlänge von 174mm, bei einer Temperatur von 5°C ein Gesamtlänge von 164mm.
32.1 Stelle einen linearen Funktionsterm auf, der die Gesamtlänge in Abhängigkeit von der Temperatur angibt.
32.2 Berechne die Gesamtlänge bei Raumtemperatur (20°C).
32.3 Welche Gesamtlänge hat der Draht beim Gefrierpunkt?
32.4 Ein anderer Draht, der bei Raumtemperatur die gleiche Länge wie obiger Draht hat, hat bei einer Temperatur von –10°C eine Gesamtlänge von 160mm.
Handelt es sich dabei um einen Draht des gleichen Materials?

33.0 Die Kosten für einen Leihwagen betragen (einschließlich Benzinkosten) $0,70\,€$ je km. Ein entsprechend eigenes Fahrzeug würde jährlich $5.000\,€$ feste Kosten (Abschreibung, Wartung, etc.) bei einem Benzinverbrauch von $8\,\ell$ zu je $1,25\,€$ für $100\,\mathrm{km}$ verursachen.
33.1 Stellen Sie für jedes Fahrzeug einen Funktionsterm auf der einen Zusammenhang zwischen den gefahrenen Kilometern und den jährlichen Gesamtkosten herstellt.
33.2 Berechnen Sie die Kosten beider Fahrzeuge bei einer Jahresnutzung von $9.000\,\mathrm{km}$.
33.3 Ermitteln Sie die Kilometerzahl, bei der die Kosten für beide Fahrzeuge gleich sind.
33.4 Erklären Sie, wie sich der Benzinverbrauch des Fahrzeugs bzw. die Spritkosten auf diesen Zusammenhang auswirken.
33.5 Um wie viel müsste der Benzinverbrauch gedrosselt werden, wenn sich der Benzinpreis um $0,10\,€$ erhöhen würde, damit beide Fahrzeuge noch Kostengleich sind.

34.0 In der Fertigungsabteilung eines Kleingeräteherstellers fallen monatlich $57.200\,€$ an fixen Kosten an. Die variablen Kosten betragen $15\,€$ pro Stück. Die Abteilung kann höchstens 3.500 Stück pro Monat produzieren. Der Verkaufspreis des Produkts beträgt $37\,€$.
34.1 Stellen Sie die Funktionsterme der Kosten-, Erlös- und Gewinnfunktion auf.
34.2 Ermitteln Sie, ob die Abteilung bei einer Produktion von 2.000 Stück rentabel arbeitet.
34.3 Berechnen Sie die Gewinnschwelle.
34.4 Zeichnen Sie die Graphen der drei Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem ein. Welche Beziehung besteht zwischen diesen drei Graphen?
34.5 Bestimmen Sie die Gewinnschwelle, wenn sich die variablen Stückkosten um $3,50\,€$ erhöhen und der Verkaufspreis um $7,50\,€$ geringer ausfällt.

35.0 Ein 6,0m hoher zylinderförmiger Behälter für Kunststoffgranulat hat ein Fassungsvermögen von $42,4\,\mathrm{m}^3$. Da der Behälter nur noch zu 5% gefüllt ist muss er befüllt werden. Dazu wird aus Sicherheitsgründen die Entnahme des Granulats während der Befüllung gestoppt. Durch ein Hochleistungsgebläse wird das Granulat gleichmäßig in den Zylinder eingeblasen.
Nach einer Füllzeit von 15 Minuten beträgt die Füllhöhe 1,0m.

35.1 Ermitteln Sie die Höhe des Granulats vor Beginn der Füllphase.

35.2 Stellen Sie einen Funktionsterm auf, der die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Füllzeit angibt.

35.3 Nach DIN ISO SCHLAGMICHTOT darf der Behälter nur zu 95% gefüllt werden. Nach welcher Zeit muss der Füllvorgang beendet werden?

35.4 Nach bisherigen Erfahrungen allerdings weis man, dass der Behälter auch komplett befüllt werden kann. Der Vorarbeiter war allerdings 10 Minuten zu lange in der Pause. Kann die Füllanlage noch rechtzeitig ausgeschaltet werden?