Bildung und Wissen
Ist das was dem Klugen zeigt,
wie wenig er kann,
und dem Dummen die Illusion gibt,
viel zu können.
(Julian Tuwim)

§ 2 Der Funktionsbegriff

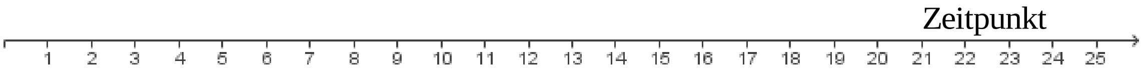
In der Mathematik haben Funktionen eine große Bedeutung. Sie sind eine besondere Art von Zuordnungen. Viele Sachverhalte des täglichen Lebens lassen sich als Funktionen interpretieren (mathematisieren!).

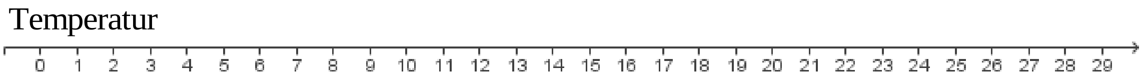
Beispiel: In einer lokalen Wetterstation werden zu jeder vollen Stunde die (Luft-) Temperaturen gemessen. Die täglichen Messungen können als Zuordnungen in folgender Form dargestellt werden.

Zeitpunkt (Uhrzeit) $\mapsto$ Temperatur(°C)

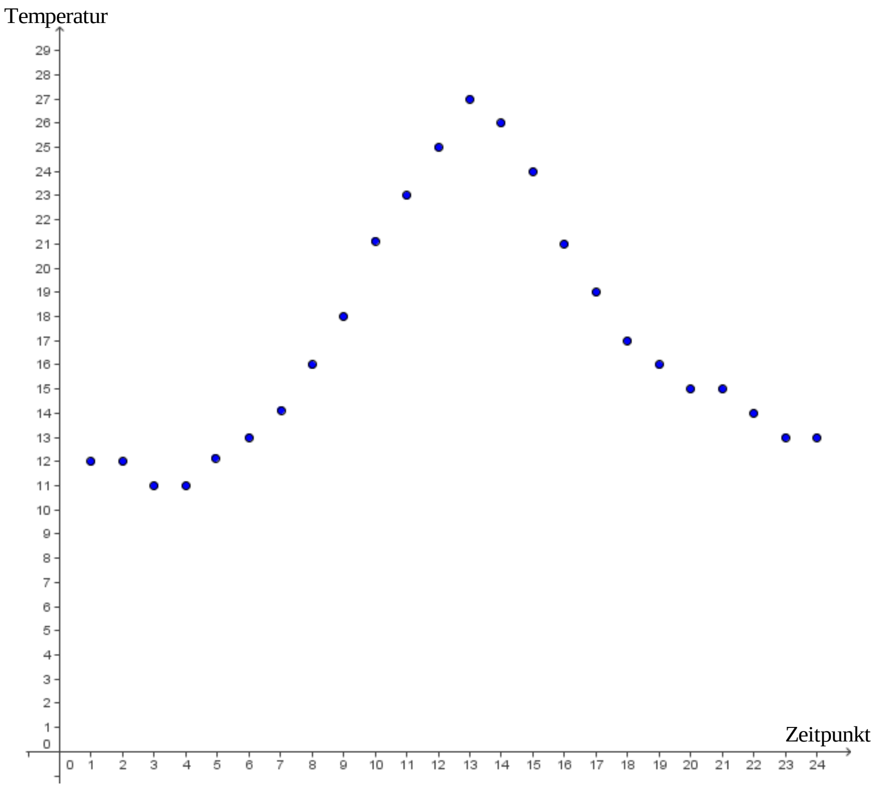
Zeitpunkt	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Temperatur	12	12	11	11	12	13	14	16	18	21	23	25	27	26	24	21	19	17	16	15	15	14	13	13

Dieser Sachverhalt lässt sich in einem Pfeildiagramm visualisieren.
Dazu zeichnet man zwei Achsen und verbindet die entsprechenden Werte durch einen Pfeil.





Anschaulicher wird die Sache, wenn man die zweite Achse um 90° dreht und die beiden zu einem Koordinatenkreuz (-system) zusammenbringt.



Im Alltag sowie auch in Wissenschaft und Technik sind häufig die Elemente zweier Mengen durch eine Zuordnungsvorschrift miteinander verbunden. Lässt sich diese Zuordnung mathematisieren und ist dies auch eindeutig, so spricht man auch von einer Funktion.

Definition: Ist eine Zuordnung zwischen Zahlen eindeutig, so nennt man sie eine Funktion. Ist die umgekehrte Zuordnung zwischen Zahlen ebenfalls eindeutig, so nennt man diese die Umkehrfunktion.
Eine eindeutige Zuordnung zwischen reellen Zahlen nennt man eine reelle Funktion.

Man schreibt kurz:

$$f : x \mapsto y \quad \text{(x geht auf y)}$$

Einem Wert x wird durch die Funktion (Funktionsvorschrift) ein Wert y zugeordnet.
Dabei ist $x \in \mathbb{D}_f$ (Definitionsmenge). Das ist die Menge aller Zahlen x, denen durch die Funktion f ein Wert y zugeordnet wird.
Und $y \in \mathbb{W}_f$ (Wertemenge). Das ist die Menge, die tatsächlich auch als Funktionswerte von f vorkommen.

In unserem Beispiel gilt:

$\mathbb{D}_f =$

$\mathbb{W}_f =$

Lassen sich die Funktionswerte y mit Hilfe eines Terms f(x) berechnen, so heißt f(x) Funktionsterm. Die Gleichung $y = f(x)$ nennt man die Funktionsgleichung.

Für unser Beispiel ist so ein Term allerdings nur schwer zu finden!

Die Funktion fasst x und den zugeordneten Funktionswert y zu einem geordneten Paar (x, y) zusammen. Jedes Zahlenpaar, das zu einer bestimmten Funktion gehört bestimmt einen Punkt im Koordinatensystem. Die Menge dieser Punkte wird als Funktionsgraph bezeichnet.

Bsp 1: „Eine positive Zahl wird verdoppelt und anschließend um drei vermindert.“
Geben Sie eine Funktionsvorschrift, eine Funktionsgleichung, die Definitionsmenge und die Wertemenge an. Zeichnen Sie den Graphen der entsprechenden Funktion.

$f: x \mapsto y$ mit $y = 2x - 3$ ODER: $f: x \mapsto 2x - 3$

Definitionsmenge: $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}^+$

Wertemenge: $\mathbb{W}_f =]-3;\infty[$