

2011 B II Lösung

$$1.1 \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1-1 \\ 3-0 \\ -2-2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 0-1 \\ 6-0 \\ -4-2 \end{pmatrix} \Rightarrow E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_E = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -18 - (-24) \\ 4 - 0 \\ 0 - (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$E: \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \circ \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \right] = 0 \Rightarrow E: 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 12 = 0$$

1.2 g in E einsetzen:

$$6 \cdot (-4 + 6r) + 4 \cdot (-4 + 4r) + 3 \cdot (-3 + 3r) - 12 = 0$$

$$-24 + 36r - 16 + 16r - 9 + 9r - 12 = 0$$

$$61r = 61$$

$$r = 1$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -3 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow S(2|0|0)$$

$$1.3.1 \quad \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{SC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0-2 \\ 6-0 \\ -4-0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -2 \end{pmatrix} \Rightarrow D(-1|6|-2)$$

$$1.3.2 \quad \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0-1 \\ 6-0 \\ -4-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \Rightarrow M(\frac{1}{2}|3|-1)$$

1.3.3 Punktmenge P: Inneres einschließlich aller Seiten



$$1.3.4 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \tau \cdot \begin{pmatrix} 2-1 \\ 0-0 \\ 0-2 \end{pmatrix} + \kappa \cdot \begin{pmatrix} 0-2 \\ 6-0 \\ 0-4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \tau \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \kappa \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow 0 = \tau + \frac{1}{2} \cdot (-2) \Rightarrow \tau = 1$$

$$\Rightarrow -4 = 1 \cdot (-2) + \frac{1}{2} \cdot (-4) \Rightarrow -4 = -4 \quad (w)$$

Somit gilt: $B \in P$

$$2.1 \quad \vec{y} = (E - A) \cdot \vec{x}$$

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0,05 & 0,3 & 0,2 \\ 0 & 0,5 & 0,2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 800 \\ 520 \\ 450 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,2 & 0 \\ -0,05 & 0,7 & -0,2 \\ 0 & -0,5 & 0,8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 800 \\ 520 \\ 450 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 616 \\ 234 \\ 100 \end{pmatrix}$$

	R	S	T	Markt	Gesamt
R	80	104	0	616	800
S	40	156	90	234	520
T	0	260	90	100	450

$$2.2 \quad \vec{y} = (E - A) \cdot \vec{x}$$

$$\vec{y} = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,2 & 0 \\ -0,05 & 0,7 & -0,2 \\ 0 & -0,5 & 0,8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 800 \\ 520 \\ 450 - a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 616 \\ 234 + 0,2a \\ 100 - 0,8a \end{pmatrix}$$

Es muss gelten:

$$\left. \begin{array}{l} 234 + 0,2a \geq 0 \Rightarrow a \geq -1170 \\ 100 - 0,8a \geq 0 \Rightarrow a \leq 125 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 \leq a \leq 125 \Rightarrow a_{\max} = 125$$

$$2.3 \quad \vec{y} = (E - A) \cdot \vec{x}$$

$$\begin{pmatrix} 362 \\ 149 \\ 113 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,2 & 0 \\ -0,05 & 0,7 & -0,2 \\ 0 & -0,5 & 0,8 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$$

$$\begin{array}{rcl} 0,9x_1 - 0,2x_2 & = & 362 \\ -0,05x_1 + 0,7x_2 - 0,2x_3 & = & 149 \\ -0,5x_2 + 0,8x_3 & = & 113 \end{array} \quad \begin{array}{l} \cdot 4 \uparrow \\ \leftarrow \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -0,5 \cdot 350 + 0,8x_3 = 113 \Rightarrow x_3 = 360 \\ 0,9x_1 - 0,2 \cdot 350 = 362 \Rightarrow x_1 = 480 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 0,9x_1 - 0,2x_2 & = & 362 \\ -0,2x_1 + 2,3x_2 & = & 709 \\ \hline 10,15x_2 & = & 3552,5 \Rightarrow x_2 = 350 \end{array} \quad \begin{array}{l} \cdot 4,5 \uparrow \\ \leftarrow \end{array}$$

Somit folgt für den Produktionsvektor: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 480 \\ 350 \\ 360 \end{pmatrix}$

$$2.4 \quad \vec{y} = (E - A) \cdot \vec{x}$$

$$\begin{pmatrix} y_R \\ y_S \\ y_T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 & -0,2 & 0 \\ -0,05 & 0,7 & -0,2 \\ 0 & -0,5 & 0,8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_R \\ x_S \\ x_T \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} 0,7x_R = 0,9x_R - 0,2x_S \\ -0,2x_R = -0,2x_D \\ x_R = x_S \end{array}$$