

2009 B I Angabe

1.0 In einem kartesischen Koordinatensystem des \mathbb{R}^3 sind die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ die Ebene } E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ mit } r, s, t \in \mathbb{R}, \text{ und die Ebene}$$

F: $-4x_2 + 2x_3 + 1 = 0$ gegeben.

1.1 Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in Koordinatenform.

(Mögliches Ergebnis: $E: 8x_1 + 4x_2 - x_3 - 33 = 0$) (3 BE)

1.2 Bestimmen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes S der Geraden g mit der Ebene E. (Ergebnis: $S(1|7|3)$) (3 BE)

1.3 Geben Sie die besondere Lage von F im Koordinatensystem an und bestimmen Sie die Schnittpunkte von F mit den Koordinatenachsen. (3 BE)

1.4 Ermitteln Sie eine Gleichung der Schnittgerade h der Ebenen E und F.

(Mögliches Ergebnis: $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0,25 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R}$) (4 BE)

1.5 Überprüfen Sie, ob der Punkt S aus Aufgabe 1.2 auf der Geraden h liegt, schließen Sie aus dem Ergebnis auf die gegenseitige Lage von g und h und fertigen Sie eine Skizze, aus der die gegenseitige Lage von E, g und h hervorgeht. (6 BE)

2.0 Die Länder A, B und C sind untereinander und mit dem Weltmarkt nach dem Leontief-Modell

mit der Inputmatrix $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,05 & 0,05 \\ 0,2 & 0,6 & 0,1 \\ 0,2 & 0,2 & 0,6 \end{pmatrix}$ verflochten.

2.1 Interpretieren Sie die Bedeutung der Werte a_{11} und a_{21} der Inputmatrix A. (2 BE)

2.2 Erstellen Sie die Input-Output-Tabelle und zeichnen Sie das Verflechtungsdiagramm (Gozintograph) für den Produktionsvektor $\vec{x} = (100 \ 160 \ 200)^T$ (6 BE)

2.3 Eine Wirtschaftskrise in A führt dazu, dass A kurzzeitig keine Güter an den Weltmarkt liefern kann. Die Produktionsmengen von B und C sollen in diesem Zeitraum gleich groß sein. Berechnen Sie das Verhältnis der Produktionsmengen von C und A. Bestimmen Sie, wie viel Prozent ihrer Produktion B und C an den Weltmarkt abgeben können. (8 BE)

3 Drei 13. Klassen einer Fach- und Berufsoberschule gehen zu einem Imbissstand zum Essen und geben den Inhalt ihrer Klassenkassen von jeweils 108 € aus. Es werden drei Speisen angeboten: Leberkäsemmel (L), Pizza (P) und Gyros (G). Die Tabelle zeigt die jeweils bestellten Mengen.

	L	P	G
13a	9	9	9
13b	5	9	11
13c	12	8	9

Berechnen Sie die Preise der einzelnen Speisen.

(5 BE)