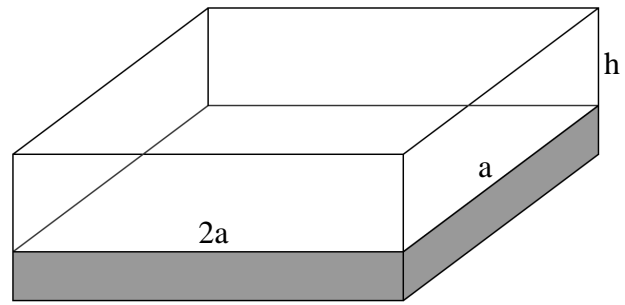


2010 A I Angabe

- 1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : x \mapsto -\frac{1}{8}x(x-a)(x-5)^2$ mit $ID_{f_a} = \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R}$.
- 1.1 Ermitteln Sie in Abhängigkeit von a die Anzahl, Lage und Vielfachheiten der Nullstellen von f_a . (5 BE)
- 1.2 Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$ so, dass der Punkt $P(4 | -\frac{1}{2})$ auf dem Graphen der Funktion f_a liegt. (3 BE)
- 2.0 Nun wird $a = 3$ gesetzt. Die Funktion f_3 wird im Folgenden kurz mit f bezeichnet. Es gilt: $f(x) = -\frac{1}{8}x(x-3)(x-5)^2$.
- 2.1 Zeigen Sie, dass sich die Funktion f auch in der Form $f(x) = -\frac{1}{8}(x^4 - 13x^3 + 55x^2 - 75x)$ darstellen lässt. (3 BE)
- 2.2 Ermitteln Sie Art und Koordinaten der relativen Extrempunkte des Graphen der Funktion f . (9 BE)
- 2.3 Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f im Bereich $-0,25 \leq x \leq 6$ mit Hilfe vorliegender Ergebnisse in ein Koordinatensystem. Maßstab auf beiden Achsen: $1LE \hat{=} 1cm$ (4 BE)
- 2.4 Der Graph der Funktion f und die x -Achse schließen im 4. Quadranten ein Flächenstück ein. Berechnen Sie die Maßzahl des Flächeninhalts auf zwei Nachkommastellen genau. (4 BE)
- 3.0 Forscher untersuchten jeweils fünf Tage lang das Wachstum von Bakteriensorten. Hierbei ergab sich, dass die von den Bakterien bedeckte Fläche annähernd durch die reelle Funktion $A : t \mapsto A(t)$ mit $A(t) = \frac{1}{8}(t^3 + at^2 + bt + c)$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $t \in [0; 5]$ beschrieben werden kann, wobei $A(t)$ die bedeckte Fläche (in mm^2) zum Zeitpunkt t (in Tagen) bezeichnet. Bei einer bestimmten Sorte war zu Beginn des Untersuchungszeitraums ($t = 0$) die von den Bakterien bedeckte Fläche $1mm^2$ groß. Nach zwei Tagen hat der Bestand sein Maximum mit $5mm^2$ erreicht.
- 3.1 Bestimmen Sie die Koeffizienten a, b und c und damit $A(t)$. (6 BE)
[Ergebnis: $A(t) = \frac{1}{8}(t^3 - 12t^2 + 36t + 8)$]
- 3.2 Berechnen Sie die von den Bakterien nach drei Stunden bedeckte Fläche gerundet auf eine Nachkommastelle genau. (2 BE)
- 3.3 Ermitteln Sie die Wendestelle t_w der Funktion A und interpretieren Sie das Ergebnis im Sinne der vorliegenden Thematik. (5 BE)
- 3.4 Zeichnen Sie für $t \in [0; 5]$ den Graphen der Funktion A mit Hilfe vorliegender Ergebnisse. (3 BE)

- 4.0 Ein Schildkrötenbesitzer baut für seine Landschildkröte ein Terrarium mit einem quaderförmigen lichtdurchlässigen Dach der Länge $2a$, der Breite a und der Höhe h . Dieses wird auf ein geeignetes Fundament gesetzt. Die lichtdurchlässige Oberfläche soll 4 m^2 betragen. Führen Sie folgende Rechnungen ohne Einheiten durch.



- 4.1 Bestimmen Sie das Volumen $V(a)$ des Daches in Abhängigkeit von a .
[Mögliches Ergebnis: $V(a) = \frac{4}{3}a - \frac{2}{3}a^3$] (4 BE)
- 4.2 Bestimmen Sie eine sinnvolle Definitionsmenge ID_V der Funktion $V: a \mapsto V(a)$ für den in 4.0 gegebenen Sachzusammenhang. (5 BE)
- 4.3 Ermitteln Sie a so, dass das Volumen des Daches den größten Wert annimmt. Berechnen Sie hierfür auch die zugehörige Höhe h .