2006 AII

1.0 Gegeben sind die reellen Funktionen $f: x \mapsto f(x) = -\frac{1}{4}(x^2-4)^2$ und $g: x \mapsto f(x)+3$ mit $ID_f = ID_g = IR$.

1.1 Zeigen Sie, dass in der gesamten Definitionsmenge $f(x)-f(-x)=0$ gilt und geben Sie die Bedeutung dieser Gleichung für den Graphen von f an. (4 BE)

1.2 Bestimmen Sie die Nullstellen von f mit jeweiliger Vielfachheit. (2 BE)

1.3 Ermitteln Sie mit Hilfe der Ergebnisse von 1.1 und 1.2 Art und Koordinaten sämtlicher Extrempunkte des Graphen G_g der Funktion g. (5 BE)

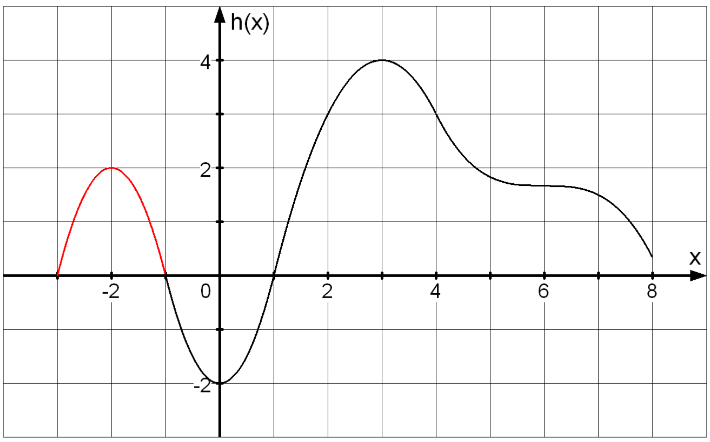
1.4 Berechnen Sie die Gleichung der Tangente an G_g im Punkt $R(1|g(1))$. (4 BE)

1.5 Bestimmen Sie die maximalen Intervalle, in denen der Graph G_g rechts- bzw. linksgekrümmt ist sowie die Koordinaten der Wendepunkte W_1 und W_2.
$\left[\text{Teilergebnis}: x_{W_1} = \sqrt{\frac{4}{3}}\right]$ (6 BE)

1.6 Zeichnen Sie den Graphen G_g für $-3 \le x \le 3$ in ein Koordinatensystem. Verwenden Sie dazu auch die Ergebnisse aus 1.1 bis 1.5. Maßstab auf beiden Achsen: $1\text{LE} \triangleq 1\text{cm}$. (5 BE)

1.7 Die Strecke $[H_1 H_2]$ zwischen den beiden Hochpunkten (siehe 1.3) und der Graph von g begrenzen ein Flächenstück. Berechnen Sie dessen Inhalt. (6 BE)

2.0 Gegeben ist die Funktion $h: x \mapsto h(x)$; $ID_h = [-3;8]$. Ihr Graph G_h hat folgendes Aussehen:



2.1 Geben Sie die Nullstellen der Funktion h an. (2 BE)

2.2 An der Stelle $x_1 = 6$ gilt $h'(6) = h''(6) = 0$, $h'''(6) \neq 0$; an der Stelle $x_2 = 4$ gilt $h''(4) = 0$, $h'''(4) \neq 0$. Geben Sie an, welcher Art die Punkte $P(6|h(6))$ und $Q(4|h(4))$ demnach sind. (3 BE)

2.3 Erläutern Sie kurz, was es jeweils für den Graphen G_h bedeutet, wenn in einem bestimmten Intervall eine der Bedingungen

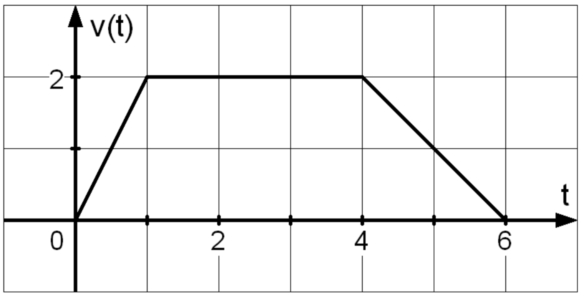
(A): $h(x) > 0$ (B): $h'(x) < 0$ (C): $h''(x) > 0$

gilt. (3 BE)

2.4 Geben Sie mit Hilfe der Zeichnung jeweils diejenigen Intervalle an, in denen
a) die Bedingungen (A) und (B) aus 2.3 zugleich,
b) alle 3 Bedingungen aus 2.3 zugleich gelten. (4 BE)

2.5 Im Intervall $[-1; 4]$ lässt sich die Funktion h mit Hilfe von zwei ganzrationalen Termen 2. Grades darstellen. Geben Sie diese Darstellung in abschnittsweise definierter Form an. (5 BE)

3.0 Nebenstehendes Diagramm beschreibt den Zusammenhang zwischen der Momentangeschwindigkeit v(t) eines Fahrzeugs (in Kilometer pro Minute) und der Zeit t (in Minuten).
(Auf Benennungen wird verzichtet!)



3.1 Begründen oder widerlegen Sie anhand des Diagramms die Behauptung:
Die Funktion v ist im dargestellten Bereich differenzierbar. (2 BE)

3.2 Geben Sie die Geschwindigkeiten zur Zeit $t_1 = 1$ und $t_2 = 5$ an. (2 BE)

3.3 Die 1. Ableitung der Geschwindigkeit $v(t)$ ist die Beschleunigung $a(t)$ des Fahrzeugs. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion a. (4 BE)

3.4 Die Geschwindigkeit $v(t)$ ist die 1. Ableitung der Funktion $s(t)$, die den in der Zeit t zurückgelegten Weg beschreibt. Bestimmen Sie mit Hilfe der Zeichnung den am Ende (nach 6 Minuten) zurückgelegten Weg. (3 BE)