

2003 S I

- 1.0 In einem Mischwald wird eine Versuchsfläche auf Schäden durch Wildverbiss an den Jungtrieben der Bäume untersucht. Einzige Nadelbaumart ist die Fichte (F); sie macht 25% des Baumbestandes aus. Auf der Versuchsfläche befinden sich außerdem 45% Buchen (B) ansonsten Eichen (E). Alle Baumarten kommen auf der Fläche gleichmäßig verteilt vor. Bei einer Zählung werden folgende Schadenanteile durch Verbiss unter den jeweiligen Baumarten beobachtet: 20% bei Fichten, 30% bei Buchen und 25% bei Eichen. Als Zufallsexperiment wird die Auswahl eines beliebigen Baumes betrachtet; dabei wird die Baumart festgestellt und geprüft, ob Verbiss (V) vorliegt oder nicht (\bar{V}). Die gegebenen Prozentsätze werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.
- 1.1 Ermitteln Sie alle 6 Elementarereignisse und deren Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe eines Baumdiagramms. (6 BE)
- 1.2.0 Es werden nun folgende Ereignisse betrachtet:
 A_1 : „Ein zufällig ausgewählter Baum ist ein Laubbaum ohne Verbiss“
 A_2 : „Ein zufällig ausgewählter Baum ist eine Fichte oder eine Eiche.“
- 1.2.1 Geben Sie diese Ereignisse in aufzählender Mengenschreibweise an. (2 BE)
- 1.2.2 Prüfen Sie ob die beiden Ereignisse A_1 und A_2 stochastisch unabhängig sind. (4 BE)
- 1.3.0 Nun werden innerhalb der Versuchsfläche 20 Bäume zufällig ausgewählt
- 1.3.1 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich unter diesen mehr als fünf Fichten befinden. (3 BE)
- 1.3.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahl der Laubbäume höchstens um 2 vom Erwartungswert abweicht. (4 BE)
- 1.4.0 Bei einer Waldbegehung wird vermutet, dass sich der Schadenanteil bei Fichten (siehe 1.0) vergrößert hat (Gegenhypothese). Um dies zu überprüfen, werden 200 zufällig ausgewählte Fichten auf Wildverbiss untersucht. Sind hiervon mehr als 50 geschädigt, wird diese Vermutung als bestätigt angesehen.
- 1.4.1 Geben Sie die Testgröße T , die Nullhypothese H_0 und den Ablehnungsbereich der Nullhypothese an. Bestimmen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit man sich irrtümlich für eine Vergrößerung des Schadensanteils entscheidet. (6 BE)
- 1.4.2 Beschreiben Sie, worin bei diesem Beispiel der Fehler 2. Art besteht. (2 BE)
- 2.0 Bei der Untersuchung von Kiefernadeln wird die Länge L von 200 zufällig ausgewählten Nadeln bestimmt und in sechs Längengruppen eingeteilt. Die

Zufallsgröße X gibt die Nummer der jeweiligen Längengruppe an. Dabei ergibt sich folgende Verteilung mit $a; b \in \mathbb{N}$:

L in mm	$L \leq 40$	$40 < L \leq 44$	$40 < L \leq 44$	$40 < L \leq 44$	$40 < L \leq 44$	$L > 56$
Längengruppe	1	2	3	4	5	6
Anzahl	8	a	2a	90	b	12

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Nadel in einer der Längengruppe 4 bis 6 liegt, beträgt 0,66.

- 2.1 Berechnen Sie die Werte der Parameter a und b . (3 BE)
- 2.2.0 Setzen Sie für die folgenden Teilaufgaben $a = 20$ und für $b = 30$.
- 2.2.1 Erstellen Sie die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X und zeichnen Sie ein zugehöriges Histogramm. (4 BE)
- 2.2.2 Bestimmen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Zufallswerte innerhalb der einfachen Standardabweichung um den Erwartungswert liegen. (6 BE)