

2001 SII

Bei umfangreichen Verkehrszählungen in einer Großstadt wurden Zusammenhänge zwischen der Anzahl der vorbeifahrenden PKWs bzw. LKWs und dem Geschlecht der am Steuer sitzenden Personen festgestellt. Im Folgenden werden nur diese beiden Fahrzeugarten betrachtet. Die dabei ermittelten relativen Häufigkeiten werden als Wahrscheinlichkeiten interpretiert.

Nach dem Ergebnis der Zählungen handelt es sich bei 20% der betrachteten Fahrzeuge um LKWs. Je 31 von 100 der am Steuer eines Fahrzeugs sitzenden Personen sind weiblichen Geschlechts. Die Wahrscheinlichkeit, dass es sich bei einem zufällig herausgegriffenen Auto um einen von einer Dame gesteuerten PKW handelt, beträgt 0,28.

Folgende Bezeichnungen für Ereignisse werden festgelegt:

L: „Das Fahrzeug ist ein LKW.“

D: „Das Fahrzeug wird von einer Dame gesteuert.“

- 1 Zunächst werden die durch Verknüpfung der Ereignisse L und D entstandenen Ereignisse A, B und C betrachtet:
 - a) $A = L \cap D$;
 - b) $B = L \cup \overline{D}$;
 - c) $C = L \cap \overline{D}$.Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse A, B und C, z. B. mit Hilfe einer Vierfeldertafel, und formulieren Sie A, B und C im Sinne der vorliegenden Thematik möglichst einfach mit Worten. (8 BE)
- 2 Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Ereignisse L und D stochastisch abhängig sind. (3 BE)
- 3.0 Nun wird eine Gruppe von drei aufeinander folgenden Fahrzeugen zufällig ausgewählt. Die Zufallsgröße X gibt die Anzahl der PKWs in dieser Gruppe an.
(Hinweis: Alle Wahrscheinlichkeiten sollen auf jeweils drei Stellen nach dem Komma angegeben werden.)
 - 3.1 Zeichnen Sie für dieses Zufallsexperiment ein Baumdiagramm und geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für die einzelnen Pfade an. Erstellen Sie ferner eine Wertetabelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X und zeichnen Sie dann ein zugehöriges Histogramm. (7 BE)
 - 3.2 Geben Sie für die zur Zufallsgröße X gehörige kumulative Verteilungsfunktion F eine Wertetabelle an und interpretieren Sie den Funktionswert $F(2) = 0,488$. (3 BE)
- 4.0 Nun wird eine Reihe von zehn hintereinander fahrenden Fahrzeugen betrachtet.
 - 4.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:
 E_1 : „Nur das fünfte Fahrzeug ist ein LKW.“
 E_2 : „Genau die Hälfte der Fahrzeuge sind LKWs.“
 E_3 : „Die Fahrzeuge bilden eine ‘bunte Reihe’, d.h. abwechselnde Reihenfolge in Bezug auf die Fahrzeugart.“
(Rechengenauigkeit bei $P(E_3)$: vier Nachkommastellen.) (6 BE)

- 4.2 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eines der zehn Fahrzeuge ein LKW ist. (2 BE)
- 4.3 Berechnen Sie, welchen Wert die Wahrscheinlichkeit $p = P(L)$ haben müsste, dass mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,99 mindestens eines der zehn Fahrzeuge ein LKW wäre. (4 BE)
- 5 Zwei Jahre nach der Verkehrszählungsaktion äußern mehrere Mitglieder des Verkehrsausschusses die Vermutung, dass der Anteil der LKWs unter den betrachteten Fahrzeugen gegenüber der eingangs dargestellten Situation gestiegen sei (Gegenhypothese).
Es wird daraufhin ein Signifikanztest mit 200 zufällig ausgewählten Fahrzeugen vorgenommen. Dabei werden 45 LKWs gezählt. Geben Sie für diesen Signifikanztest die Testgröße sowie die Nullhypothese an und bestimmen Sie den größtmöglichen Ablehnungsbereich der Nullhypothese auf dem 5%-Niveau. Entscheiden Sie mit Hilfe dieses Tests, ob die Annahme, dass der Prozentsatz der LKWs nahezu gleich geblieben ist, als bestätigt angesehen werden kann oder nicht. (7 BE)