# 2013 A I Angabe

| BE | | |
|---|---|---|
| | 1.0 | Gegeben sind die reellen Funktionen $f_a : x \mapsto \dfrac{ax^2+2x-1}{x+1}$ in der vom Parameter $a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ unabhängigen Definitionsmenge $\mathbb{D} = \mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Der Graph einer solchen Funktion wird mit $G_a$ bezeichnet. |
| 5 | 1.1 | Bestimmen Sie den Parameter a so, dass die zugehörige Funktion $f_a$ eine stetig behebbare Definitionslücke besitzt. Stellen Sie für diesen Fall die Funktionsgleichung in vereinfachter Form dar und zeichnen Sie den dazugehörigen Graphen. |
| 6 | 1.2 | Ermitteln Sie Anzahl und Lage der Nullstellen von $f_a$ in Abhängigkeit von a. |
| 7 | 1.3 | Bestimmen Sie die Parameterwerte a so, dass der Graph $G_a$ genau zwei Punkte mit waagrechter Tangente besitzt. $\left[\text{Mögliches Teilergebnis: } f_a{}'(x) = \dfrac{ax^2+2ax+3}{(x+1)^2}\right]$ |
| 5 | 1.4 | Geben Sie den Grenzwert der Ableitungsfunktion für $x \to \pm\infty$ an. Lösen Sie außerdem die Gleichung $f_a{}'(x) = a$ in Abhängigkeit von a und interpretieren Sie jeweils das Ergebnis. |
| | 1.5.0 | Für die folgenden Teilaufgaben hat a den Wert 1,25. |
| 6 | 1.5.1 | Ermitteln Sie die Gleichungen aller Asymptoten des Graphen $G_{1,25}$ und stellen Sie eine Gleichung der Tangente t an den Graphen $G_{1,25}$ an der Stelle $x = -2$ auf. |
| 9 | 1.5.2 | Untersuchen Sie das Steigungs- und Krümmungsverhalten des Graphen $G_{1,25}$. |
| 6 | 1.5.3 | Geben Sie die Nullstellen von $f_{1,25}$ an und zeichnen Sie für $-4 \le x \le 2$ den Graphen $G_{1,25}$ mit seinen Asymptoten und der Tangente t in ein kartesisches Koordinatensystem $(\text{Maßstab: } 1\text{LE} \mathrel{\hat{=}} 1\text{cm})$. |
| 6 | 1.5.4 | Der Graph $G_{1,25}$ begrenzt mit den beiden Koordinatenachsen ein endliches Flächenstück im IV. Quadranten. Kennzeichnen Sie dieses Flächenstück im Schaubild der Aufgabe 1.5.3 und berechnen Sie die Maßzahl seines Flächeninhalts. |

2.0 Für den Flächeninhalt A $\left(\text{in } m^2\right)$ der Fläche, die Algen an der Oberfläche eines $50\,m^2$ großen Klärbeckens bedecken, gilt in Abhängigkeit von der Zeit t (in Wochen) näherungsweise die Formel

$$A(t) = \frac{50}{1+24\cdot e^{-c\cdot t}} \text{ mit } t \geq 0 \text{ und } c \in \mathbb{R} \wedge c > 0.$$

Auf das Mitführen der Einheiten bei den Berechnungen kann verzichtet werden.

4 2.1 Berechnen Sie den Wert von c auf eine Nachkommastelle gerundet, wenn nach 10 Wochen die Algen ein Fläche von $5\,m^2$ bedecken.

2.2.0 Für die folgende Teilaufgabe hat c den Wert 0,1.

2 2.2.1 Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Algenteppichs zur Zeit $t = 0$ und für $t \to \infty$.

3 2.2.2 Zeigen Sie, dass der Flächeninhalt $A(t)$ streng monoton zunimmt.

$$\left[\text{ Mögliches Teilergebnis: } \dot{A}(t) = \frac{120\cdot e^{-0{,}1\cdot t}}{\left(1+24\cdot e^{-0{,}1\cdot t}\right)^2} \right]$$

7 2.2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Algenteppichs zu dem Zeitpunkt, zu dem das Algenwachstum am größten ist. Runden Sie das Ergebnis auf eine Nachkommastelle.

4 2.2.4 Stellen Sie den Flächeninhalt $A(t)$ für $0 \leq t \leq 60$ graphisch dar. Tragen Sie auch die Asymptote des Graphen ein.

Maßstab auf der t – Achse: $1\,\text{cm} \mathrel{\hat{=}} 10\,\text{Wochen}$

Maßstab auf der A – Achse: $1\,\text{cm} \mathrel{\hat{=}} 10\,m^2$

70