2011 B I Angabe

BE		
	1.0	In einem kartesischen Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind in Abhängigkeit der Variablen $p, q \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$ die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} p-q \\ -p \\ q \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} p-q \\ p \\ 2p-q \end{pmatrix}$ gegeben.
2	1.1	Zeigen Sie, dass unabhängig von der Wahl der Werte für p und q die Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ senkrecht aufeinander stehen.
	1.2.0	Setzen Sie nun $p = 2$ und $q = 1$. Daraus ergeben sich mit dem Koordinatenursprung O die Ortsvektoren $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ und $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ für die Punkte A und B.
3	1.2.1	Bestimmen Sie eine Normalengleichung der Ebene E, in der die Punkte A und B sowie der Koordinatenursprung O liegen. Geben Sie die Ebene E auch in Koordinatenform an.
7	1.2.2	Berechnen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs O von der durch den Punkt A und B festgelegten Geraden g. Bestimmen Sie auch den Punkt L auf der Geraden g, der die geringste Entfernung vom Ursprung hat. $\left[\text{Teilergebnis}: L(1; -0{,}8; 1{,}6)\right]$
9	1.2.3	Die Punkte S_1 und S_2 liegen auf der Geraden g. Die Strecke $[S_1S_2]$ bildet die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks mit dem Koordinatenursprung O als Spitze. Dieses Dreieck besitzt die Flächenmaßzahl $A_\Delta = 2 \cdot \sqrt{4{,}2}$. Fertigen Sie eine Lageskizze der Punkte O, A, B, L, S_1 und S_2 an und berechnen Sie die Koordinaten der Punkte S_1 und S_2. Runden Sie die Koordinaten der Punkte S_1 und S_2 auf zwei Stellen nach dem Komma. $\left[\text{Zwischenergebnis}: \left\lvert\overrightarrow{LS_1}\right\rvert = 2\right]$
	2.0	Die folgenden Gleichungen I, II und III stellen jeweils Ebenen in Koordinatenform dar: I $\quad x_1 + x_2 + 2x_3 = 3$ II $\quad x_2 + x_3 = 1$ III $\quad 2x_1 - x_2 + x_3 = c, \quad \text{wobei } c \in \mathbb{R}.$
4	2.1	Ermitteln Sie in Abhängigkeit von c die Anzahl der Lösungen des Gleichungssystems.
5	2.2	Bestimmen Sie für $c = 3$ die Lösung des Gleichungssystems und interpretieren Sie die gegenseitige Lage der drei Ebenen.
30		