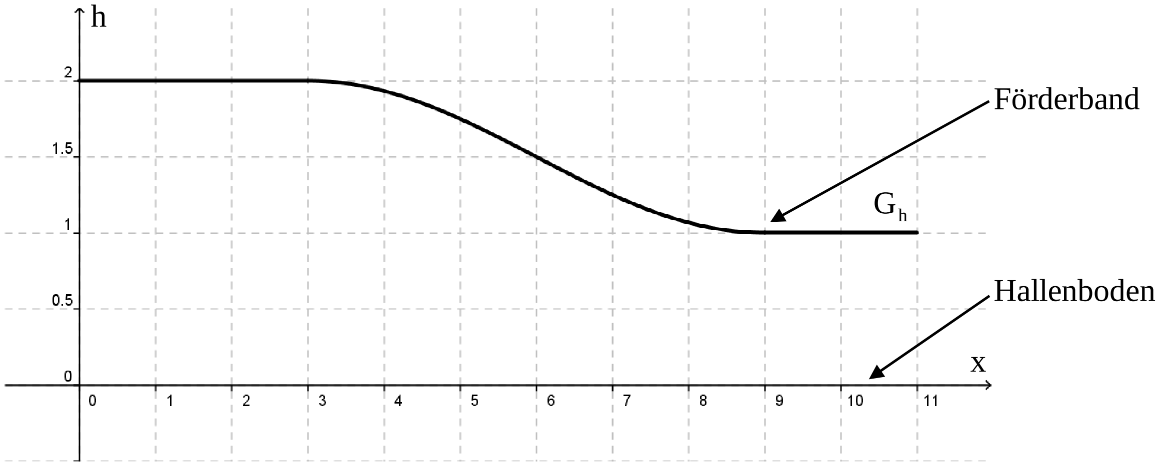
2009 A I Angabe

BE		
BE	1.0	Gegeben ist die reelle Funktion $f: x \mapsto \dfrac{8 \cdot e^x}{\left(1+e^x\right)^2}$ in der Definitionsmenge $\mathbb{D}_f = \mathbb{R}$.
4	1.1	Untersuchen Sie das Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \to \pm\infty$ und geben Sie die Gleichung der Asymptoten des Graphen von f an.
5	1.2	Weisen Sie nach, dass der Graph von f achsensymmetrisch zur y-Achse verläuft.
10	1.3	Zeigen Sie, das für die Ableitungsfunktion f' der Funktion f gilt: $f'(x) = \dfrac{1-e^x}{1+e^x} \cdot f(x)$ Ermitteln Sie über die maximalen Monotonieintervalle Art und Lage des Extremalpunktes des Graphen von f und geben Sie die Wertemenge der Funktion f an.
11	1.4	Weisen sie nach, dass der Graph von f zwei Wendepunkte besitzt, und berechnen Sie deren Koordinaten auf zwei Nachkommastellen gerundet.
3	1.5	Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f für $-4 \le x \le 4$ in ein kartesisches Koordinatensystem mit dem Maßstab $1\,\text{LE} = 1\,\text{cm}$.
2	1.6	Zeigen Sie, dass die Funktion $F: x \mapsto \dfrac{-8}{1+e^x}$ in ihrer Definitionsmenge $\mathbb{D}_F = \mathbb{R}$ eine Stammfunktion der Funktion f ist.
	1.7.0	Die beiden Koordinatenachsen und die Gerade mit der Gleichung $x = t$ mit $t \in \mathbb{R}$ und $t > 0$ schließen mit dem Graphen von f ein Flächenstück ein, das durch den Graphen der auf $\mathbb{D}_h = \mathbb{R}$ definierten Funktion $h: x \mapsto 2 \cdot e^{-x}$ in zwei Teilflächen $A_1(t)$ und $A_2(t)$ zerlegt wird.
4	1.7.1	Zeichnen Sie den Graphen der Funktion h für $-1 \le x \le 4$ in das Koordinatensystem der Aufgabe 1.5 ein und kennzeichnen Sie für den Sonderfall $t = 2$ die Teilflächen $A_1(2)$ und $A_2(2)$.
5	1.7.2	Berechnen Sie jeweils in Abhängigkeit von t den Flächeninhalt der beiden Teilflächen $A_1(t)$ und $A_2(t)$.
8	1.7.3	Zeigen Sie, dass für den Differenzbetrag der beiden Flächeninhalte in Abhängigkeit von $t \in \mathbb{R}$ und $t > 0$ gilt: $\lvert\Delta A(t)\rvert = \dfrac{8}{1+e^t} - \dfrac{4}{e^t}$ Beweisen Sie, dass man t nicht so wählen kann, dass die Flächeninhalte der beiden Teilflächen gleich groß sind, dass sie aber für $t \to \infty$ denselben Grenzwert haben.

2.0 In einem Flughafenterminal wird die Gepäckfertigung neu geplant. Unter anderem ist ein neues Förderband für den Transport des Gepäcks vorgesehen. Das Förderband soll zunächst horizontal verlaufen, hat jedoch auf einer Strecke von sechs Metern einen Höhenunterschied von einem Meter zu überwinden, um dann wieder horizontal weitergeführt zu werden. Der Übergang von der höher gelegenen auf die tiefere Ebene soll auf einer kosinusförmigen Kurve verlaufen. Der (nicht maßstabsgetreue) Verlauf des Förderbands ist unten schematisch als Graph G_h einer Funktion f in Abhängigkeit von x dargestellt.
x gibt dabei die Länge der zurückgelegten Strecke in horizontaler Richtung, h die vom Hallenboden aus gemessene Höhe h des Förderbands in Metern an.
Auf die Verwendung von Einheiten wird verzichtet.



7 2.1 Der in der Zeichnung abgebildete Graph G_h verläuft in der ganzen Definitionsmenge $\mathbb{D}_h = [0; 11]$ ohne Knick. Der zugehörige Funktionsabschnitt im Bereich $3 \le x \le 9$ soll dabei durch die Gleichung $h(x) = a \cdot \cos(b \cdot x + c) + d$ beschrieben werden.
Entnehmen Sie der Zeichnung geeignete Funktionswerte und bestimmen Sie daraus die Konstanten a, b, c und d.

7 2.2 Die Funktion h kann für $3 \le x \le 9$ auch durch die Gleichung $h(x) = 0{,}5 \cdot \left[\sin\left(\frac{\pi}{6} \cdot x\right) + 3\right]$ beschrieben werden.
Zeigen Sie mit Hilfe der Ableitungsfunktion, dass der Graph G_h an der Stelle $x = 6$ einen Wendepunkt besitzt und ermitteln Sie das prozentuale maximale Gefälle des Förderbands auf eine Nachkommastelle gerundet.

4 2.3 Das Förderband hat eine Breite von 1,20 Meter. Um eine dauerhafte Stabilität zu gewährleisten, soll im gezeichneten Bereich $0 \le x \le 11$ der gesamte Raum zwischen Förderband und Hallenboden mit Beton ausgefüllt werden.
Berechnen Sie das Volumen dieses Unterbaus.

70